



UNIVERSITÉ SIDI MOHAMMED BEN ABDALLAH  
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES-FES

## Thèse

Présentée par

Oumnia Licer

En vue de l'obtention du

Doctorat ès Sciences et Techniques

UFR : Signaux, Systèmes et Composants

---

Commandes des Allures de Marche Stables et Optimales  
pour un Robot Bipède de type compas

---

Soutenue le 24 juillet 2008

Devant le jury composé de

Pr. M. ZOUAK	Doyen de la FST Fès	Président
Pr. N. El ALAMI	Professeur à l'EMI , Rabat	Co-directeur/ Rapporteur
Pr. N.K. M'SIRDI	Professeur à l'Université Aix-Marseille	Rapporteur
Pr. F. ERRAHIMI	Professeur FST Fès	Examinatrice
Pr. M. KABBAJ	Professeur FSDM Fès	Examineur
Pr. M. MRABTI	Professeur FSDM Fès	Directeur de thèse



## Résumé

Par rapport aux véhicules à roues, les robots marcheurs présentent l'avantage d'une meilleure mobilité dans des terrains encombrants en raison de l'intermittence du contact pied/sol. De l'intervention en milieux hostiles jusqu'aux applications ludiques et domestiques en passant par les tâches d'assistance et de service, Les domaines d'application de ce type de robots sont très variés. Ce qui explique l'intérêt scientifique que suscitent les robots à pattes pour un grand nombre de chercheurs. Ces derniers sont confrontés à la complexité spécifique de ces mécanismes due essentiellement à une dynamique non linéaire et hybride.

Notre contribution consiste en la synthèse des lois de commandes des cycles de marche stables d'un robot bipède type-compas tout en minimisant l'énergie consommée pendant le déplacement. Ainsi, nous avons développé deux approches de commande dont la validité est démontrée par des résultats de simulation.

- Une première approche est basée sur la notion de marche passive introduite par McGeer et sur la théorie de modelage de l'énergie afin de mettre en évidence des allures de marche bipodale périodiques dites semi-passives pour différentes vitesses d'avancement et différents angles de l'inclinaison du support de marche. Les vitesses minimisant les dépenses énergétiques pour un ensemble de valeurs de la pente sont ensuite calculées par une procédure d'optimisation numérique.
- La deuxième approche proposée exploite la linéarisation exacte par feedback d'un système non linéaire et qui permet d'appliquer des techniques de commande propres aux systèmes linéaires. Ainsi, en utilisant une commande classique par placement de pôles, le suivi de trajectoires pré-calculées est assuré et la robustesse de la marche face à la variation de la configuration initiale du robot est améliorée. Pour des caractéristiques de marche désirées, une commande quadratique à énergie minimale en un temps minimum a permis de réaliser des allures de marche stables du robot type-compas. La robustesse de telles allures de marche face aux incertitudes paramétriques est ensuite analysée par une méthode multi-modèle utilisant un balayage paramétrique.

**Mots clés :** Robot type-compas, allures semi-passives, linéarisation exacte, optimisation énergétique, stabilité et robustesse de la marche.

---

# Table des matières

---

Liste des tableaux	vi
Liste des figures	x
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
0.1 Robot et Robotique . . . . .	1
0.2 Robot et autonomie . . . . .	2
0.3 Robots à pattes . . . . .	3
0.4 Robot bipède . . . . .	4
0.5 Réalisations actuelles . . . . .	4
0.6 Approches de commande . . . . .	6
0.6.1 Suivi de trajectoire pré-calculée . . . . .	8
0.6.2 Stabilisation de trajectoires cycliques . . . . .	9
0.7 La marche passive . . . . .	10
0.8 Contributions . . . . .	12
0.9 Organisation du mémoire . . . . .	13
<b>1 Analyse de la Marche bipodale de l'homme au robot</b>	<b>15</b>
1.1 La marche humaine . . . . .	15
1.1.1 Les paramètres de la marche . . . . .	16
1.1.2 Le cycle de marche . . . . .	16
1.1.2.1 La phase d'appui . . . . .	16
1.1.2.2 La phase oscillante (phase de balancement) . . . . .	17
1.1.3 Marche et équilibre . . . . .	17
1.1.4 Marche et centre de gravité . . . . .	18
1.1.4.1 Débattement du centre de gravité . . . . .	19
1.1.4.2 Les effets des mécanismes de la marche sur le centre de gravité . . . . .	20
1.1.5 Economie de l'énergie pendant la marche . . . . .	21
1.2 La marche robotique . . . . .	22
1.2.1 Modèle cinématique d'un robot bipède . . . . .	22



