



Année Universitaire : 2010-2011

**Filière ingénieurs
Industries Agricoles et Alimentaires**



Rapport de stage de fin d'études

**Application de la méthode des plans d'expériences à
l'optimisation du procédé de fabrication des Pains Packs.**

Réalisé par l'élève-ingénieur:

Sara EL HACHI

Encadré par:

- M^{me} : Jamila AL FIGUIGUI (FST Fès)
- M^r : Abdellatif BELAMLIH (COSUMAR)

Présenté le 28 Juin 2011 devant le jury composé de:

- M^{me} : J. AL FIGUIGUI.
- M^{me} : K. MOUGHAMIR.
- M^r : K. MISBAHI.
- M^r : N. CHADLI.
- M^r : A. HILALI.

Stage effectué à : COSUMAR- Casablanca.



Filière Ingénieurs IAA

Mémoire de fin d'études pour l'obtention du Diplôme d'ingénieur d'Etat

Nom et prénom: EL HACHI SARA

Année Universitaire : 2010/2011

Titre: Application de la méthode des plans d'expériences à l'optimisation du procédé de fabrication des Pains Packs.

Résumé

La société COSUMAR a lancé en 2007 son nouveau projet Pains Packs pour la fabrication des pains de sucre moulés à pression automatiquement.

Ce projet rentre dans le cadre de l'optimisation des caractéristiques des pains de Sucre fabriqués par les machines de l'usine Pains Packs, afin d'avoir un poids stable, de minimiser la durée du cycle de production et de minimiser le taux de déchets.

Cette étude s'est penchée sur la détermination des facteurs influents, la modélisation mathématique ainsi que l'optimisation des différentes réponses étudiées et ce par le biais d'un protocole expérimental, comportant :

Un plan de Placket et Burman, un plan de surface de réponse et une fonction de désirabilité.

Le criblage des facteurs influençant les réponses étudiées nous a permis de sélectionner les facteurs influents sur chaque réponse pour le poids (le brix, l'humidité, le poids du sucre granulé, V1 et le temps de précompression) , pour la durée du cycle de production (le poids du sucre granulé, V1, V2, le temps de compression, le temps de démoulage et le temps de démoulage d'urgence) et pour le taux de déchets (temps de mélange, V1, temps de compression, temps de démoulage , temps de nettoyage et eau temps de retard).

L'utilisation des plans d'expériences et plus spécifiquement les plans à surfaces de réponses (plan de Box Behnken) nous a permis de modéliser les réponses étudiées. Aussi l'étude de la fonction désirabilité a permis de trouver les niveaux des paramètres répondant aux objectifs fixés préalablement. Ainsi à la lumière de ces résultats nous recommandons de travailler avec :

Une Humidité= 2%

Un temps de démoulage d'urgence= 510ms

Un temps de démoulage = 2220ms

V1=70% et V1→V2= 1550g.

Mots clés: Plans d'expériences, Procédé de fabrication des Pains Packs, Plan de surface de réponse, fonction désirabilité, Plan de Placket et Burman.



INTRODUCTION GENERALE

L'industrie sucrière est l'une des plus anciennes industries agro-alimentaires. Elle mobilise d'importants secteurs industriels notamment les sucreries qui produisent le sucre brut à partir de la betterave ou de la canne à sucre et les raffineries qui transforment le sucre brut en sucre raffiné.

Pionnière au Maroc dans ce secteur d'activité et première entreprise de la filière sucrière, la COMPAGNIE SUCRIERE MAROCAINE DE RAFFINAGE ou COSUMAR, produit depuis 80 ans, du pain de sucre. Un produit riche en valeurs traditionnelles, dont les habitudes de consommation est séculaire et fidèle à cette tradition. En outre COSUMAR s'est installée dans la modernité, en proposant toute une gamme de sucre, adaptée aux habitudes de consommation d'aujourd'hui.

Dans un cadre de compétitivité, COSUMAR se voit donc dans l'obligation d'assurer sa mise à niveau par l'optimisation de ses moyens humains, techniques et matériels, en vue d'assurer sa compétitivité dans un contexte où seuls les plus performants seront viables.

C'est dans ce cadre que la société COSUMAR a lancé en 2007 son nouveau projet Pains Packs pour la fabrication des pains de sucre moulés à pression automatiquement.

Cependant l'instabilité des valeurs des caractéristiques des pains de sucre fabriqués par les machines Pains Packs, à savoir : le poids, la durée du cycle de production et le taux de déchets, est un problème que cherchent à combattre les ingénieurs et techniciens de l'usine Pains Packs.

Les causes d'instabilité peuvent être multiples et mal identifiées. Elles sont généralement impossibles à éradiquer : variabilité de la qualité du sucre granulé utilisé, variation des conditions d'environnement, variabilité de la tension d'alimentation en énergie électrique, variabilité de la pression, etc.... Il est donc illusoire de chercher à éliminer la plupart de ces facteurs bruits sous peine d'accroître considérablement le coût de production.

En effet l'élimination de ces causes parasites est souvent économiquement inenvisageable, la stratégie consiste alors à identifier les valeurs des paramètres contrôlables, qui réduisent leur impact, ce qui nécessite l'utilisation d'une approche scientifiquement rigoureuse à savoir les plans d'expériences. Ces derniers constituent un outil capable de répondre à toutes les exigences dans un laps de temps le plus court possible. L'objectif des plans d'expériences est donc de répondre à nos questions en proposant des méthodes mathématiques permettant d'organiser un nombre réduit d'essais expérimentaux dont les résultats sont exploitables.

C'est dans le cadre de la recherche des "bonnes valeurs" à donner aux paramètres contrôlables que ce projet m'a été confié. A travers ce travail nous visons donc :

- A respecter les caractéristiques des pains de sucre désirées (poids) tout en minimisant solidairement :

- La dispersion des valeurs mesurées par rapport à leur valeur moyenne.
- L'écart entre cette la valeur moyenne et la valeur cible à atteindre.

- A minimiser le taux de déchets pendant la fabrication voir optimiser la durée du cycle de production.

