Université SIDI MOHAMMED BEN ABDELLAH

Faculté Des Sciences Et Techniques De Fès : FSTF

Département Des Mathématiques

Licence Sciences Et Techniques (L.S.T)

Mathématiques Et Applications

Mémoire de fin d'études

Pour l'obtention du Diplôme de Licence Sciences et Techniques

Titre :

Les Séries Chronologiques

✓ Réalisé par :

❖ EL BOURAKKADI YOUSSEF

✓ Encadré par :

❖ Mme. EZZAKI

Soutenu Le 07 Juin 2018 devant le jury composé de :

- Pr. RACHID El KHAOULANI EL IDRISSI
- Pr. AZIZA RAHMOUNI HASSANI
- Pr. MOHAMMED ETTAOUIL
- Pr. FATIMA EZZAKI

Année Universitaire : 2017-2018

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES FES – SAISS
B.P. 2202 – Route d'Imouzzer – FES
212 (0)5 35 61 16 86 – Fax : 212 (0)5 35 60 82 14
Site web: http://www.fst-usmba.ac.ma

Remerciement

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

En second lieu, Je tiens à remercier mon encadrante Madame FATIMA EZZAKI, pour ses précieux conseils et son aide durant toute la période du travail.

Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ma recherche en acceptant d'examiner mon travail et de l'enrichir par leurs propositions et leurs critiques.

Enfin, Je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Sommaire

Introduction Générale 4

Chapitre I : Généralités sur les séries chronologiques 5

1- Définition d'une série chronologique 5

2- Graphiques d'une série chronologique 6

3- Les composantes fondamentales d'une série chronologique..........8

4- Les moyennes mobiles 10

4-1 Les moyennes mobiles de longueur impaire 10

4-2 Les moyennes mobiles de longueur paire 11

Chapitre II : Modélisation d'une série chronologique 13

1- Modèle additif 13

2- Modèle multiplicatif 22

3-choix du modèle..........30

Chapitre III : Lissage Exponentiel 33

1- Lissage exponentiel simple 33

2- Méthode de Holt 35

3- Méthode de Holt-Winters 37

3-1 Holt-Winters : version multiplicative 37

3-2 Holt-Winters : version additive..........39

Conclusion Générale 41

Bibliographie 42

Introduction Générale

En aboutissant à la troisième année universitaire filière Mathématiques et Applications à la FSTF on a été conduit à faire une recherche pour réaliser un mémoire de fin d'études.

Le sujet de ce mémoire est l'étude des séries chronologiques. Une série chronologique n'est autre qu'une suite d'observations d'un processus aléatoire $(X_t)_{t\in\theta}$, où θ désigne l'espace des temps.

Les séries chronologiques s'appliquent dans des domaines très variés, et elles s'intéressent à l'évolution d'un phénomène au cours du temps. L'objectif principal est de donner une prévision de ce phénomène dans le futur.

Au cours de ce travail nous avons étudié des modèles classiques pour prévoir les observations futures d'une série chronologique.

Notre travail est composé de trois parties :

- ✓ La première partie est consacrée à une présentation générale des séries chronologiques ainsi qu'à la description des moyennes mobiles.

- ✓ la deuxième partie est réservée à la modélisation des séries temporelle.

- ✓ La dernière partie concerne un type de prévision spécial intitulé le lissage exponentiel.

Chapitre I

Généralités sur les séries chronologiques

Introduction

Cette partie commence par une familiarisation avec les principaux aspects des séries chronologiques.
Nous donnons d'abord la définition des séries chronologiques, puis ses différentes composantes à savoir : la composante tendancielle, composante saisonnière et la composante résiduelle, nous présentons également les raisons qui motivent l'étude des séries chronologiques. Et enfin nous terminons avec la description des moyennes mobiles.

1-Définition d'une série chronologique

- On appelle série chronologique, ou bien encore chronique ou série temporelle, une suite d'observations d'une famille de variables aléatoire réelle notées $(X_t)_{t\in\theta}$, où θ est appelé espace de temps.
  L'indice temps peut être selon les cas, la seconde, la minute, l'heure, le jour, le mois, le trimestre, l'année …

Exemples :

- Nombre mensuel de vente de voitures neuves en France.
- Nombre annuel de naissance au Maroc.
- Nombre trimestriel de chômeurs aux Etats-Unis.
- Consommation d'électricité mensuelle.

Domaines d'application :

On trouve des exemples de séries chronologiques univariées dans de très nombreux domaines. La liste suivante n'est qu'un échantillon :

- ✓ Finance et économétrie : évolution des indices boursiers, des prix, des données économiques des entreprises, des ventes et achats de biens, des productions agricoles ou industrielles.

- ✓ Assurance : analyse des sinistres.
- ✓ Médecine /Biologie : suivi des évolutions des pathologies, analyse d'électro-encéphalogrammes et d'électrocardiogrammes.

- ✓ Traitement du signal : signaux de communications, de radars, de sonars, analyse de la parole.

- ✓ Traitement des données : mesures successives de position ou de direction d'un objet mobile (trajectographie).

- ✓ Sciences de la Terre et de l'Espace : indices de marées, variations de phénomènes physiques (Météorologie), évolution des tâches solaires.

2-Graphiques d'une série chronologique

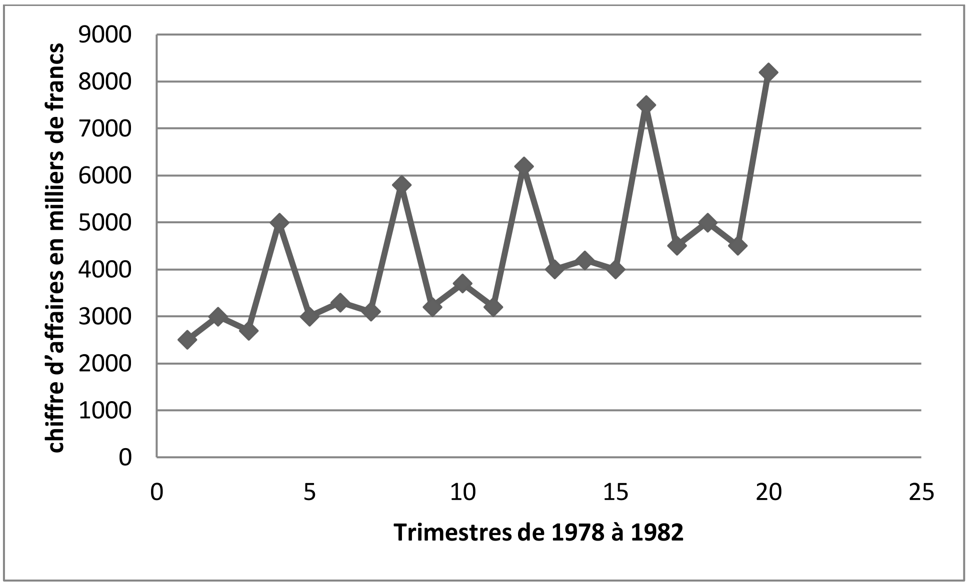
En général il y a deux manières pour présenter le graphe d'une série chronologique :

Graphe de la série chronologique : Type 1

On représente les points (t ; X_t), que l'on relie par des segments de droites.

On représente l'évolution de la grandeur considérée sur l'ensemble de la période observée.

Exemple 1 :



- Figure 1 : Représentation graphique de l'évolution d'une série trimestrielle du chiffre d'affaires en milliers de francs des ventes d'un magasin de 1978 à 1982.

L'évolution de la série peut être représentée par un autre type de graphe appelé graphe des courbes superposées.

Graphe des courbes superposées : Type 2

On représente les points (j ; $X_{i,j}$) que l'on relie par des segments de droites, ceci pour chacune des années i.

On représente ainsi l'évolution annuelle de la grandeur au cours des mois (pour chacune des années). On peut ainsi comparer le même mois j des différentes années, mais on ne voit pas l'évolution globale.

❖ Le lien qui existe entre ($X_{i,j}$) et (X_t)

Si les données s'écoulent sur n années, et chaque année contient p mois alors l'observation du j-ème mois de la i-ème année $X_{i,j}$ est également notée X_t avec t = (i – 1) × p + j

i prend les valeurs 1, 2, 3, … ,n

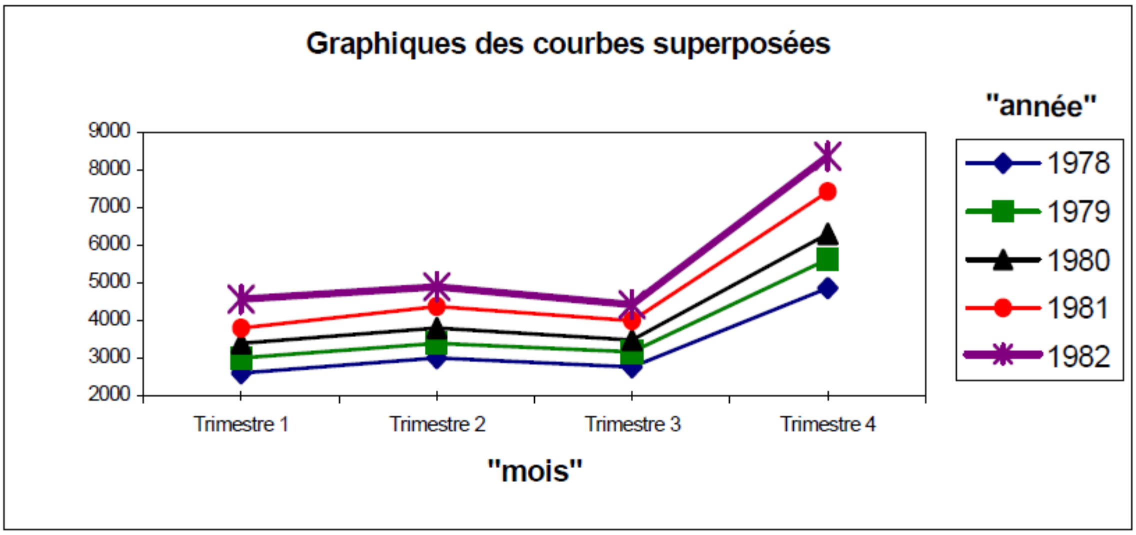
j prend les valeurs 1, 2, 3, … ,p

t prend les valeurs 1, 2, 3, … ,np

Remarque : p = 4 pour une série trimestrielle (car chaque année contient 4 trimestres)

p = 12 pour une série mensuelle (car chaque année contient 12 mois)

Exemple 2 :



- Figure 2 : Représentation graphique des courbes superposées d'une série trimestrielle du chiffre d'affaires en milliers de francs des ventes d'un magasin de 1978 à 1982.