1.2.2	Modélisation dynamique d'un robot bipède . . . . .	23
1.2.3	Modélisation du phénomène de contact pieds-sol . . . . .	25
1.2.4	Les équations de la dynamique d'un cycle de marche . . . . .	27
1.2.4.1	La dynamique du double support . . . . .	27
1.2.4.2	La dynamique du simple support : . . . . .	27
1.2.4.3	Equation de l'impact . . . . .	27
1.2.5	Contraintes de la marche . . . . .	28
1.2.6	Minimisation des dépenses énergétiques . . . . .	28
1.2.7	Marche statique et marche dynamique . . . . .	29
1.3	Conclusion . . . . .	30
<b>2</b>	<b>La marche robotique passive</b> . . . . .	<b>31</b>
2.1	Le robot type compas . . . . .	32
2.1.1	Description . . . . .	32
2.1.1.1	Configuration du robot . . . . .	32
2.1.1.2	Hypothèses simplificatrices . . . . .	32
2.1.1.3	Problème de l'enfoncement des pieds . . . . .	33
2.1.2	Modélisation de la marche . . . . .	34
2.1.2.1	La phase de simple support . . . . .	34
2.1.2.2	La phase d'impact . . . . .	35
2.1.3	Représentation d'état, système hybride avec effets impulsives . . . . .	35
2.2	Description d'une marche passive stable . . . . .	36
2.3	Cycle limite d'un système non linéaire . . . . .	37
2.3.1	Définitions . . . . .	37
2.3.2	Stabilité orbitale . . . . .	38
2.4	Détermination du cycle limite hybride . . . . .	38
2.4.1	L'application de Poincaré . . . . .	39
2.4.2	Recherche du point fixe par l'algorithme de Newton Raphson . . . . .	40
2.5	Analyse de la stabilité du cycle limite hybride . . . . .	41
2.5.1	Stabilité locale . . . . .	41
2.5.2	Sensibilité de la trajectoire : . . . . .	42
2.5.2.1	Critère de la stabilité . . . . .	42
2.5.2.2	Calcul de la matrice de sensibilité . . . . .	43
2.6	Résultats numériques . . . . .	46
2.6.1	Conditions de la simulation . . . . .	47
2.6.2	Cycle limite passif du robot compas . . . . .	47

2.6.3	Stabilité du cycle limite passif du robot compas . . . . .	47
2.6.4	Conclusion . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Commandes basées sur la passivité pour des allures de marche stables et optimales</b> . . . . .	<b>50</b>
3.1	Introduction . . . . .	50
3.2	Base théorique . . . . .	51
3.2.1	Éléments de géométrie différentielle . . . . .	51
3.2.1.1	Définitions . . . . .	51
3.2.1.2	Proposition 3.1 . . . . .	52
3.2.2	Modélisation des systèmes mécaniques . . . . .	52
3.2.2.1	Le formalisme Lagrangien . . . . .	52
3.2.2.2	Le formalisme canonique ou Hamiltonien . . . . .	53
3.2.3	Courbes intégrales et énergie . . . . .	54
3.3	Allures pour différentes vitesses (Licer) . . . . .	57
3.3.1	Préliminaires . . . . .	57
3.3.1.1	Phase de simple support . . . . .	57
3.3.1.2	Instants d'impact . . . . .	58
3.3.1.3	Vitesse de progression et énergie . . . . .	59
3.3.2	Résultat principal . . . . .	59
3.3.3	Démonstration du Théorème 3.1 . . . . .	60
3.3.3.1	Calcul de la commande de modelage de l'énergie . . . . .	60
3.3.3.2	Phase de simple support . . . . .	62
3.3.3.3	L'instant d'impact . . . . .	63
3.3.3.4	Conclusion . . . . .	63
3.3.4	Résultats de simulation . . . . .	63
3.4	Allures pour différentes pentes (Spong) . . . . .	66
3.4.1	Loi de commande . . . . .	67
3.4.2	Résultats de simulation . . . . .	68
3.5	Allures pour différentes pentes et vitesses : combinaison des deux commandes Licer et Spong . . . . .	70
3.5.1	Résultat principal([LAM06a],[LAM06b]) . . . . .	70
3.5.2	Démonstration . . . . .	71
3.5.3	Stabilité de la marche semi-passive . . . . .	72
3.5.4	Résultats de simulation . . . . .	72
3.6	Vitesse optimale pour une pente donnée . . . . .	75