La réalisation de ce travail commence par le choix des facteurs consistant alors à un "brainstorming" et des discussions avec les différents opérateurs des machines Pains Packs, d'où



doit découler une liste exhaustive de tous les facteurs supposés avoir une influence sur les résultats. Les paramètres pouvant être modifiés seront retenus afin d'en sélectionner ceux à forte influence sur les résultats, via un plan de criblage. Ces facteurs serviront à la modélisation mathématique des différentes réponses étudiées, qui verra son application dans la recherche des points optimaux satisfaisant les objectifs fixés.

Ce travail est intéressant de deux points de vue : tout d'abord par l'expérimentation industrielle associée, intégrant la mouleuse KAUTZ ; ensuite par le choix de la démarche expérimentale.

Dans ce mémoire, il sera question de présenter sommairement l'établissement d'accueil et le procédé de fabrication du sucre au sein de la COSUMAR.

Dans une première partie nous allons donner des notions fondamentales sur les plans d'expériences, présenter une description de la fabrication des pains de sucre par le procédé Pains Packs et décrire la mouleuse KAUTZ.

Dans une deuxième partie, il sera question de présenter l'étude que nous avons menée au sein de la COSUMAR qui touche à différents aspects tels que la stabilisation du poids des pains de sucre, la minimisation du taux de déchets et l'optimisation de la durée du cycle de production. Ces points atteints permettront à COSUMAR de gagner la productivité des pains de sucre.

Chapitre préliminaire : présentation de l'organisme d'accueil

I. Présentation de la COSUMAR

1. Historique :



La COSUMAR a été fondée en Avril 1929 sous le sigle « COSUMA » par la société SAINT-LOUIS de Marseille, pour une capacité de production quotidienne de 100 tonnes de sucre par jours à partir de 1932.

- **Au 1er janvier 1967** : des accords entre l'état marocain et COSUMA ont donné naissance à COSUMAR. La participation de l'état était de 50% du capital et la production de 900 tonnes par jour.
- **En 1985** : L'ONA « Omnim Nord Africain » a participé avec 55% du capital de la COSUMAR. Le reste étant détenu par :
 - La SNI (Société Nationale des Investissements) avec 30%.
 - La CIMR (Caisse Interprofessionnelle Marocaine de Retraite) avec 6.5%.
 - Les porteurs avec 5%.
- **En 2005** : acquisition des 4 sociétés publiques : SUNABEL- SURAC (Gharb et loukkos)- SUTA(Tadla)-SUCRAFOR (moulouya), par la COSUMAR.
- **En 2006** : la COSUMAR lance un projet d'extension **de la capacité de traitement de betteraves** à 15.000 tonnes par jour de la sucrerie de Sidi Bennour, avec un investissement de 850 MDH
- **En 2007** : la COSUMAR lance le projet d'extension et de modernisation de la raffinerie de Casablanca, avec un montant d'investissement de 120 MDH

2. Fiche technique :

Tableau 1 : Informations générales sur la COSUMAR

Président directeur général :	Mohammed FIKRAT
Directeur général :	Mohamed LAZAAR
Directeur Général Adjoint:	Naïma BEN OSMANE
Directeur Financier:	Naïma BEN OSMANE
Siège Social :	8. Rue El Mouatamid Ibnou Abbad. BP: 3098. Casablanca
Téléphone :	(212) 022 40 13 63 / (212) 022 67 83 00
Fax :	(212) 022 24 10 71
Site Internet :	http://www.cosumar-ona.com/
Commissaires aux Comptes :	Ernst & Young / Price Waterhouse
Personne(s) à contacter par les actionnaires :	Naïma BEN OSMANE
Comptes Approuvés par AGO du :	19 mai 2006
Secteur d'Activité :	Agroalimentaires/Production
Date de constitution :	01 avril 1929
Date d'introduction :	03 juin 1985
Capital Social :	419 105 700,00 MAD

tion annuelle :

Avec la commercialisation d'un tonnage de 600 000 t/an, la COSUMAR contribue à la satisfaction d'environ 70% des besoins du marché national.



- Production journalière :

La production journalière a progressé régulièrement pour atteindre actuellement 2400 t/j.

- Energie :

La COSUMAR produit la quasi-totalité de ses besoins en énergie grâce à sa **centrale thermique**.

- Produits de la COSUMAR :

Le sucre raffiné de la COSUMAR est présenté sous diverses formes pour la vente :

- Pains de sucres de 2Kg en cartons de 20 et 24kg.



- Sucre en lingots en boîtes de 1 kg ou en fardeaux de 5kg.



- Sucre granulé sachets de 1 à 2kg ou en sacs de 50kg.

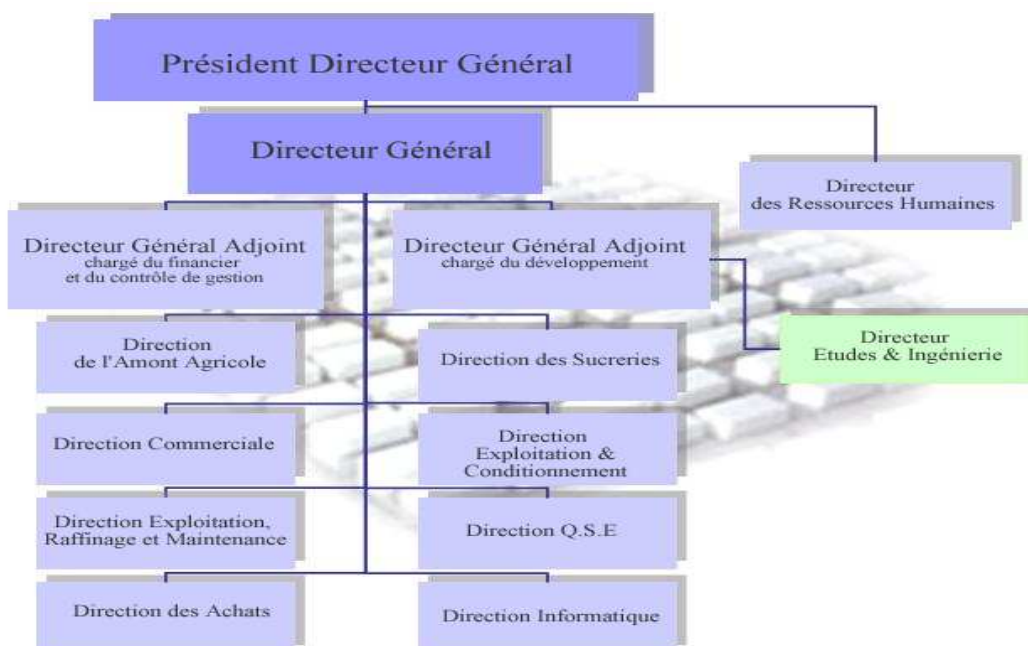


- Matières premières :