Au cours de l'étude d'une série chronologique nous nous intéressons aux questions suivantes :

1) La série (X_t) croît ou décroît au cours du temps ?
2) Les variations de (X_t) sont-elles courtes et régulières ?
3) Y a-t-il des fluctuations exceptionnelles ?

Il faut donc déterminer les éléments qui constituent l'évolution de la série (X_t) : ce sont les composantes de l'évolution globale.

3-Les composantes fondamentales d'une série chronologique

On distingue en général qu'une série chronologique (X_t) est la résultante de trois composantes fondamentales :

- **la tendance** (ou trend) (C_t) représente l'évolution à long terme de la série étudiée. Elle traduit le comportement ''moyen'' de la série.

Les exemples 1 et 2 concernant l'augmentation du chiffre d'affaire de 1978 à 1982.

- **la composante saisonnière** (ou saisonnalité) (S_t) correspond à un phénomène qui se répète à intervalle de temps réguliers (périodiques i.e. $S_{(t+k\times p)} = S_t$). En général, c'est un phénomène saisonnier d'où le terme de variations saisonnières.

Ce phénomène est souvent traduit par les constatations suivantes :

- quasi stagnation entre le 1er et le 3ème trimestre.
- forte augmentation au 4ème trimestre.

Cela est facilement lisible sur le graphique (Type 2) des courbes superposées.
Par contre la diminution entre le 4ème trimestre et le 1er trimestre de l'année suivante est plus lisible sur le graphique (Type 1) de la série (X_t).

- **la composante résiduelle** (ou bruit ou résidu) (ε_t) correspond à des fluctuations irrégulières, en général de faible intensité et de nature aléatoire, elle provient de circonstances imprévisibles : catastrophes naturelles, crise boursière, grèves …, On parle aussi d'aléas.

<u>Remarque</u> :

- la période notée p des variations saisonnières est la longueur exprimée en unités de temps séparant deux variations saisonnières dues à un même phénomène.

Objectifs d'étude d'une série chronologique

Le but d'étude d'une série chronologique est de distinguer dans l'évolution de la série, une tendance « générale », des variations saisonnières qui se répètent chaque année, et des variations accidentelles imprévisibles.
L'intérêt de ceci est d'une part de mieux comprendre, de mieux décrire l'évolution de la série, et d'autre part de prévoir son évolution (à partir de la tendance et des variations saisonnières).

4- Les Moyennes Mobiles

Définition :

- ✓ La moyenne mobile, ou moyenne glissante, est un type de moyenne statistique utilisée pour analyser des séries ordonnées de données, le plus souvent des séries temporelles, en supprimant les fluctuations transitoires de façon à en souligner les tendances à plus long terme. Cette moyenne est dite mobile parce qu'elle est recalculée de façon continue, en utilisant à chaque calcul un sous-ensemble d'éléments dans lequel un nouvel élément remplace le plus ancien ou s'ajoute au sous-ensemble.

4-1 Les moyennes mobiles de longueur impaire

Définition :

✓ On appelle moyenne mobile centrée de longueur impaire *li* = 2 k +1, à l'instant t la valeur moyenne mm_t des observations $X_{t-k}, X_{t-k+1}, \ldots, X_t, X_{t+1}, \ldots, X_{t+k}$:

$$mm_t = (X_{t-k} + \ldots + X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + \ldots + X_{t+k}) / li$$

Exemple : Calcul des moyennes mobiles arithmétiques d'ordre 3

On a : 3=(2×1)+1 alors k=1

$$\therefore \quad mm_t = \frac{(X_{t-1} + X_t + X_{t+1})}{3}$$

t	X_t	mm_t
1	5	
2	3	(5+3+2)/3 = 3.33
3	2	(3+2+7)/3 = 4
4	7	(2+7+4)/3 = 4.33
5	4	(7+4+6)/3 = 5.67
6	6	(4+6+8)/3 = 6
7	8	

♦ Tableau 1-1 : La moyenne mobile d'ordre 3

4-1 Les moyennes mobiles de longueur paire

Définition :

✓ On appelle moyenne mobile centrée de longueur paire $lp = 2$ k, à l'instant t la valeur moyenne mm_t des observations $X_{t-k}, X_{t-k+1}, \ldots, X_t, X_{t+1}, \ldots, X_{t+k}$, la première et la dernière étant pondérées par 0.5 :

$$mm_t = (0.5\times X_{t-k} + \ldots + X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + \ldots + 0.5\times X_{t+k}) / lp$$

Exemple : Calcul des moyennes mobiles arithmétiques d'ordre 2

On a : 2=(2×1) alors k=1

$$\therefore\ mm_t = (0{,}5 \times X_{t-1} + X_t + 0.5 \times X_{t+1}) / 2$$

t	X_t	mm_t
1	5	
2	3	((0.5×5)+3+(0.5×2))/2=3.25
3	2	((0.5×3)+2+(0.5×7))/2=3.5
4	7	((0.5×2)+7+(0.5×4))/2=5
5	4	((0.5×7)+4+(0.5×6))/2=5.25
6	6	((0.5×4)+6+(0.5×8))/2=6
7	8	

♦ Tableau 1-2 : La moyenne mobile d'ordre 2

Propriétés des moyennes mobiles :

a- Une moyenne mobile de longueur d'ordre *p* arrête une fonction périodique de période *p*.

b- Une moyenne mobile transforme une fonction affine de la forme : $y = at + b$ en elle même.

c- Une moyenne mobile transforme la série des aléas (ε_t) en une série (e_t) moins dispersée ou plus lisse.

C'est-à-dire :

- ✓ les moyennes mobiles permet d'atténuer la composante accidentelle (résiduelle) tout en conservant les tendances linéaires : la série est dite «lissée », et est d'autant plus lissée que la longueur de la moyenne mobile est élevée.

Chapitre II

Modélisation d'une série chronologique

Introduction

Un modèle de série chronologique est une équation précisant la façon dont les composantes s'articulent les unes par rapport aux autres pour constituer la série chronologique. Il existe de très nombreux modèles, et parmi eux deux modèles classiques simples : le modèle additif et le modèle multiplicatif.

Remarque : Dans les deux modèles présentés, la longueur des moyennes mobiles doit être impérativement égale à la période des variations saisonnières.

1- Modèle additif

Dans un modèle additif, on suppose que les 3 composantes : tendance (C_t), variations saisonnières (S_t) et variations résiduelles (ε_t) sont indépendantes les unes des autres.
On considère que la série (X_t) s'écrit comme la somme de ces trois composantes :

$$\forall\, t=1,\dots,T \qquad X_t = C_t + S_t + \varepsilon_t$$

Le modèle additif s'exprime donc en général de la façon suivante :

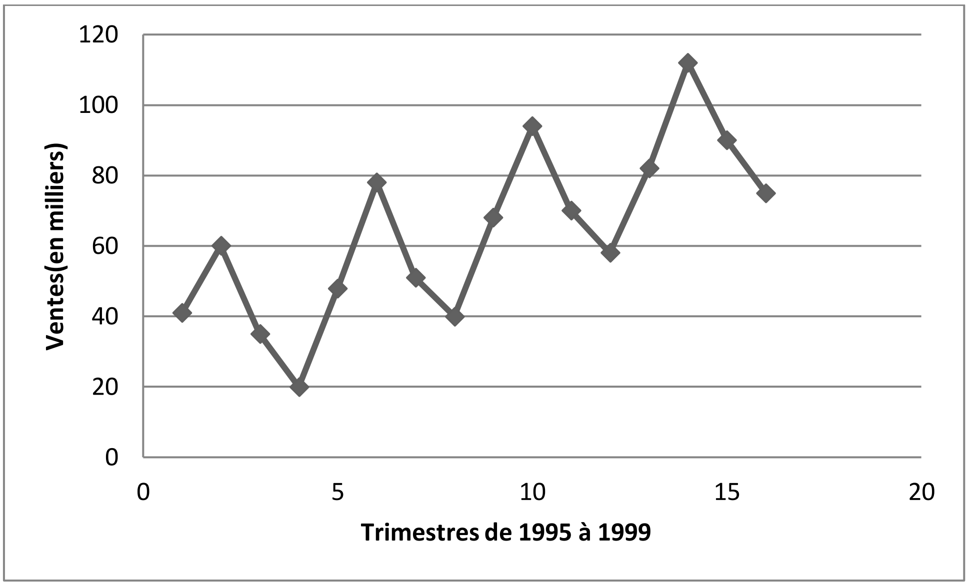
$$\forall i = 1, \dots, n,\ \forall j = 1, \dots, p \qquad X_{i,j} = C_{i,j} + S_j + \varepsilon_{i,j}$$

Définition : les termes S_j du modèle additif exprimé sous la forme précédente sont appelés coefficients saisonniers du modèle additif.

Remarque : Pour bien séparer la tendance de la composante saisonnière, et pour des raisons d'unicité dans la décomposition proposée, on impose que la somme des facteurs saisonniers doit être nulle c'est-à-dire : $\sum_{j=1}^{p} S_j = 0$

Exemple :

Graphiquement, l'amplitude des variations est constante autour de la tendance.



- Figure 3 : Exemple d'une série chronologique qui suit un modèle additif.

Estimation des paramètres dans le cas d'un modèle additif

- **Estimation préliminaire de la tendance**

Lorsque la tendance est linéaire, la méthode la plus simple et la plus utilisée est le lissage par moyenne mobile.