3.6.1	Introduction . . . . .	75
3.6.2	Fonction coût . . . . .	76
3.6.3	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	76
3.6.3.1	Preliminaires . . . . .	76
3.6.3.2	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	77
3.6.4	Approche de résolution . . . . .	78
3.6.5	Résultats de simulation . . . . .	79
3.7	Conclusion . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Commandes basées sur la linéarisation exacte</b>	<b>81</b>
4.1	Introduction . . . . .	81
4.2	Linéarisation par feedback des systèmes non linéaires . . . . .	82
4.2.1	Introduction . . . . .	82
4.2.2	Exemple intuitif . . . . .	83
4.2.3	Les systèmes sous la forme canonique . . . . .	85
4.3	Linéarisation exacte par feedback du robot type compas . . . . .	86
4.4	Suivi d'un cycle limite nominal pré-calculé . . . . .	88
4.4.1	Loi de la commande . . . . .	88
4.4.2	Analyse de la stabilité . . . . .	89
4.4.2.1	Modèle complètement linéarisé . . . . .	90
4.4.2.2	Stabilité orbitale . . . . .	90
4.4.3	Résultats de simulation . . . . .	91
4.4.3.1	Suivi d'une trajectoire pré-calculée . . . . .	91
4.4.3.2	Stabilité de la marche . . . . .	94
4.4.3.3	Robustesse face aux variations du vecteur initial . . . . .	95
4.5	Réalisation en ligne d'une allure de marche périodique . . . . .	100
4.5.1	Définition d'une allure de marche . . . . .	101
4.5.2	Commande à énergie minimale . . . . .	102
4.5.3	Commande linéaire quadratique en temps minimum . . . . .	104
4.5.3.1	Cas général . . . . .	104
4.5.3.2	Application au robot type-compas . . . . .	108
4.5.4	Analyse de la stabilité . . . . .	109
4.5.4.1	Résultats de simulation . . . . .	111
4.6	Conclusion . . . . .	113



<b>5 Robustesse des allures de marche face aux incertitudes paramétriques</b>	<b>115</b>
5.1 Introduction . . . . .	115
5.2 Notions de la robustesse . . . . .	116
5.3 Approche multimodèle . . . . .	117
5.3.1 Multimodèle incertain . . . . .	118
5.3.2 Forme normalisée de l'incertitude et domaine de variation . . . . .	118
5.3.3 Stabilité sur un sous ensemble de $\varphi$ . . . . .	119
5.3.4 Dilatation du domaine de variation des paramètres . . . . .	120
5.3.5 La marge de robustesse . . . . .	120
5.3.6 Critère de robustesse . . . . .	121
5.4 Analyse de la robustesse du robot type-compas . . . . .	121
5.4.1 Modèle normalisé . . . . .	121
5.4.2 Propriété intéressante . . . . .	123
5.4.3 Robustesse en stabilité face aux incertitudes de $\mu$ et $\beta$ . . . . .	124
5.4.3.1 Modèle incertain . . . . .	124
5.4.3.2 Définition de la marge de robustesse des allures de marche . . . . .	125
5.4.3.3 Méthode de résolution . . . . .	126
5.5 Simulations numériques . . . . .	127
5.6 Conclusion . . . . .	130
<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>131</b>
Conclusion générale . . . . .	131
Perspectives . . . . .	133
<b>Références bibliographiques</b>	<b>134</b>