- Sucre de canne : importé du BRESIL, AUSTRALIE et AFRIQUE du sud.
- Sucre de betterave : provenant de l'unité de DOUKKALA.

En part du marché, les ventes représentent 65% du marché local dont 90% pour les pains et les morceaux et 100% pour le sucre lingot.

4. organigramme de la COSUMAR



II. Raffinage du sucre brut

1. Généralités sur le sucre brut

Le sucre brut est issu de la cristallisation du saccharose dans une eau mère impure. Il se présente sous forme de cristaux de saccharose enrobés d'une couche de sirop qui contient la plus grande partie des impuretés, une deuxième partie des impuretés est incluse dans le cristal de saccharose.

Le sucre brut est composé de :

- 98% de saccharose
- 0,3% de cendres
- 0,6% de sucres réducteurs
- 0,1% de non-sucres organiques
- 1% d'eau

LE SACCHAROSE

Les propriétés physicochimiques du saccharose sont données en annexe.

LES CENDRES

Les cendres sont des matières minérales incluses dans les cristaux de sucre. Elles proviennent du sol, engrais, et eau d'arrosage. Elles sont variables en quantité et en nombre.

LES SUCRES REDUCTEURS

Appelés également sucres invertis ou sucres incristallisables, les sucres réducteurs rencontrés en raffinerie réunissent le glucose et le fructose. ils sont obtenus par hydrolyse, et donc inversion du saccharose. Ils sont de formule commune $C_6H_{12}O_6$ et de masse molaire de 180g/mole.

LES NON-SUCRES

Les non-sucres, ou matières organiques, comprennent :



- Des acides organiques libres ou composés aux bases minérales des sels ;
- Des gommes, des résines et de la cellulose ;
- Des bactéries et moisissures ;
- Des matières colorantes.

L'EAU

Comme tout corps non-déshydraté, le sucre brut renferme de l'eau. Son pourcentage est de 1%.

2. Etapes du raffinage du sucre brut

Le raffinage du sucre est l'opération qui permet d'obtenir du sucre blanc à partir du sucre brut. C'est donc un procédé permettant d'éliminer les impuretés, minérales ou organiques, superficielles ou incrustés à l'intérieur du cristal sans compter les impuretés physiques. Les étapes du raffinage sont présentées dans ce qui suit :

a. Élimination des impuretés physiques

L'élimination des impuretés physiques contenues dans le sucre brut se fait par passage par des aimants pour éliminer les matières métalliques et à travers des tamis pour écarter les matières insolubles (pierres, insectes...).

b. Affinage

On procède à l'affinage du sucre roux pour réduire le recyclage des non sucres dans les jets des hauts produits. Le sucre de haute polarisation est directement refondu sans affinage.

L'affinage permet d'enlever un maximum de coloration, au moins 50 %, contenue dans le film d'égout entourant le cristal et ce en refondant une quantité de cristal de sucre aussi faible que possible, inférieure à 15 % c'est la freinte. L'affinage comprend deux opérations :

•Empattage

L'empattage consiste à ramollir la gangue (composée de puretés externes) et la décaper par ajout d'un égout de pureté supérieure. Le principe adopté est celui de la diffusion des non-sucres du sucre brut dans l'égout d'empattage, ayant une concentration moindre en non-sucre.

•Turbinage

Essorage de la masse cuite artificielle d'empattage pour séparer le cristal épuré de l'eau mère avec le minimum de freinte < 15 %.

c. Refonte du sucre affiné

L'affinage n'a aucune action sur les impuretés incluses dans le système cristallin, pour attaquer ces impuretés, il faut défaire ce système. La refonte est réalisée en dissolvant le sucre affiné par ajout

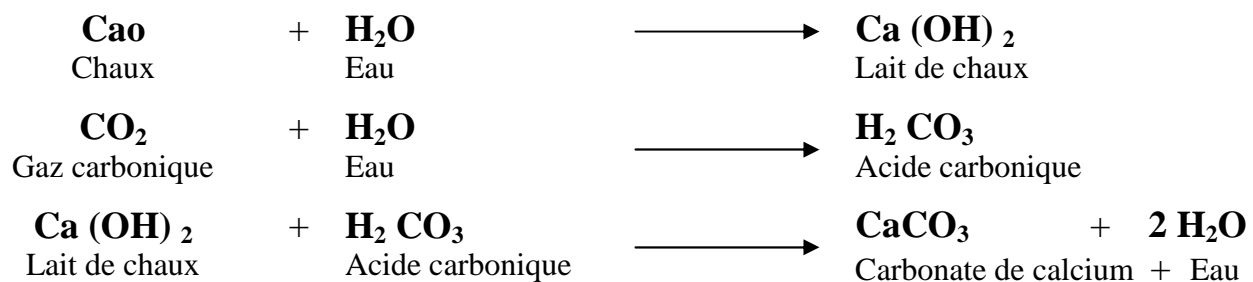


d'eau à pH neutre, ne contenant pas de sels minéraux solubles. la fonte est réglée afin d'obtenir un brix de 65. la fonte obtenue est appelée commune non carbonatée.

d. Carbonatation

Le principe de la carbonatation repose sur l'ajout du lait de chaux pour former un précipité de carbonate de chaux au moyen du gaz carbonique. Cette opération est effectuée dans une série de trois appareils appelés chaudières à carbonater.