D'où le modèle additif devient :

$X_t = mm_t + S_t + \varepsilon_t \qquad \forall t=1 , \ldots , T$

Ou bien d'une manière générale :

$X_{i,j} = mm_{i,j} + S_j + \varepsilon_{i,j} \qquad \forall i = 1, \ldots, n , \forall j = 1, \ldots, p$

Remarque :

Le terme S_j caractérise la variation saisonnière à l'instant j de chaque période i : du trimestre j dans des données trimestrielles (p=4), du mois j dans des données mensuelles (p=12) etc. …

- **Estimation du mouvement saisonnier**

On peut calculer la différence entre l'observation et la tendance :

$\forall i = 1, \ldots, n$, $\forall$ $j = 1, \ldots, p$ $X_{i,j} - C_{i,j} = S_j + \varepsilon_{i,j}$

(On suppose que la composante accidentelle est relativement faible)

Nous avons vu précédemment que les moyennes mobiles de longueur l égale à la période des variations saisonnières p sont des approximations de la tendance. On peut donc considérer que la différence entre une observation $X_{i,j}$ et la moyenne mobile $mm_{i,j}$ correspondante est à peu près constante pour j fixé :

$\forall i = 1, \ldots, n$, $\forall j = 1, \ldots, p$ $X_{i,j} - mm_{i,j} \approx S_j$

<u>Remarque</u> :

Cette propriété est recherchée sur la représentation graphique de la série (X_t) pour déterminer si cette série suit un modèle additif ou non.

Les différences $X_{i,j} - mm_{i,j}$ sont donc des approximations des coefficients S_j. Leur moyenne (ou leur médiane), pour chaque colonne j, donne une première estimation S'_j:

$$S'_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_{i,j} - mm_{i,j}) \qquad j=1 ,\ldots,p$$

On obtiendra enfin les estimations définitives S_j en centrant ces termes S'_j:

- On calcule la moyenne des S'_j:

  $m_{S'} = \frac{1}{p}(S'_1 + \cdots + S'_p)$

- On centre en posant : $\forall j = 1, \ldots, p$ $S_j = S'_j - m_{S'}$

<u>Règle de calcul des estimations des coefficients saisonniers du modèle additif</u>

- On calcule les différences entre les observations et les moyennes mobiles.
- On calcule la moyenne ou la médiane S'_j des différences de chaque colonne du tableau.
- On calcule la moyenne $m_{S'}$ de ces valeurs S'_j.
- On obtient les estimations S_j en centrant les valeurs S'_j :

$S_j = S'_j - m_{S'}$ $\forall j=1 ,\ldots, p$

- <u>Estimation définitive de la tendance</u>

Une fois les coefficients saisonniers estimés à l'étape précédente, on retranche l'estimation du saisonnier à la série (X_t). La série ainsi obtenue est appelée série corrigée des variations saisonnières (série CVS), Cette opération s'appelle « désaisonnalisation » :

(On suppose que la composante accidentelle est relativement faible)

$$C_t \approx X_{cvs,t} = X_t - S_t \qquad \forall t = 1, . . . , T$$

La tendance décrite par $C_t$étant linéaire, on peut donc remplacer C_t par une fonction linéaire : $\hat{C}_t = a \times t + b$

Remarque : L'avantage de cette désaisonnalisation est de permettre la comparaison de deux observations soumises à des variations saisonnières différentes.

la détermination des coefficients a et b :

- La méthode des moindres carrées :

On cherche a et b tel que la somme des erreurs entre C_t et $\hat{C}_t$ au carrée soit minimale.

C'est-à-dire on cherche à minimiser :

$$\sum_{t=1}^{T}(C_t - \hat{C}_t)^2 = \sum_{t=1}^{T}(X_{cvs,t} - a \times t - b)^2$$

Le couple solution (a,b) est donc donnée par :

$$\boxed{a = \frac{COV(X_{cvs,t}; t)}{VAR(t)} \qquad \text{et} \qquad b = \overline{X_{cvs,t}} - a \times \bar{t}}$$

($\overline{X_{cvs,t}}$ et $\bar{t}$ étant les moyennes respectives de $X_{cvs,t}$ et t)

$$\text{avec : } \begin{cases} COV(X_{cvs,t};\ t) = (\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} X_{cvs,t} \times t) - (\overline{X_{cvs,t}} \times \bar{t}) \\ VAR(t) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} t^2 - (\bar{t})^2 \end{cases}$$

- La méthode des points médians (méthode de MAYER) :

On suppose ici aussi que la tendance est linéaire. Cette méthode est empirique et ne repose sur aucun critère d'erreur à minimiser. Elle peut cependant s'avérer efficace en présence de valeurs aberrantes. On choisit deux points de coordonnées (t_c ; $X_{cvs,c}$) et (t_d ; $X_{cvs,d}$) et on fait passer la droite par ces deux points.

Les coefficients (a,b) vérifient :

$$\begin{cases} X_{cvs,c} = a \times t_c + b \\ X_{cvs,d} = a \times t_d + b \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{X_{cvs,c} - X_{cvs,d}}{t_c - t_d} \\ b = X_{cvs,c} - tc \times \dfrac{X_{cvs,c} - X_{cvs,d}}{t_c - t_d} \end{cases}$$

Pour choisir les deux points, on constitue deux sous-séries d'observations en général d'effectifs égaux (à 1 prés). Puis on prend les points médians de chaque sous-série. On peut également prendre les points moyens.

La prévision

Afin de prévoir les valeurs futures de la série, on utilise l'estimation de la tendance et celle de la composante saisonnière. Plus précisément, si on souhaite prévoir une valeur de la série à l'instant T + h, où h ≥ 1, c'est-à -dire à l'horizon h, on utilise les estimations de la tendance et de la saisonnalité et on pose : $\widehat{X}_{T+h} = \widehat{C}_{T+h} + S_{T+h}$

L'erreur de prévision correspondante est : $\varepsilon_{T+h} = X_{T+h} - \widehat{X}_{T+h}$

(C'est-à-dire c'est l'erreur entre la valeur observée à l'instant T+h et la valeur estimée au même instant)

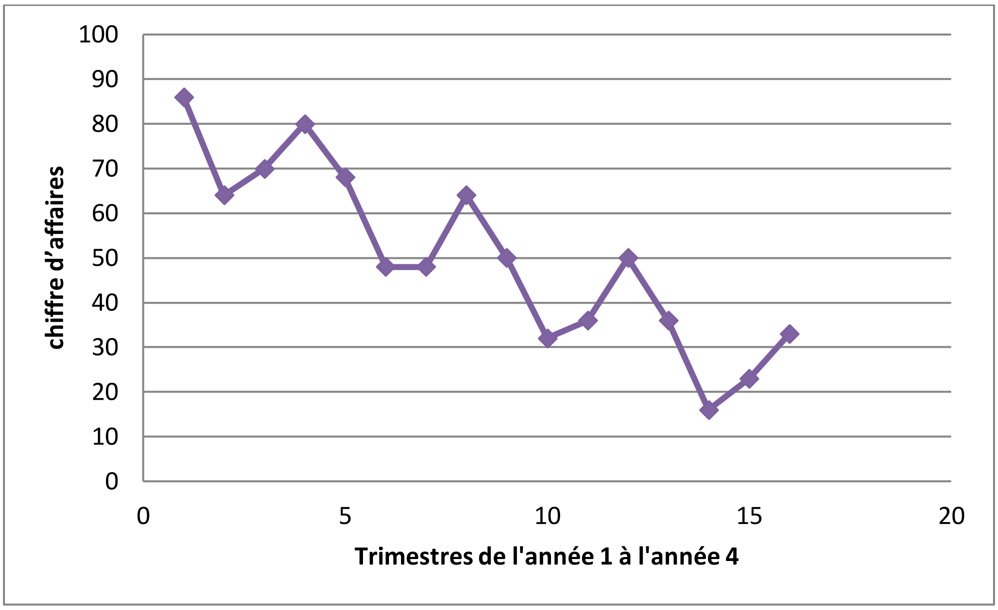
- Exemple d'application 1 :

Soit la série 1 de données du chiffre d'affaires en milliers d'euros d'une entreprise par quatre années divisées en trimestre :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	86	64	70	80
Année 2	68	48	48	64
Année 3	50	32	36	50
Année 4	36	16	23	33

- Tableau 2-1

Commençons par représenter cette série chronologique :



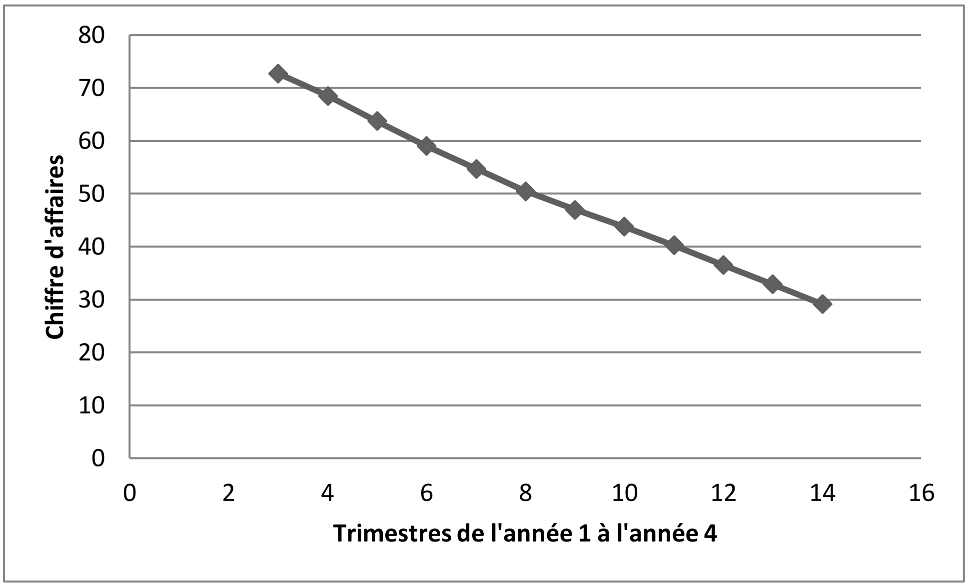
♦ Figure 4 : Représentation graphique de la série du tableau 2-1

➢ Estimation préliminaire de la tendance

Pour estimer la tendance on va utiliser la méthode des moyennes mobiles de longueur égale à 4 : on a $mm_t = (0.5\times X_{t-2} + X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + 0.5\times X_{t+2})$ d'où le tableau suivant :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	……..	……..	72.75	68.5
Année 2	63.75	59	54.75	50.5
Année 3	47	43.75	40.25	36.5
Année 4	32.875	29.125	……..	……..

