



*Université Sidi Mohammed Ben Abdellah  
Faculté des Sciences et Techniques de Fès*



UFR « Algèbre, Théorie des Nombres et Applications aux Sciences de l'Information »

Thèse Présentée par : MOHAMMED SABIRI

pour l'Obtention du Diplôme de

*Doctorat*

*Titre:*

*Structure de  $R[X]$ -modules de torsion et  
applications aux codes de type polynômial sur un SPI-anneau*

224  
Tm

*Discipline : MATHÉMATIQUES*

*Spécialité : Algèbre et Sécurité de l'Information*

*Soutenu le 22 juillet 2011 devant le jury :*

Ahmed Hilalai Alaoui	Président	Faculté des Sciences et Techniques Fès
Aziz Khaldouni	Rapporteur	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz Fès
M. Abdou El Omary	Rapporteur	Faculté des Sciences et Techniques Errachidia
Abdelmalek Azizi	Examineur	Faculté des Sciences Dujda
Omar Khadir	Examineur	Faculté des Sciences et Techniques Mohammedia
Seddik Gmira	Examineur	Faculté des Sciences et Techniques Fès
Mustapha Mrabti	Examineur	Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Fès
M'hammed Boulagouaz	Directeur de Thèse	Faculté des Sciences et Techniques Fès

---

---

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Préliminaires</b>	<b>9</b>
1.1	Les formalismes des codes . . . . .	9
1.1.1	La distance de Hamming . . . . .	10
1.1.2	Détection et correction d'erreurs . . . . .	10
1.1.3	Codes q-aires . . . . .	11
1.2	Codes linéaires . . . . .	12
1.2.1	Dualité . . . . .	14
1.2.2	Codes cycliques . . . . .	15
1.3	Algèbre de groupe sur un anneau . . . . .	16
1.4	Modules indécomposables . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Extension de Modules</b>	<b>23</b>
2.1	Introduction . . . . .	23
2.2	Structure de $R[X]$ -module sur $M = M_1 \times M_2$ . . . . .	24
2.3	Classes d'isomorphie . . . . .	29
2.4	Transformation de Sylvester . . . . .	34
2.5	Actions de Commutateurs . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Codes de type polynômial sur un SPI-anneau</b>	<b>41</b>

3.1	Définitions . . . . .	41
3.1.1	Structures de $A[X]$ -modules et codes de type polynômial . . . . .	42
3.1.2	Transformation linéaire associée à un polynôme	45
3.1.3	Codes de type polynômial . . . . .	47
3.1.4	Codes de type polynômial et leurs matrices génératrices . . . . .	48
3.1.5	Codes cycliques et leurs matrices de contrôles .	50
3.2	Extensions de $A[X]$ -modules et applications aux codes de type polynômial . . . . .	51
3.3	Codes cycliques sur un SPI-anneau . . . . .	52
3.3.1	SPI-anneau . . . . .	52
3.3.2	Idéaux de $R_n = R[X]/(f(X))$ . . . . .	54
3.3.3	Une expression de la distance d'un code cyclique sur un corps fini . . . . .	63
3.3.4	Une expression de la distance d'un code cyclique sur un anneau local artinien . . . . .	65
3.4	Code sur un anneau de groupe . . . . .	68
3.4.1	Introduction . . . . .	68
3.4.2	Décomposition d'un code . . . . .	69