L'hydroxyde de calcium se combine avec l'acide carbonique pour former un précipité carbonate de calcium CaCO_3 qui absorbe les matières colorantes, précipite les sels minéraux et joue un rôle d'adjuvant dans la filtration. Trois réactions régissent cette opération



La carbonatation à trois objectifs principaux :

- neutraliser la chaux afin d'abaisser le pH de la fonte aux environs de 8.5.
- absorber les colorants sur le CaCO_3 naissant.
- produire des cristaux de CaCO_3 qui serviront de support de filtration à l'étape suivante.

e. Filtration mécanique

L'objectif de la filtration est la production d'un sirop carbonaté limpide par séparation des cristaux de carbonate de calcium et des impuretés précipités et solides.

f. Décoloration

L'objectif de la décoloration est l'élimination des matières colorantes n'ayant pas pu être enlevées par la carbonatation ou retenues par la filtration. Elle se fait par le passage de la commune filtrée à travers des résines anioniques fortement basiques avec un fort potentiel d'adsorption. Après cette étape on obtient un raffinat non concentré.

g. Evaporation

A la sortie des filtres, la raffinaie a une pureté de l'ordre 99.5% et un Brix 64. A ce niveau, la raffinaie est prête à être cristallisée, mais il est intéressant dans un souci d'économie d'énergie de la réchauffer, et de l'évaporer afin d'augmenter son Brix de 64 à 74. Cette opération se fait dans des corps d'évaporation à flot tombant (CEFT).



h. Cristallisation

La cristallisation est une opération de séparation et de purification. Elle a pour but d'extraire avec un rendement aussi élevé que possible, le sucre dissous dans le sirop sous forme cristallisée. Les non sucres sont concentrés dans une solution épuisée : la mélasse.

Dans les cuites le sirop est d'abord chauffé pour que l'eau s'évapore. Après cette phase de concentration on introduit dans le sirop de fins de fins cristaux de sucre (germes) qui vont grossir : il s'agit de l'opération d'ensemencement. On continue ensuite à alimenter les cuites en sirop tandis que l'évaporation se poursuit sous vide partiel, ce qui permet aux cristaux de grossir. La cuisson se termine par le serrage. On stoppe l'alimentation en sirop mais l'eau continue à s'évaporer, ce qui favorise le développement des cristaux.

i. Malaxage

La masse cuite (mélange de cristaux et de sirop partiellement épuisé en sucre appelé « eau mère ») dont la température atteint alors 80 à 85°C, est ensuite introduite dans un bac de malaxage. Une agitation régulière permet de faire baisser la température de cette masse et d'achever la croissance des cristaux.

j. Turbinage

Après le malaxage, la masse cuite est déversée dans desessoreuses entourée d'une toile filtrante. Ces machines tournent alors à grande vitesse (1100 à 1500 tours/ min) : l'eau mère s'évacue au travers de la toile tandis que les cristaux restent à l'intérieur.

Dernière étape avant de recueillir le sucre : le clairçage. Les cristaux de sucre sont lavés à l'eau chaude par centrifugation.

k. Séchage et refroidissement

Le sucre n'est pas tout à fait prêt à être consommé lorsqu'il sort des turbines de malaxage et de clairçage ; il contient encore un peu d'eau (moins de 1%). son passage dans des sécheurs où il est au contact d'air chaud permet de ramener son humidité à moins de 0,04%. Ce séchage s'effectue dans des sécheurs à tambour où le sucre est séché à contre courant par rapport à l'air de séchage grâce à la rotation du tambour.

À l'extrémité du tambour, le sucre séché tombe dans un tamiseur situé dans le caisson de décharge où les grumeaux sont séparés par criblage.

À l'intérieur du refroidisseur, le sucre est fluidisé à l'aide de l'air de refroidissement puis évacué à travers l'écluse à roue cellulaire disposée à la sortie. L'écluse à roue cellulaire jette le sucre séché et refroidi dans le transporteur à godet qui conduit le sucre vers la bande de conditionnement.

Partie 1. Etude bibliographique

Chapitre I : Les plans d'expériences

I. Généralités

Dans le langage scientifique, expérience signifie, fait attendu ou provoqué de manière à vérifier une hypothèse, une loi, un modèle et parvenir ainsi à une connaissance théorique de la façon dont se déroulent des phénomènes. Lors d'études expérimentales multiparamétriques, le nombre de variables



peut être élevé. Les stratégies couramment employées pour mener à bien ces expérimentations sont souvent informelles, parfois peu utiles, et elles peuvent conduire à un nombre de résultats difficiles à exploiter. Afin d'optimiser l'organisation des expériences et exploiter efficacement les résultats obtenus, le scientifique peut avoir intérêt à recourir à des méthodes telles que les Plans d'Expériences (PE). Le principe général des PE consiste à n'étudier que certains points du domaine expérimental sous investigation, tout en réussissant pourtant à appréhender le phénomène physique étudié sur l'ensemble du domaine considéré. En s'inspirant de la norme ISO 3534-3, un PE peut être défini comme une organisation raisonnée d'essais. Une difficulté importante de la méthodologie réside alors dans la manière de choisir les points d'études de façon optimale. Dans l'industrie, la connaissance de la méthode des PE apparaît aujourd'hui comme un préalable d'une part à l'amélioration de la qualité des produits et des procédés, et d'autre part à la réduction des temps de développement. La méthode des PE permet en effet d'obtenir un maximum d'informations à un coût minimal. Ainsi, les avantages les plus reconnus des PE sont (S. KARAM, 2004)

- ❖ l'efficacité : seules les expériences indispensables sont réalisées.
- ❖ l'exactitude : pour un effort expérimental donné, la plus grande exactitude possible sera atteinte.
- ❖ les interactions : les synergies existant entre les différents paramètres étudiés sont identifiées et mieux comprises.