♦ Tableau 2-2



♦ Figure 5 : Représentation graphique de la tendance par la moyenne mobile.

➢ <u>Estimation du mouvement saisonnier</u>

On calcule les différences entre les observations et les moyennes mobiles :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	……..	……..	-2 .75	11.5
Année 2	4.25	-11	-6.75	13.5
Année 3	3	-11.75	-4.25	13.5
Année 4	3.125	-13.125	……..	……..

♦ Tableau 2-3

<u>Remarque</u> : Les différences apparaissant dans une même colonne sont proches les uns des autres et caractérisent le modèle additif.

Les différences $X_{i,j} - mm_{i,j}$ sont donc des approximations des coefficients S_j. Leur moyenne pour chaque colonne j, donne une première estimation S'_j:

S'_1= 3.4583	S'_2= -11.9583	S'_3= -4.5833	S'_4= 12.8333

On calcule la moyenne des S'_j : $m_{s'}$= -0.0625

Les valeurs définitives sont obtenues en posant $S_j = S'_j - m_{s'}$:

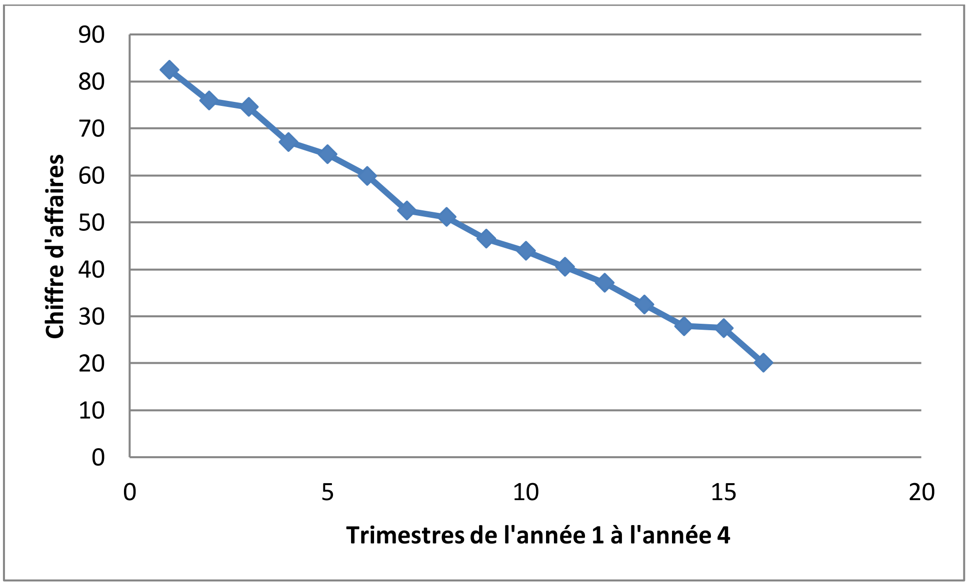
S_1= 3.5208	S_2= -11.8958	S_3= -4.5208	S_4= 12.8958

On vérifie bien que : $\sum_{j=1}^{4} S_j = 0$

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	82.4792	75.8958	74.5208	67.1042
Année 2	64.4792	59.8958	52.5208	51.1042
Année 3	46.4792	43 .8958	40.5208	37.1042
Année 4	32.4792	27.8958	27.5208	20.1042

- Tableau 2-4

Le tableau ci-dessus donne les différences $X_{i,j} - S_j \; \forall i, j = 1,2,3,4$, cette opération s'appelle « désaisonnalisation » et on obtient alors le graphe suivant de la série corrigée des variations saisonnières (série CVS) :



- Figure 6 : La « désaisonnalisation » de la série du tableau 2-1

➤ <u>Estimation définitive de la tendance</u>

Nous choisissons d'estimer la tendance par une droite, alors $\hat{C}_t = a \times t + b$

Sachant que : $C_t \approx X_{cvc,t} = X_t - S_t$

Par la méthode des moindres carrées, on trouve :

$a = \frac{COV(X_{cvs,t};\, t)}{VAR(t)}$

On a:

$$COV(X_{cvs,t};\ t) = \left(\frac{1}{16}\sum_{t=1}^{16} X_{cvs,t} \times t\right) - (\overline{X_{cvs,t}} \times \bar{t})$$

$$= \frac{1}{16}(1\times 82.4792 + 2\times 75.8958 + \ldots\ldots + 16\times 20.1042) - (50.25\times 8.5)$$

$$= 342.5 - 427.125 = -84.625$$

$$VAR(t) = \frac{1}{16}\sum_{t=1}^{16} t^2 - (\bar{t})^2 = \frac{1}{16}(1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots+16^2) - (8.5)^2 = 21.25$$

Alors :

- $a = -\frac{84.625}{21.25} = -3.982352941$
- $b = \overline{X_{cvs,t}} - a\times \bar{t} = 50.25 + 3.982352941\times 8.5 = 84.1$

D'où la droite de la tendance égale à : $\widehat{C}_t = -3.982352941\times t + 84.1$

Le modèle additif de la série chronologique devient : $X_t = -3.982352941\times t + 84.1 + S_t + \varepsilon_t$

La prévision :

Utilisons les estimées de la tendance et de la composante saisonnière. Ainsi à l'horizon 1 par exemple on prévoit :

$$\widehat{X}_{17} = -3.982352941\times 17 + 84.1 + S_{17}$$

On a : $S_{17} = S_1$ car : $17 = 1 + (4\times 4)$

Donc :

$$\widehat{X}_{17} = -3.982352941\times 17 + 84.1 + S_1$$

$$= -3.982352941\times 17 + 84.1 + 3.5208$$

$$= 19.9208 \approx 20$$

Pour juger de la qualité de nos estimations, on peut aussi faire des prévisions à l'horizon -1 et 0 et les comparer aux vraies valeurs :

- ✓ à l'horizon -1, on prévoit :

$$\widehat{X}_{15} = -3.982352941\times 15 + 84.1 + S_3$$

$$= -3.982352941\times 15 + 84.1 - 4.5208$$

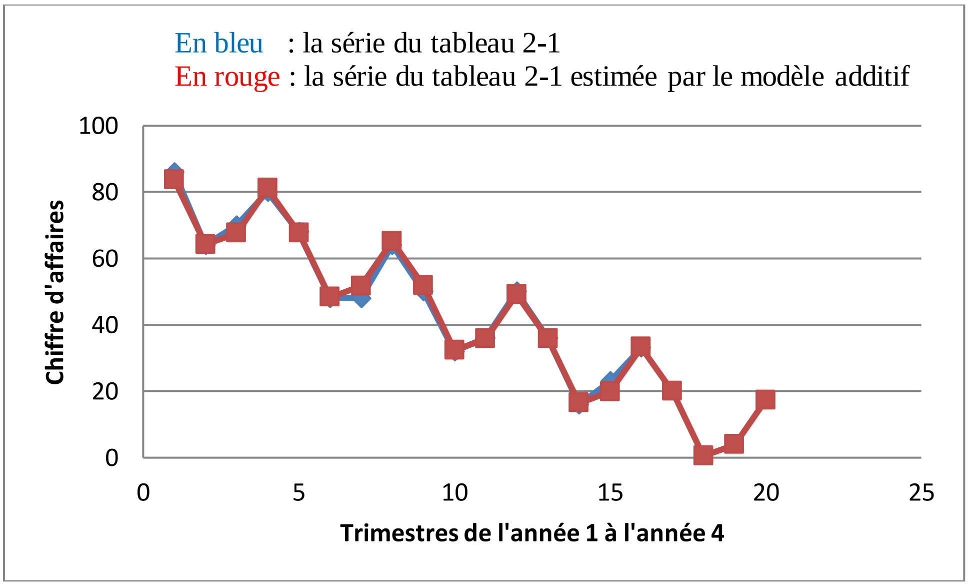
$$= 19.84390589 \approx 20 \qquad \text{à comparer à} \quad X_{15} = 23$$

✓ <u>à l'horizon 0, on prévoit</u> :

$$\hat{X}_{16} = -3.982352941 \times 16 + 84.1 + S_4$$

$$= -3.982352941 \times 16 + 84.1 + 12.8958$$

$$= 33.27815294 \approx 33 \qquad \text{à comparer à} \quad X_{16} = 33$$



♦ Figure 7 : La prévision de la série du tableau 2-1

2- Modèle multiplicatif

Dans un modèle multiplicatif la composante saisonnière de la série est proportionnelle au mouvement de longue période (trend).

On considère que la série (X_t) s'écrit de la manière suivante :

$\forall t=1, \ldots, T$	$X_t = C_t\,(1+S_t) + \varepsilon_t$

Ou bien :

$\forall i = 1, \ldots, n, \ \forall j = 1, \ldots, p$	$X_{i,j} = C_{i,j}\,(1+S_j) + \varepsilon_{i,j}$

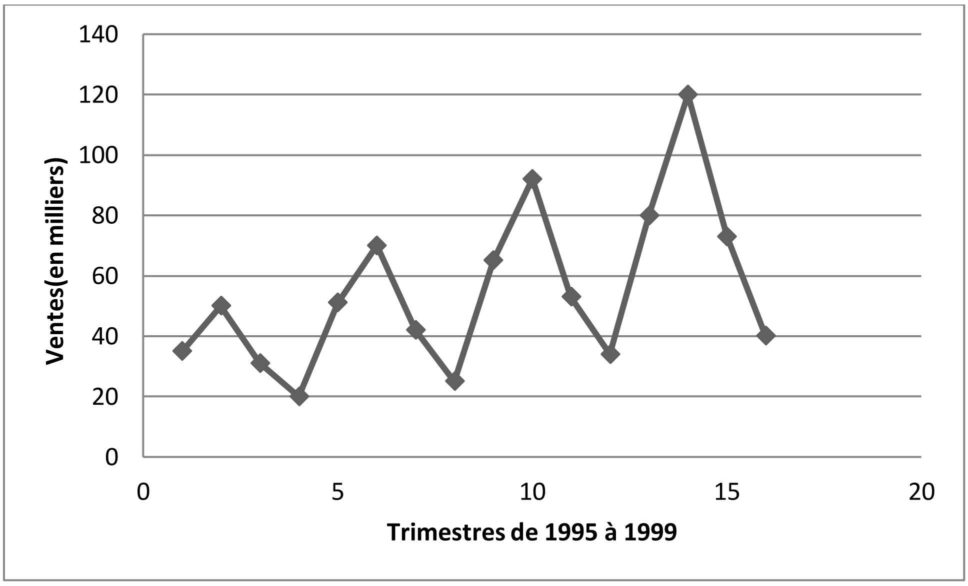
Définition : les termes $1+S_j$ du modèle multiplicatif exprimé sous la forme précédente sont appelés coefficients saisonniers du modèle multiplicatif.

