

# THESE

Présentée à

UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH - FES

Faculté des Sciences et Techniques de FES

Pour l'obtention du :

## DOCTORAT EN MATHÉMATIQUES

Par

**Mohamed Chhiti**

---

---

**TRANSFERT DE QUELQUES PROPRIÉTÉS HOMOLOGIQUES À LA  
DUPLICATION AMALGAMÉE D'UN ANNEAU LE LONG D'UN IDÉAL**

---

---

Soutenu le 18 juin 2011

*Devant le Jury*

<b>Pr. A. EL Baraka</b>	<b>FST</b>	<b>Fès</b>	<b>Président</b>
<b>Pr. N. Boudi</b>	<b>FS</b>	<b>Meknès</b>	<b>Membre Rapporteur</b>
<b>Pr. S. EL Baghdadi</b>	<b>FST</b>	<b>Beni Mellal</b>	<b>Membre Rapporteur</b>
<b>Pr. H. Hamraoui</b>	<b>FS</b>	<b>Aïn Chock Casablanca</b>	<b>Membre Rapporteur</b>
<b>Pr. N. Mahdou</b>	<b>FST</b>	<b>Fès</b>	<b>Directeur de Thèse</b>
<b>Pr. A. Ouadghiri</b>	<b>FST</b>	<b>Fès</b>	<b>Membre</b>
<b>Pr. L. Oukhtite</b>	<b>FST</b>	<b>Errachidia</b>	<b>Membre</b>
<b>Pr. M. Sobrani</b>	<b>FST</b>	<b>Fès</b>	<b>Membre</b>

---

# Résumé

---

Les travaux de cette thèse se situent dans un domaine établissant des liens entre l'algèbre commutative et l'algèbre homologique, et qui peut être considéré, dans cette mesure, comme leur étant commun. Elle comporte cinq chapitres rendant compte respectivement des travaux de cinq articles [17, 20, 21, 22, 23].

Tout d'abord, et après avoir adapté la notion d'extension d'un domaine de Prüfer aux anneaux contenant des diviseurs de zéro, nous avons étudié leur transfert à la duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal. Cela nous permet d'enrichir la littérature par l'apport original de nouvelles classes d'anneaux permettant la distinction des différentes propriétés de Prüfer.

Nous avons ensuite étudié la dimension globale et la dimension faible de la duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal pur.

Après cela, nous avons étudié le transfert de certaines propriétés homologiques d'un anneau à sa duplication amalgamée le long d'un idéal; ce qui nous a permis de fournir de nouvelles classes d'anneaux possédant ces propriétés.

De même, nous avons étudié le transfert des propriétés G-GCD, conducteur fini et  $v$ -cohérence, entre un anneau et sa duplication amalgamée le long d'un idéal; ce qui nous a notamment permis de construire des exemples d'anneaux cohérents non G-GCD et d'anneaux  $v$ -cohérents non G-GCD.

Finalement, nous avons étudié la propriété "clean" (resp. "uniquely clean") pour l'amalgamation algébrique le long d'un idéal.

---

# Table des Matières

---

Résumé	ix
Summary	x
Introduction	1
Introduction (en Anglais)	15
<b>1 Propriétés de Prüfer dans la duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal</b>	<b>28</b>
1.1 Introduction	29
1.2 Propriétés de cohérence dans la duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal	31
1.3 Propriétés de Prüfer dans la duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal	33
<b>2 Dimensions homologiques d'une duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal pur</b>	<b>41</b>
2.1 Introduction	42
2.2 Résultats principaux	43
<b>3 Quelques propriétés homologiques d'une duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal</b>	<b>48</b>
3.1 Introduction	49
3.2 Résultats principaux	50
<b>4 Autour d'une duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal</b>	<b>56</b>
4.1 Introduction	57
4.2 Résultats principaux	58
<b>5 Propriétés de "clean" dans la duplication algébrique le long d'un idéal</b>	<b>63</b>
5.1 Introduction	64
5.1 Résultats principaux	65
Bibliographie	73