D'une manière générale, un PE consiste à mettre en évidence et à quantifier l'influence existant entre deux types de variables :

- ❖ le facteur : qui est une variable, ou un état, qui agit sur le système étudié,
- ❖ la réponse : qui est la grandeur mesurée afin de connaître les effets des facteurs sur le système. Il convient bien sûr que la réponse soit représentative du phénomène observé.

Plus précisément, les PE visent à établir des relations liant la réponse tant avec les facteurs, qu'avec les facteurs entre eux (interactions). Cette technique des PE, employée dans des domaines aussi divers que l'agriculture, la chimie et la pétrochimie, la biologie, l'électronique, permet d'obtenir une modélisation expérimentale des phénomènes physiques et d'apprécier la confiance à accorder aux résultats. A ce stade, nous tenons à insister sur la différence entre la modélisation de l'expérimentation et la modélisation du phénomène physique. En effet modéliser l'expérimentation, c'est être capable de prévoir la réponse du phénomène physique uniquement en fonction des paramètres étudiés lors de l'expérimentation et variant dans le domaine d'étude choisi. Cela signifie qu'en général :

La réponse du modèle de l'expérimentation ne pourra théoriquement pas être extrapolée à des valeurs de paramètres situées en dehors du domaine d'étude, les valeurs quantitatives des réponses seront liées à des configurations particulières de l'expérimentation, et ne seront pas non plus forcément extrapolables à d'autres conditions de fonctionnement (par exemple, cas d'un changement de machine).

Cette étape relative à la modélisation de l'expérimentation apparaît néanmoins très importante car elle permet tout de même d'appréhender localement le phénomène physique par la connaissance de la surface de réponse générée dans le domaine expérimental considéré.

Les contextes d'application de la méthode peuvent aller du traitement et de la résolution des problèmes qualité à l'optimisation d'un produit (sous l'angle de la conception) ou d'un processus destiné à fabriquer un produit. En outre, les PE peuvent être vus comme un ensemble de méthodes,



d'outils qui peuvent être choisis en fonction des objectifs de l'étude à effectuer. Les principales méthodes des PE liées à des utilisations et besoins différents sont :

- ❖ la méthode comparative (en anglais : comparative design). Elle permet de trouver la relation cause - effet entre plusieurs facteurs de l'étude et de déterminer le facteur important à priori. La question est ici de savoir si le facteur a un rôle "significatif" dans l'obtention de la réponse, et s'il engendre ou pas un changement crucial de la réponse en fonction de ses différents niveaux.
- ❖ la technique de criblage (screening design) : Elle est mise à profit pour explorer un domaine expérimental inconnu. Les plans sont alors conçus de manière à isoler les facteurs influents et examiner les effets principaux des facteurs. La technique de criblage se nomme également la technique principale d'effets.
- ❖ la Méthode de la Surface de Réponse (MSR) (Response Surface Methodology, RSM). Elle est mise en œuvre pour élaborer des modèles descriptifs ou prévisionnels des phénomènes étudiés. Elle permet une étude qualitative des facteurs. Son utilisation est intéressante dès lors qu'il faut effectuer des optimisations, mettre au point des formulations permettant d'estimer les interactions entre facteurs ainsi que les effets quadratiques. La MSR permet, grâce à l'idée que l'on peut se faire de la forme de la surface de réponse, d'améliorer la qualité (la robustesse, la fiabilité) des produits.
- ❖ la modélisation par régression (regression modeling) : Elle est faite pour estimer les paramètres d'un modèle précis, en mesurant la dépendance de la ou des réponse(s) à l'égard des entrées du processus.

Pour résumer, les PE correspondent à une suite d'essais organisée à l'avance de manière à déterminer, en un minimum d'essais et avec un maximum de précision, l'influence de multiples paramètres sur une ou plusieurs réponses. Ainsi ils permettent de répondre à deux familles de questions :

- Comment estimer et comparer les effets des paramètres de réglage d'un procédé?
- Comment affiner les paramètres de réglage d'un procédé pour atteindre un optimum ?

Les travaux de cette étude s'inscrivent pleinement dans ce double contexte avec pour objet d'étude le procédé pains pack en respectant pour le mieux la méthodologie des PE et en particulier ses différentes étapes et objectifs :

- ✚ Définition du problème
- ✚ Application de l'analyse de criblage
- ✚ Application de la méthodologie des surfaces de réponses
- ✚ Optimisation.

II. Terminologie :

Avant d'aller plus loin, il est important de bien définir les principaux termes utilisés dans la méthodologie des PE.

- Variable

Variable : caractéristique susceptible de prendre plusieurs valeurs d'un ensemble auquel une mesure numérique peut être appliquée (par exemple : revenu, âge, poids). Dans la méthode des PE, des variables mathématiques sont mises en correspondance avec des grandeurs physiques (électriques, physiques, thermiques...) supposées intervenir dans le problème.



- Facteur

Les facteurs, parfois appelés variables indépendantes, sont les causes, supposées ou certaines, qui provoquent le phénomène. Tous les facteurs susceptibles d'avoir de l'influence sur le phénomène doivent être pris en compte, faute de quoi les résultats risquent d'être faussés et donc inutilisables.

Un facteur varie entre deux bornes :

- La borne inférieure (niveau bas que l'on note le plus souvent -1),
- La borne supérieure (niveau haut que l'on représente généralement par +1).

L'ensemble de toutes les valeurs que peut prendre le facteur entre le niveau bas et le niveau haut s'appelle le domaine de variation du facteur ou plus simplement domaine du facteur. Un facteur peut prendre plusieurs niveaux à l'intérieur de son domaine de variation. Les différents éléments individuels qui constituent un même facteur sont appelés modalités, que ce soit pour les facteurs qualitatifs ou pour les facteurs quantitatifs.

- Coordonnées centrées réduites

Lorsque les valeurs -1 et +1 sont attribuées respectivement aux niveaux bas et haut d'un facteur, deux modifications importantes sont effectuées.