Remarque : pour des raisons d'unicité dans la décomposition proposée, on impose que la somme des facteurs saisonniers doit être égale à p c'est-à-dire : $\sum_{j=1}^{p}(1+S_j)=p$

Exemple :

Graphiquement, l'amplitude des variations saisonnières varie

« Amplitude proportionnelle à la tendance ».



- Figure 8 : Exemple d'une série chronologique qui suit un modèle multiplicatif.

Estimation des paramètres dans le cas d'un modèle multiplicatif

➢ Estimation préliminaire de la tendance

Comme dans le cas d'un modèle additif, la méthode la plus simple et la plus utilisée pour estimer la tendance d'un modèle multiplicatif est le lissage par moyenne mobile.

D'où le modèle multiplicatif devient :

$$X_t = mm_t(1+S_t)+\varepsilon_t \quad \forall t=1,\ldots,T$$

Ou bien d'une manière générale :

$X_{i,j} = mm_{i,j}\,(1+S_j) + \varepsilon_{i,j} \quad \forall i = 1, \ldots, n\,,\ \forall j = 1,\ldots,p$

- Estimation du mouvement saisonnier

Pour quantifier les variations saisonnières, on considère les rapports $X_{i,j} / C_{i,j}$:

$$\forall i = 1, \ldots, n\,,\ \forall j = 1, \ldots, p \qquad \frac{X_{i,j}}{C_{i,j}} = (1 + S_j) + \frac{\varepsilon_{i,j}}{C_{i,j}}$$

En considérant que les variations accidentelles $\varepsilon_{i,j}$ sont faibles par rapport à la tendance $C_{i,j}$, et en utilisant l'approximation de la tendance par les moyennes mobiles on obtient :

$$\forall i = 1, \ldots, n\,,\ \forall j = 1, \ldots, p \qquad \frac{X_{i,j}}{mm_{i,j}} = 1+S_j$$

Remarque : Les rapports $\frac{X_{i,j}}{mm_{i,j}}$ sont donc des approximations des termes $(1+S_j)$ que l'on appelle coefficients saisonniers dans le cas du modèle multiplicatif.

On obtient des premières estimations $1 + S_j'$ des coefficients saisonniers en calculant la moyenne (ou la médiane) des rapports figurant dans chaque colonne. Par analogie avec les coefficients saisonniers S_j du modèle additif, dont la somme est égale à 0, on cherche des estimations définitives $(1+S_j)$ de somme égale à p.

- On calcule la moyenne :

$$m_{s'} = \frac{1}{p}\left(\ (1 + S_1') + \cdots + (1 + S_p')\ \right)$$

- On pose :

$$\forall j = 1, \ldots, p \ :\ 1 + S_j = \frac{1+S_j'}{m_{s'}}$$

Règle de calcul des estimations des coefficients saisonniers du modèle multiplicatif

- On calcule les rapports des observations aux moyennes mobiles.
- On calcule la moyenne ou la médiane des rapports $1 + S_j'$ de chaque colonne du tableau.
- On calcule la moyenne $m_{s'}$ de ces valeurs.
- On obtient les estimations $(1+ S_j)$ en posant : $1 + S_j = \frac{1+S_j'}{m_{s'}}$.

- Estimation définitive de la tendance

(On suppose que la composante accidentelle est relativement faible)

On a : $C_t \approx X_{cvs,t} = \frac{X_t}{1+S_t} \quad \forall t = 1, \ldots, T$

La série ainsi obtenue est appelée série corrigée des variations saisonnières (série CVS), Cette opération s'appelle « désaisonnalisation ».

La tendance décrite par C_t étant linéaire, on peut donc remplacer C_t par une fonction linéaire : $\hat{C}_t = a \times t + b$

la détermination des coefficients a et b :

De la même manière que le modèle additif on peut trouver les coefficients a et b pour le modèle multiplicatif soit par la méthode des moindres carrées soit par la méthode de Mayer.

Par la méthode des moindres carrées :

$$a = \frac{\mathrm{cov}(X_{cvs,t}\,;t)}{\mathrm{VAR}(t)} \quad \text{et} \quad b = \overline{X_{cvs,t}} - a \times \bar{t}$$

Par la méthode de Mayer :

$$\begin{cases} X_{cvs,c} = a \times t_c + b \\ X_{cvs,d} = a \times t_d + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{X_{cvs,c} - X_{cvs,d}}{t_c - t_d} \\ b = X_{cvs,c} - tc \times \dfrac{X_{cvs,c} - X_{cvs,d}}{t_c - t_d} \end{cases}$$

La prévision

Si on souhaite prévoir une valeur future de la série à l'instant T + h, où $h \geq 1$, c'est-à -dire à l'horizon h, on utilise les estimations de la tendance et de la saisonnalité et on pose : $\hat{X}_{T+h} = \hat{C}_{T+h}(1 + S_{T+h})$

L'erreur de prévision correspondante est : $\varepsilon_{T+h} = X_{T+h} - \hat{X}_{T+h}$

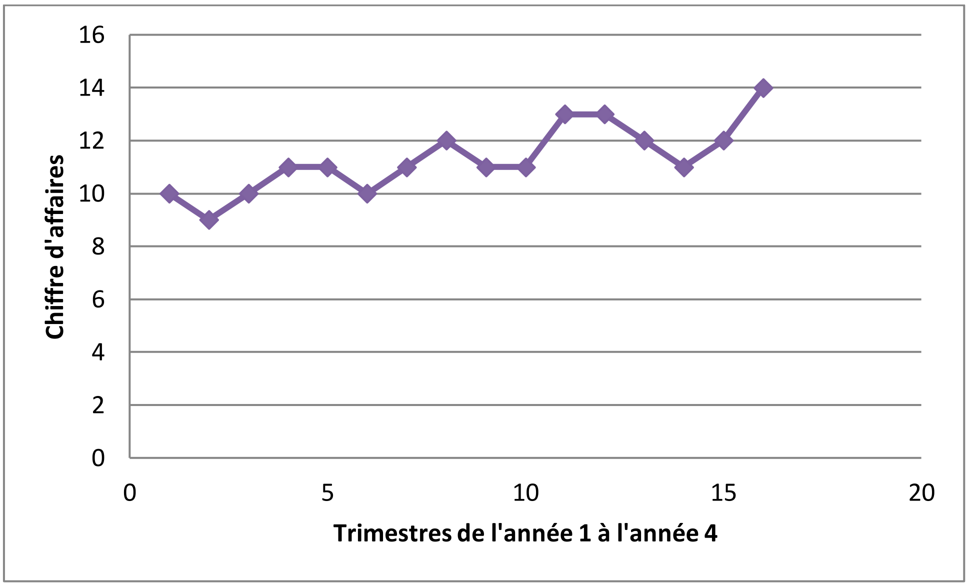
Exemple d'application :

Le tableau suivant est une série donnant le chiffre d'affaire en milliers d'euros d'une entreprise pour quatre années divisées en trimestre :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	10	9	10	11
Année 2	11	10	11	12
Année 3	11	11	13	13
Année 4	12	11	12	14

- Tableau 2-5

L'examen de la série montre un modèle multiplicatif, série croissante :



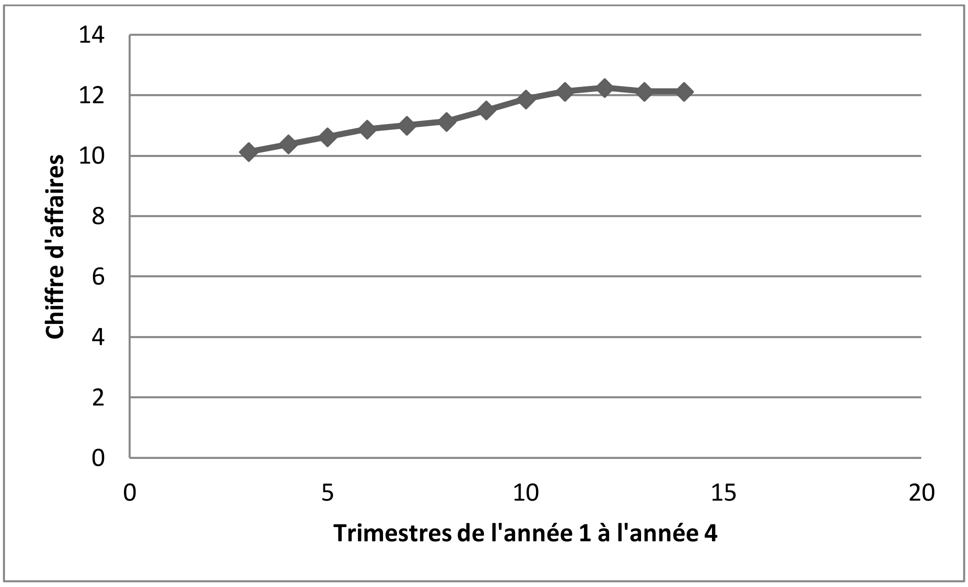
- Figure 9 : Représentation graphique de la série du tableau 2-5

➢ Estimation préliminaire de la tendance

Pour estimer la tendance on va utiliser la méthode des moyennes mobiles de longueur égale à 4 : on a $mm_t = (0.5\times X_{t-2} + X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + 0.5\times X_{t+2})$ d'où le tableau suivant :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	……..	……..	10.125	10.375
Année 2	10.625	10.875	11	11.125
Année 3	11.5	11.875	12.125	12.25
Année 4	12.125	12.125	……..	……..