- L'unité de mesure est changée. Par exemple, si le niveau bas d'un facteur est fixé à 60°C et le niveau haut à 80°C alors 20°C séparent ces deux valeurs, soit 20 fois l'unité courante de température. Entre -1 et +1, il y a deux unités nouvelles. La nouvelle unité vaut 10°C. Le nom de *pas* lui est donné.

- L'origine des mesures se trouve déplacée. Ainsi, dans l'exemple choisi, le centre de l'intervalle [-1, +1] correspond à la température de 70°C. La nouvelle origine, notée zéro, diffère donc de l'origine exprimée en unités courantes.

Ces deux modifications entraînent l'introduction de nouvelles variables que l'on appelle variables centrées réduites, centrées pour indiquer le changement d'origine et réduites pour signaler la nouvelle unité.

- Réponse

Une réponse expérimentale, parfois appelée Variable Dépendante (VD), est une caractéristique mesurable d'un produit ou d'un processus, et dont la variation est analysée en fonction des variations des facteurs. La réponse doit être la plus représentative possible du phénomène observé.

- Domaine d'expérimentation ou domaine d'étude

Le domaine expérimental ou Domaine d'Etude (DE) peut être défini comme l'ensemble de tous les points de la surface délimitée par les niveaux bas et haut de chaque facteur, un espace k dimensionnel, dans lequel chaque point représente une combinaison des valeurs possibles pour les k facteurs.

1. Modélisation et interprétation:

a. Objectif

En l'absence de modèle mathématique complet et éprouvé, la prédiction du comportement des systèmes complexes nécessite une étude multiparamétrique expérimentale. Les problèmes

expérimentaux peuvent être synthétisés suivant le schéma de la Figure suivante où interviennent en entrée des facteurs susceptibles d'influer sur les réponses, jouant le rôle de causes potentielles, et en sortie un certain nombre de réponses assimilables à des conséquences.

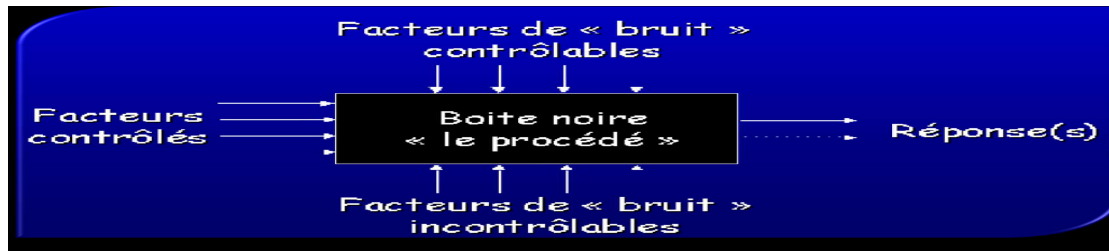


Figure1: Schéma simplifié de l'environnement d'un système donné

L'approche des PE présente un intérêt majeur dans la mise au point d'un procédé. Le but consiste à modéliser le comportement du procédé afin de mieux prévoir et accroître sa performance. La modélisation expérimentale doit permettre de définir les conditions d'utilisation optimale et de déterminer les facteurs à contrôler ou à piloter afin de maîtriser le procédé. A l'instar de la mise au point d'un procédé de fabrication, l'optimisation du fonctionnement d'un système complexe nécessite la construction d'un modèle expérimental.

b. Modélisation

En l'absence de toute information sur la fonction qui lie la réponse aux facteurs, on se donne a priori une loi d'évolution dont la formulation la plus générale est la suivante :

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Cette fonction est trop générale et il est d'usage d'en prendre un développement limité de Taylor-Mac Laurin :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j$$

Où:

- y est la grandeur à laquelle s'intéresse l'expérimentateur ; c'est la réponse ou la grandeur d'intérêt,
- x_i représente un niveau du facteur i,
- x_j représente un niveau du facteur j,
- a_0, a_i, a_{ij}, a_{ii} sont les coefficients du polynôme.

Ce modèle est appelé le modèle a priori ou le modèle postulé. Les modèles établis sont des modèles de prévision valables dans le domaine d'étude que l'on doit toujours préciser.

Deux compléments doivent être apportés au modèle purement mathématique précédemment décrit.

Le premier complément est le manque d'ajustement. Cette expression traduit le fait que le modèle choisi par l'expérimentateur avant les expériences est probablement un peu différent du modèle réel qui régit le phénomène étudié. Il y a un écart entre ces deux modèles. Cet écart est le manque d'ajustement .on le note par la lettre Δ .



Le second complément est la prise en compte de la nature aléatoire de la réponse. En effet, dans le cas général, si l'on mesure plusieurs fois une réponse en un même point expérimental, on n'obtiendra pas exactement le même résultat. Il y a une dispersion des résultats. Les dispersions ainsi constatées sont appelées erreurs aléatoires ou erreurs expérimentales et on les note par la lettre ε .

La relation générale doit être modifiée ainsi: $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) + \Delta + \varepsilon$.

c. Les hypothèses de la régression multilinéaire

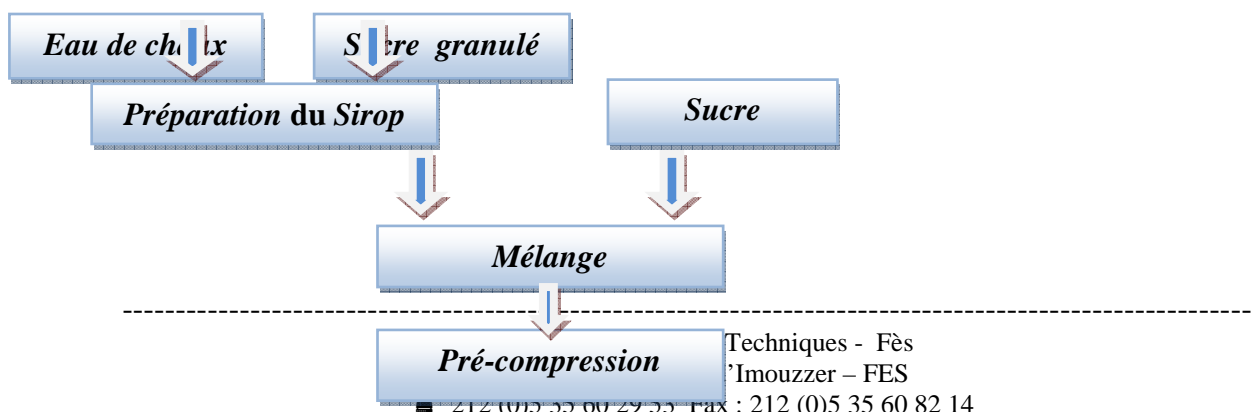
Le calcul des coefficients des facteurs n'est possible qu'à la condition de faire les hypothèses suivantes (B. WAHDAME, 2006) :