- Tableau 2-6



♦ Figure 10 : Représentation graphique de la tendance par la moyenne mobile.

➢ Estimation du mouvement saisonnier

On calcule les rapports entre les observations et les moyennes mobiles :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	……..	....	0 .987654321	1.060240964
Année 2	1.035294118	0.9195402299	1	1.078651685
Année 3	0.9565217391	0.9263157895	1.072164948	1.06122449
Année 4	0.9896907216	0.9072164948	……..	……..

♦ Tableau 2-7

<u>Remarque</u> : Les rapports apparaissant dans une même colonne sont proches les uns des autres et caractérisent le modèle multiplicatif.

Les rapports $\frac{\mathrm{x_{i,j}}}{\mathrm{mm_{i,j}}}$ sont donc des approximations des coefficients $1 + S_j$. Leur moyenne, pour chaque colonne j, donne une première estimation $1 + S_j'$:

$1 + S_1'$=0.9938355262	$1 + S_2'$=0.9176908381	$1 + S_3'$=1.019939756	$1 + S_4'$=1.066705713

On calcule la moyenne des $1 + S'_j$: $m_{s'}$= 0.9995429583

Les valeurs définitives sont obtenues en posant $1 + S_j = \frac{1+S'_j}{m_{s'}}$:

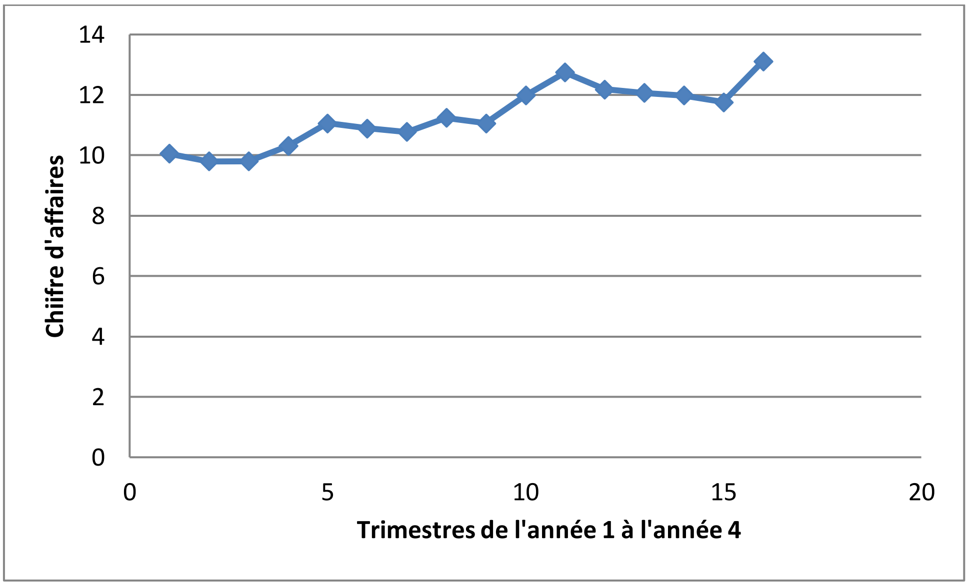
$1 + S_1$= 0.9942899582	$1 + S_2$= 0.9181104529	$1 + S_3$= 1.020406124	$1 + S_4$= 1.067193465

On vérifie bien que : $\sum_{j=1}^{4}(1 + S_j) = 4$

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	10.05742834	9.802742112	9.800019585	10.30740944
Année 2	11.06317117	10.89193568	10.78002154	11.24444667
Année 3	11.06317117	11.98112925	12.74002546	12.18148389
Année 4	12.068914	11.98112925	11.7600235	13.11852111

- Tableau 2-8

Le tableau ci-dessus donne les rapports $\frac{X_{i,j}}{1+S_j}$ $\forall i, j = 1,2,3,4$, cette opération s'appelle « désaisonnalisation », et on obtient alors le graphe suivant de la série corrigée des variations saisonnières (série CVS) :



- Figure 11 : La « désaisonnalisation » de la série du tableau 2-5

➢ Estimation définitive de la tendance

Nous choisissons d'estimer la tendance par une droite, alors $\hat{C}_t = a \times t + b$

Sachant que : $C_t \approx X_{cvc,t} = \frac{X_t}{1+S_t}$

En utilisant la méthode de Mayer, on trouve que :

a = 0.20230036 et b = 9.5830452

D'où la droite de la tendance égale à : $\hat{C}_t = 0.20230036 \times t + 9.5830452$

Le modèle multiplicatif de la série chronologique devient :

$X_t = (0.20230036 \times t + 9.5830452)(1 + S_t) + \varepsilon_t$

La prévision :

Utilisons les estimées de la tendance et de la composante saisonnière. Ainsi à l'horizon 2 par exemple on prévoit :

$$\hat{X}_{18} = (0.20230036 \times 18 + 9.5830452)(1 + S_{18})$$

On a : $1 + S_{18} = 1 + S_2$ car : 18 = 2+ (4×4)

Donc :

$$\begin{aligned}\hat{X}_{18} &= (0.20230036 \times 18 + 9.5830452)(1 + S_2)\\ &= 0.9181104529\,(0.20230036 \times 18 + 9.5830452)\\ &= 12.14150732 \approx 12\end{aligned}$$

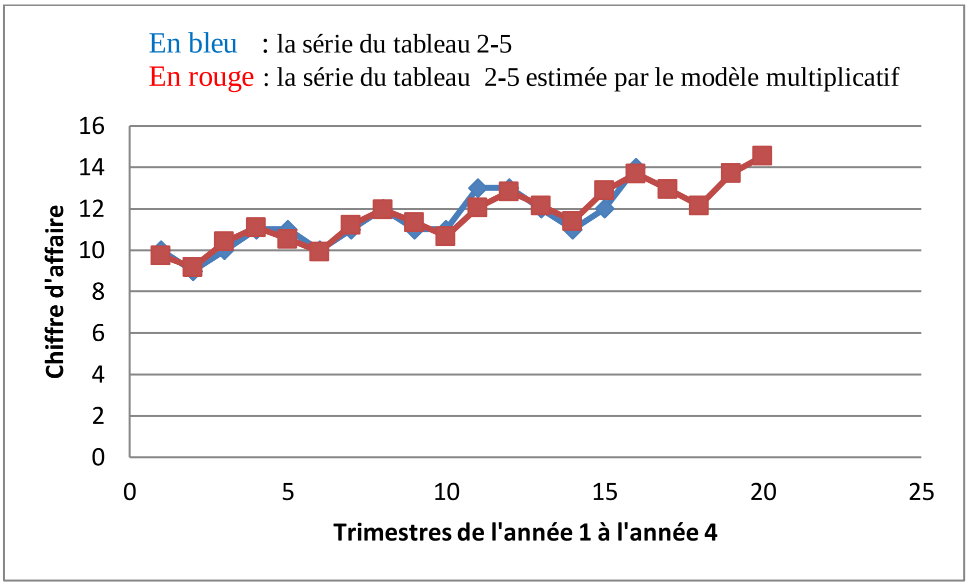
Pour juger de la qualité de nos estimations, on peut aussi faire des prévisions à l'horizon -1 et 0 et les comparer aux vraies valeurs :

- ✓ à l'horizon -1, on prévoit :

$$\begin{aligned}\hat{X}_{15} &= (0.20230036 \times 15 + 9.5830452)(1 + S_3)\\ &= 1.020406124\,(0.20230036 \times 15 + 9.5830452)\\ &= 12.87502059 \approx 13 \quad \text{à comparer à } X_{15} = 12\end{aligned}$$

- ✓ à l'horizon 0, on prévoit :

$$\begin{aligned}\hat{X}_{16} &= (0.20230036 \times 16 + 9.5830452)(1 + S_4)\\ &= 1.067193465\,(0.20230036 \times 16 + 9.5830452)\\ &= 13.68126117 \approx 14 \quad \text{à comparer à } X_{16} = 14\end{aligned}$$



♦ Figure 12 : La prévision de la série du tableau 2-5

La question naturelle qui se pose est : comment choisir le modèle adéquat pour une série chronologique ?

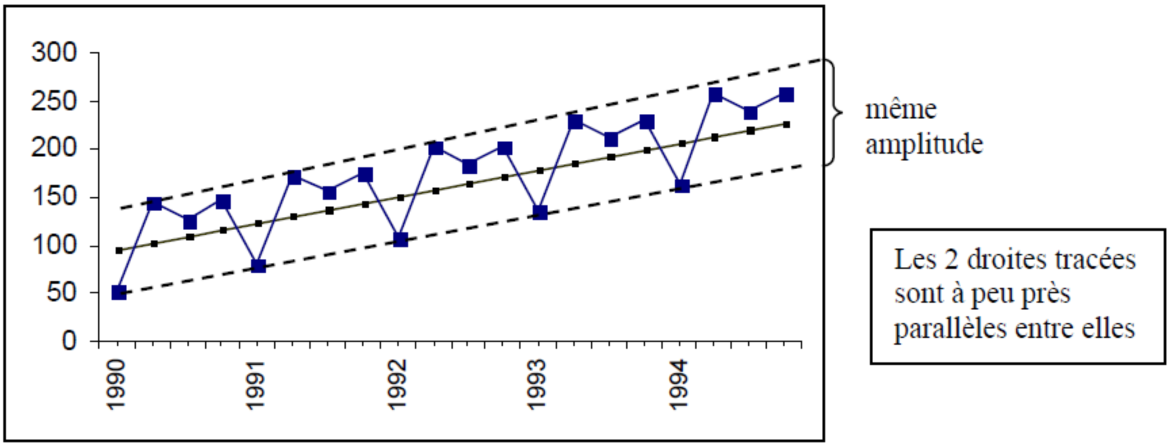
3- Choix du modèle

Méthode de la bande

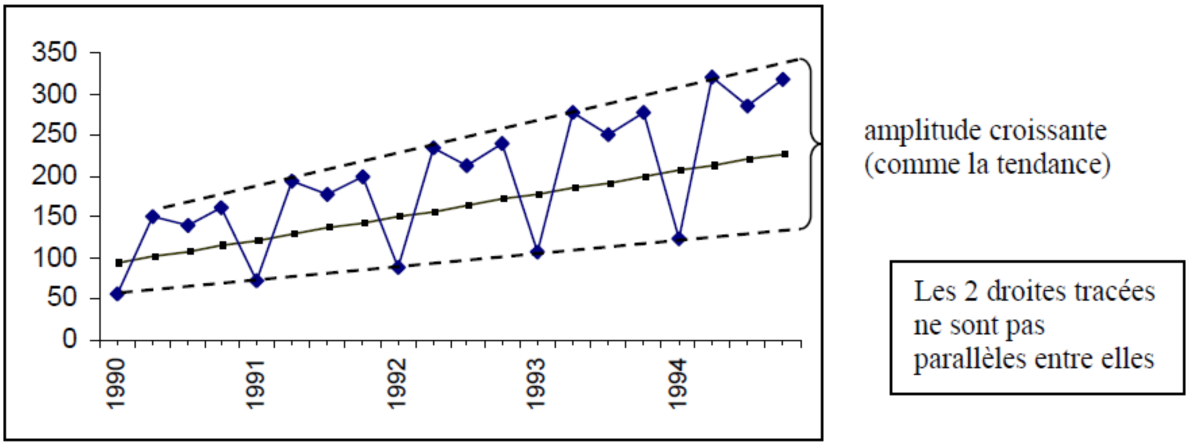
On utilise le graphe de la série et la droite passant par les minima et celle passant par les maxima.