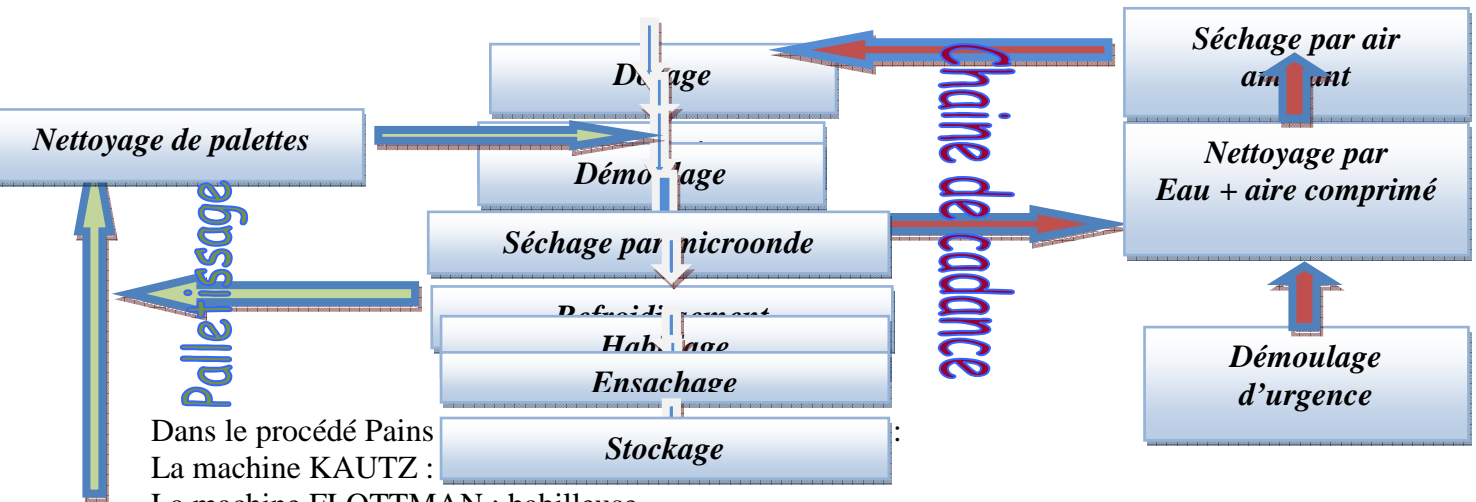
- La réponse est la somme d'une quantité non aléatoire et d'une quantité aléatoire.
 - Les paramètres inconnus $\beta_0, \dots, \beta_{p-1}$ sont supposés constants.
 - Les écarts dits de modélisation (ε) sont purement aléatoires et ne contiennent pas d'erreurs systématiques.
 - Les écarts ne sont pas corrélés entre eux.
 - Les écarts sont normalement distribués.
 - Les écarts (ou résidus) ont une moyenne nulle : $Esp(\varepsilon_i) = 0$, où Esp représente l'espérance ou la fonction moyenne arithmétique.
 - Les écarts sont issus d'une seule et même population et sont identiquement distribués.
- Ceci peut se traduire par l'équation : $Var(\varepsilon) = \sigma^2 I$, où Var représente la fonction variance, σ l'écart type et I la matrice identité. La variance d'une variable est une mesure de la dispersion de ses valeurs autour de sa valeur moyenne.
- La distribution des écarts ne dépend pas des niveaux des facteurs.

Chapitre II : Procédé Pains Packs appliqué à la COSUMAR.

Le pain de sucre conditionné en 2Kg, est le produit phare de la COSUMAR, il représente 37% de la part du marché .En 2007 COSUMAR a été la seule entité du groupe à approvisionner le marché en pains de sucre, c'est la raison pour la quelle que cette dernière a lancé son projet Pains Packs, qui consiste à la fabrication automatique des pains de sucre moulés à pression. Le but de ce projet est d'une part de pouvoir produire plus de 300 tonnes de pain de sucre par jour et d'autre part d'offrir des pains uniformes ayant le même poids afin de satisfaire les exigences des clients.

I .Description du procédé Pains Packs





Dans le procédé Pains
La machine KAUTZ :

La machine FLOTTMAN : habilleuse
La machine MEY PACK : fardeuse

Dans ce rapport nous décrivons uniquement la machine KAUTZ par la quelle se fait la fabrication des pains de sucre.

II. description de la machine KAUTZ

La mouleuse ou bien KAUTZ est constituée de deux parties :

- Une première partie de préparation où se fait la préparation du sirop, formation du mélange et sa pré compression, cette partie contient :
 - Un Silo à sucre
 - Un Dissolveur
 - Un Réservoir de stockage du sirop
 - Un Mélangeur
 - Une Pré compression
- Une deuxième partie de production où se fait la fabrication des pains de sucre on trouve alors les étapes suivantes :
 - Un Dosage
 - Une Compression
 - Un Démoulage
 - Un Démoulage d'urgence
 - Un Nettoyage et séchage des moules

1. Partie de préparation

a. Silo de sucre

Il contient les composants suivants :

- Un vérin vibreur utilisé pour dégager le sucre collé dans les parois du silo.
- Une vanne manuelle pour le réglage de débit.
- Un moteur (bande d'alimentation de sucre) qui tourne à une vitesse constante pour éviter le débordement du sucre sur le dissolveur.



b. Dissolveur

La préparation du sirop se fait au dissolveur, où on mélange l'eau de chaux avec le sucre à une température de l'ordre de 80 °c.