- Si ces 2 droites sont à peu près parallèles : le modèle est additif.
- Si ces 2 droites ne sont pas parallèles : le modèle est multiplicatif.

Exemple 1 : le modèle additif



Exemple 2 : le modèle multiplicatif

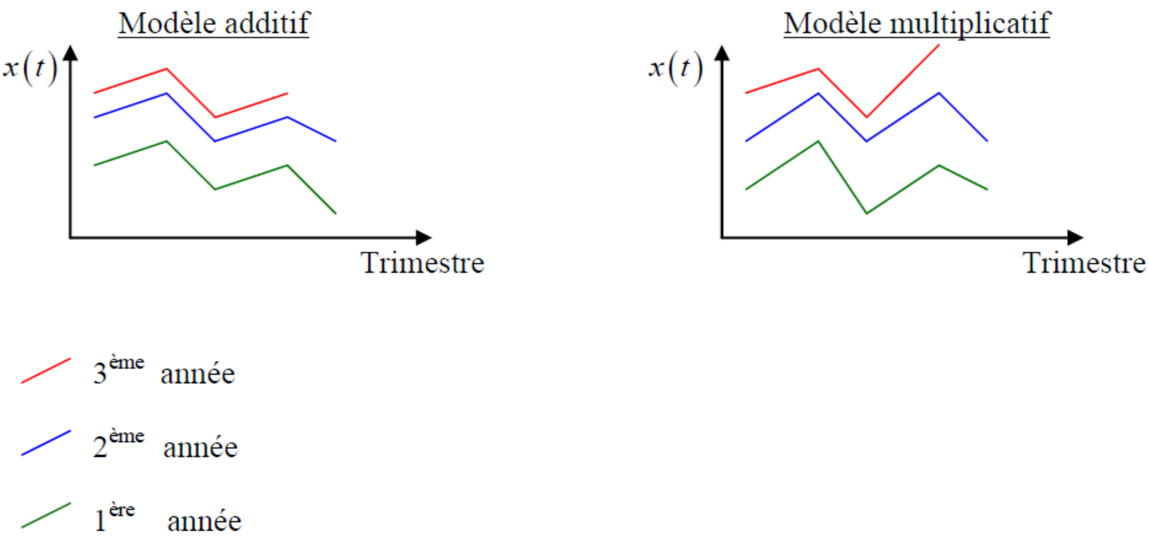


Méthode du profil

On utilise le graphique des courbes superposées

- Si les différentes courbes sont à peu près parallèles : le modèle est additif.
- Sinon (les pics et les creux s'accentuent) : le modèle est multiplicatif.

Exemple :



Méthode du tableau de Buys et Ballot

On calcule pour chacune des années, la moyenne et l'écart type.

On trace les points d'abscisse la moyenne et d'ordonnée l'écart type de la même année.

On trace la droite des moindres carrés de ces points

- Si l’écart type est indépendant de la moyenne le modèle est additif.

« La pente (a) de la droite des moindres carrés est très proche de 0 »

- Sinon l’écart type est en fonction de la moyenne le modèle est multiplicatif.

« La pente (a) de la droite des moindres carrés n’est pas nulle »

Chapitre III

Lissage Exponentiel

Introduction

Etant donnée une série d'observations $x_1, x_2, \ldots, x_N$, on s'intéresse aux prévisions qu'on peut donner à la date N pour les dates futures. De façon générale, la prévision faite à une date t pour l'horizon h, c'est-à-dire pour la date t+h, sera notée : $\hat{x}(t, h)$.

La méthode de lissage exponentiel simple procède par filtrage de la série de données avec les particularités suivantes :

- le filtre utilisé fait intervenir tout le passé (il est donc décentré à gauche).
- les poids attribués aux observations décroissent de façon exponentielle en fonction de l'ancienneté de ces observations.

Le lissage exponentiel simple ne s'applique qu'aux séries sans tendance ni saisonnalité. Tandis que les extensions de la méthode - méthodes de Holt et de Holt-Winters - permettent de tenir compte de la présence d'une tendance et/ou d'une saisonnalité.

Le succès de ces méthodes est dû à :

1. Leur simplicité.
2. La qualité des prévisions obtenues.

1- Lissage exponentiel simple

Le lissage exponentiel simple (LES) s'applique à des séries chronologiques **sans saisonnalité et à tendance localement constante**.

Description

La prévision à l'horizon 1 est donnée ici par la moyenne des observations passées, avec des poids décroissant avec l'ancienneté de façon géométrique :

$\hat{x}(N,1) = c_0 x_N + c_1 x_{N-1} + \cdots$

Avec $c_{t+1} = (1-\alpha)c_t$, $0 < \alpha < 1$. Avec la contrainte que la somme des poids fasse 1, on en déduit la forme des poids comme une fonction exponentielle de l'ancienneté:

$c_t = \alpha(1-\alpha)^t$, t=0,1,…

Enfin, La prévision n'a pour horizon que t + 1. Toutes les prévisions à horizon plus lointain seraient exactement les mêmes : $\hat{x}(N, h) = \hat{x}(N,1)$, h =1,2,...

Algorithme itératif :

L'évaluation des prévisions comme une moyenne de toutes les observations passées peut-être très coûteuse en temps de calcul. Heureusement on a la relation suivante :

$$\boxed{\hat{x}(N,1) = \alpha x_N + (1-\alpha)\,\hat{x}(N-1,1)}$$

Ce qui permet de calculer les prévisions à la date N de proche en proche. Pour initialiser l'algorithme, on adopte généralement le choix $\hat{x}(1,1) = x_1$

La formule ci-dessus donne une interprétation de la méthode: la prévision à la date *N* "corrige" la prévision antérieure avec l'observation présente. Le paramètre α régit l'importance du présent dans cette correction, par exemple : pour α =0 la prévision est la valeur la plus ancienne tandis que pour α =1, la prévision est donnée par l'observation présente.

Choix du paramètre α

Le choix de α dépend du but recherché. Supposons par exemple que l'objectif soit la prévision à l'horizon 1. Alors il est naturel de minimiser un critère faisant intervenir les erreurs de prévision à l'horizon 1 jusqu'à la date N, $e_t(\alpha) = \hat{x}(t,1) - x_{t+1}$, t=2,…,N-1 . On choisit souvent un critère de moindre carrés : $f(\alpha) = \sum_{t=2}^{N-1} (e_t(\alpha))^2$, et la valeur de α correspond au minimum du critère.

Exemple :

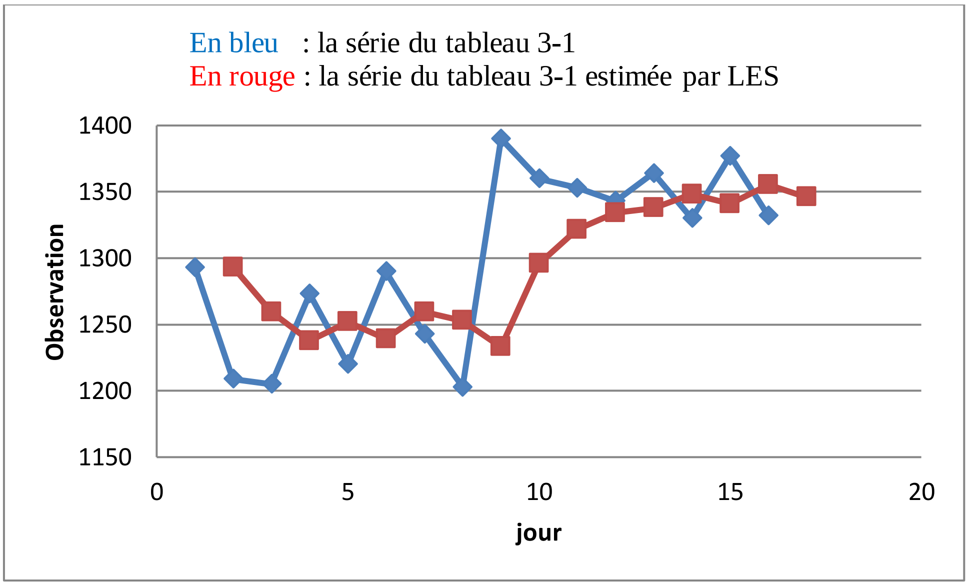
Soit la série des données suivantes :

jour	observation	Prévision pour $\alpha = 0.4$
1	1293	
2	1209	1293
3	1205	1259.4
4	1273	1237.6
5	1220	1251.8
6	1290	1239.1
7	1243	1259.4
8	1203	1252.9
9	1390	1233
10	1360	1295.8
11	1353	1321.5

12	1343	1334.1
13	1364	1337.7
14	1330	1348.2
15	1377	1341
16	1332	1355.3
17	……	1346

- Tableau 3-1

La représentation graphique :



- Figure 13 : La prévision par lissage exponentiel simple de la série du tableau 3-1

2- Méthode de Holt

- Il s'agit d'une adaptation du lissage exponentiel simple aux séries présentant une tendance mais sans saisonnalité évidente. Elle opère au plan local le lissage simultané du "niveau" de la série L_t et de la pente b_t de la tendance, au moyen des équations récursives :

$$L_t = \alpha x_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$
$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)\, b_{t-1}$$

L_t s'interprète comme une estimation de la tendance à la date t, et b_t comme une estimation de la pente.

La prévision à l'horizon *h* est définie par:

$$\hat{x}(t,h) = L_t + hb_t$$

On retrouve le lissage exponentiel simple pour β =0, et b_1=0. Dans ce cas on a tout simplement : $\hat{x}(t,1) = L_t$

Initialisation

Le plus simple consiste à prendre $L_1 = x_1$ et $b_1 = x_2 - x_1$,mais d'autres techniques peuvent être envisagées, par exemple une régression linéaire sur les premières valeurs pour donner une estimation locale de la tendance initiale.

Choix des paramètres

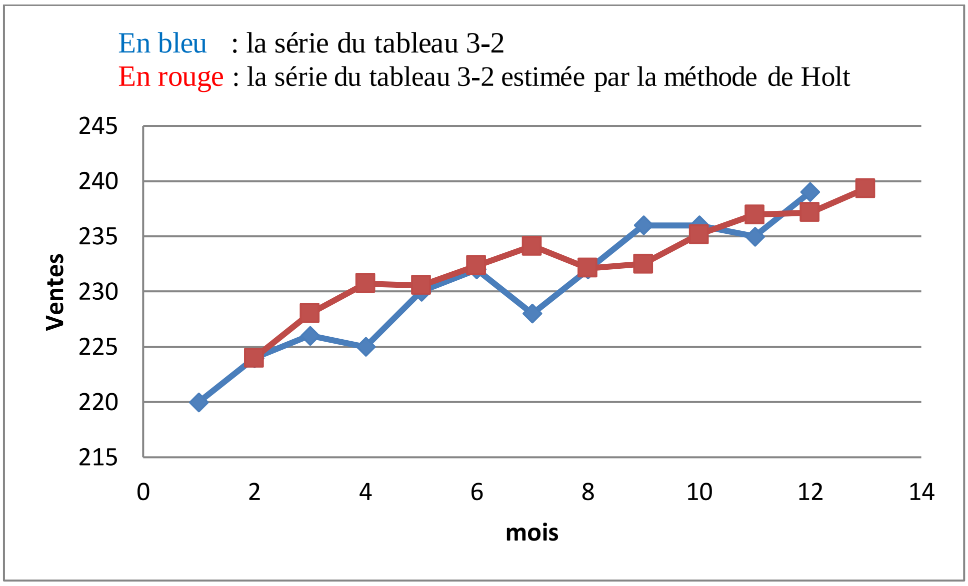
On peut choisir α, β de façon à minimiser, par exemple, un critère de moindres carrés des erreurs de prévisions : $e_t(\alpha, \beta) = \hat{x}(t,1) - x_{t+1}$

Exemple : $\alpha = 0.4$ et $\beta = 0.6$

mois	ventes	L_t	b_t	Prévision
Janvier 2000	220	220	4	
Février	224	224	4	224
Mars	226	227.2	3.52	228
Avril	225	228.4	2.15	230.72
Mai	230	230.35	2.01	230.55
Juin	232	232.21	1.92	232.36
Juillet	228	231.68	0.45	234.13
Août	232	232.08	0.42	232.13
septembre	236	233.9	1.26	232.5
Octobre	236	235.5	1.46	235.16
Novembre	235	236.17	1	236.96
Décembre	239	237.9	1.43	237.17
Janvier 2001	……			239.33

- Tableau 3-2

La représentation graphique :



♦ Figure 14 : La prévision par la méthode de Holt

3- Méthode de Holt-Winters

➢ Ce sont les méthodes à privilégier parmi les techniques de lissage exponentiel dans le cas de séries d'observations présentant à la fois un terme de tendance et une saisonnalité. Elles opèrent le lissage simultané de 3 termes correspondant respectivement à des estimations locales du niveau de la série désaisonnalisée L_t , de la pente de la tendance $b_t$et de la saisonnalité S_t. On peut citer au moins deux méthodes dont l'une est adaptée aux séries admettant une décomposition multiplicative et l'autre correspondant aux décompositions additives.

3-1 Holt-Winters : version multiplicative

En notant *k* la périodicité naturelle de la série, les équations sont les suivantes:

$$L_t = \alpha \frac{x_t}{S_{t-k}} + (1-\alpha)(\ L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(\ L_t - \ L_{t-1}) + (1\text{-}\ \beta)\ b_{t-1}$$

$$S_t = \gamma \frac{x_t}{L_t} + (1-\gamma)\ S_{t-k}$$

La prévision à l'horizon *h* est donnée par :

$$\hat{x}(t,h) = (\ L_t + hb_t)\ S_{t-k+h}$$

Initialisation

L'initialisation de l'algorithme requiert cette fois 3k valeurs: $L_1, \dots, L_k, b_1, \dots, b_k, S_1, \dots, S_k$.

Il est naturel de choisir pour t=1,…,k :

- ✓ $L_t = \frac{x_1 + \cdots + x_k}{k}$
- ✓ $b_t = \frac{1}{k}\left(\frac{x_{1+k} - x_1}{k} + \ldots + \frac{x_{2k} - x_k}{k}\right)$
- ✓ $S_t = \frac{x_t}{L_t}$

mais d'autres choix restent possibles.

Choix des paramètres

Le choix de α, β, γ peut être fait là encore en minimisant un critère des moindres carrés des erreurs de prévision : $e_t(\alpha, \beta, \gamma) = \hat{x}(t,1) - x_{t+1}$

Exemple :

t	Valeur observée : x_t
1	10
2	9
3	10
4	11
5	11
6	10
7	11
8	12

- Tableau 3-3

On a :

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \frac{10+9+10+11}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = \frac{1}{4}\left(\frac{x_5 - x_1}{4} + \frac{x_6 - x_2}{4} + \frac{x_7 - x_3}{4} + \frac{x_8 - x_4}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$S_1 = \frac{x_1}{L_1} = 1 \; ; \; S_2 = \frac{x_2}{L_2} = 0.9 \; ; \quad S_3 = \frac{x_3}{L_3} = 1 \; ; \; S_4 = \frac{x_4}{L_4} = 1.1$$

Avec ces paramètres on peut faire la prévision de la valeur de x_5 :

$\hat{x}(4,1) = (L_4 + b_4) S_{4-4+1} = (L_4 + b_4) S_1 = (10 + \frac{1}{4}) \times 1 = 10.25$ à comparer avec la vraie valeur observée $x_5 = 11$

- ✓ Pour faire la prévision à l'horizon h, il faut calculer les trois paramètres récursifs : L_t, b_t, S_t et appliquer la formule de la prévision : $\hat{x}(t,h)=(L_t+hb_t) S_{t-k+h}$

3-2 Holt-Winters : version additive

Le système d'équations est donné par :

$$L_t = \alpha(x_t - S_{t-k}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$
$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)\, b_{t-1}$$
$$S_t = \gamma(x_t - L_t) + (1-\gamma)S_{t-k}$$

et la prévision à l'horizon *h* par :

$$\hat{x}(t,h) = L_t+hb_t+S_{t-k+h}$$

Le choix des valeurs initiales et des paramètres se fait de façon tout à fait analogue au cas multiplicatif.

Remarque :

La Composante / La Méthode	Tendance	Saisonnalité
Lissage exponentiel simple	Non	Non
Méthode de Holt	Oui	Non
Méthode de Holt-Winters	Oui	Oui

- ✓ Avant de choisir une méthode de prévision, il importe de bien analyser la série : tendance, composante saisonnière. Une bonne connaissance de l'historique de la série est indispensable pour un choix pertinent de la méthode de prévision.

Critique des méthodes de lissage exponentiel

L'avantage des méthodes vues dans cette partie pour la prévision, est de fournir une prévision "Bon marché" (peu coûteuse en moyens) et parfois très satisfaisante.

Les inconvénients les plus flagrants sont de deux ordres. Tout d'abord, rien ne garantit l’optimalité de la méthode sur une série de donnée : les méthodes de lissage exponentiel sont parfois loin d'être les mieux adaptées. D'autre part, elles sont incapables de fournir des intervalles de prévision, c'est-à-dire un intervalle contenant la prévision avec une probabilité donnée.

Conclusion Générale

Une chronique ou série temporelle est une distribution à deux dimensions dont l'une est le temps.

L'analyse d'une chronique consiste à mettre en évidence et à classer les facteurs qui influent sur la grandeur considérée. Ces mouvements peuvent être de plus ou moins long terme. La périodicité d'une chronique est la durée qui sépare deux observations.

On distingue trois composantes du mouvement d'une chronique : la tendance (C_t), les variations saisonnières (S_t), les variations aléatoires ou accidentelles (ε_t).

Il est possible de fournir un modèle des séries chronologiques reposent sur l'hypothèse d'une relation entre les composantes. Cette relation peut s'exprimer par une composition additive des mouvements ou une composition multiplicative.

Enfin nous insistons sur le fait, que quelle que soit la méthode utilisée, il faut être vigilant sur les prévisions effectuées qui peuvent être dans certains cas totalement aberrantes, donc il faut bien choisir le modèle qui ajuste au mieux les données de la chronique.

Bibliographie

[1] https://www.math.univ-toulouse.fr/~lagnoux/Poly_SC.pdf

[2] https://www.emse.fr/~roustant/.../polycopie_series_temporelles_2008_2009.pdf

[3] foucart.thierry.free.fr/StatPC/livre/Chapitre_8.pdf

[4] www.i3s.unice.fr/~crescenz/.../introduction-series-chronologiques_chapitre-1.pdf

[5] kiwidream.free.fr/download/S1TC_statistiques/cours/S1TCstatsCH5seriechrono.doc

[6] https://fr.wikipedia.org/wiki/Moyenne_mobile

[7] 0-SC-CS_-_Prevision_et_saisonnalite-_Boite_a_outils-_G_Frechet-_15_05_2010.pdf