Le dissolveur contient les composants suivants :

- Un moteur agitateur
- Une sonde de température °C
- Trois résistances de chauffage à 25KW
- Une vanne pneumatique papillon en haut qui s'ouvre pour le remplissage
- Une électrovanne papillon en bas pour la vidange au réservoir de stockage
- Une conduite de l'eau de chaux (électrovanne à piston)
- Deux capteurs de niveaux bas et haut
- Trois jauges de contrainte pour mesurer le poids

c. Réservoir de stockage du sirop:

Il contient :

- Un moteur agitateur.
- Une sonde de température.
- Une électrovanne papillon.
- Un pH-mètre
- deux capteurs de niveaux haut et bas
- Une résistance de chauffage (3kw)
- Une pompe moineau transportant le sirop préparé vers le mélangeur
- Un circuit fermé pour éviter le colmatage du sirop à la conduite assuré par une vanne papillon et une autre pour le dosage du sirop au mélangeur.

Ces différents composants sont présentés sur le schéma ci-dessous.

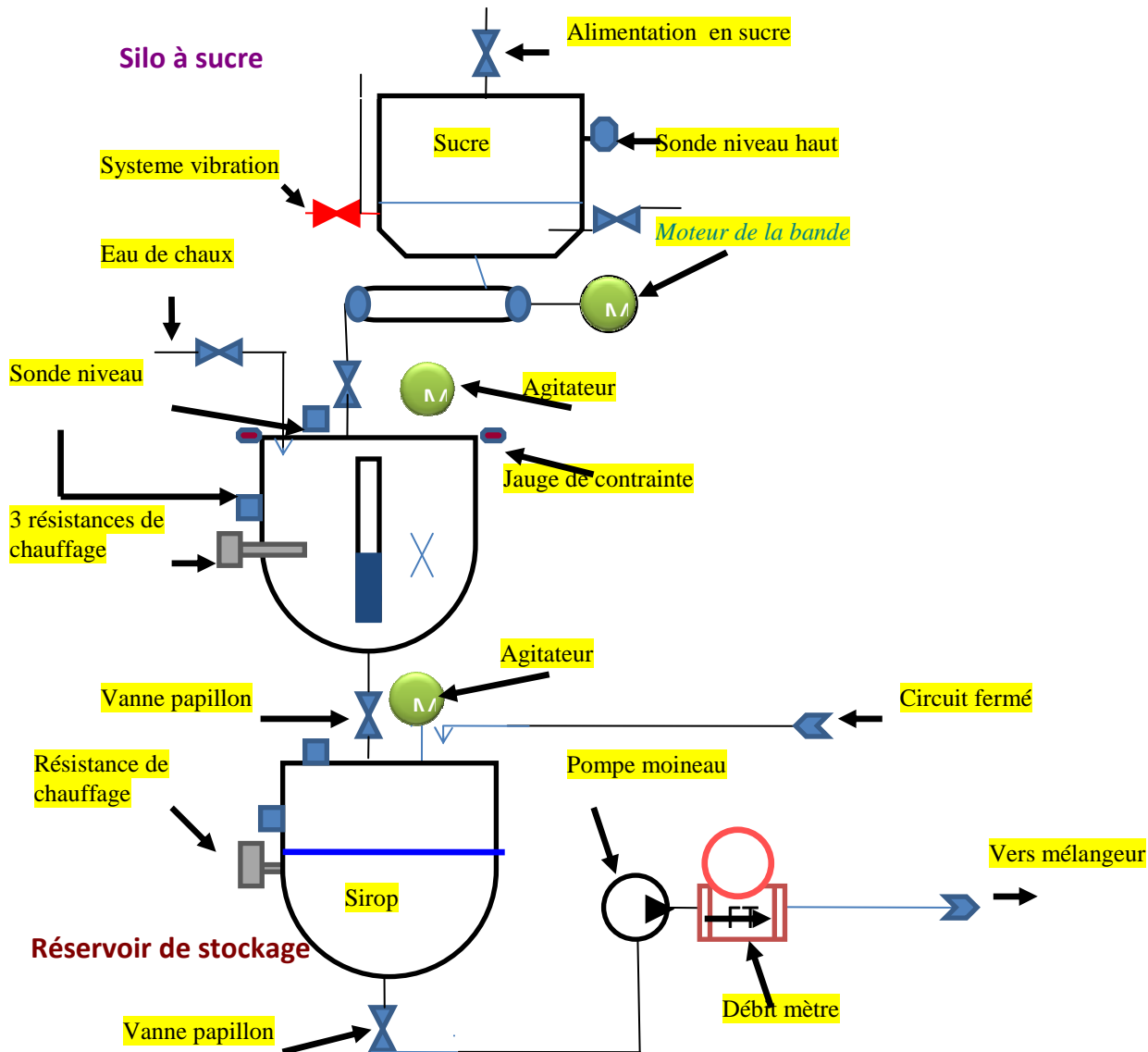


Figure 2:Schéma montrant les différents composants du silo à sucre, du dissolveur et du réservoir de stockage du sirop

d.Mélangeur

Il contient :

- Un moteur
- Trois électrovannes : deux pour le remplissage de sucre en haut et une pour la vidange
- Un verrouillage de sécurité
- Une vanne pour soufflage d'air pour le nettoyage des paliers

Le mélange se fait en quatre étapes principales qui sont :

- remplissage de sucre
- dosage du sirop (selon le % de l'humidité demandé)
- mélange

-vidange

e. Pré compression

Dans cette partie on trouve huit vérins à commande hydraulique :

- Quatre vérins à riposter (150 bars)
- quatre vérins de compression (150 bars)

Les vérins à riposter avancent jusqu'à leurs fin de course, les vérins de compression avancent à leurs tour pour comprimer le sucre jusqu'à atteindre une pression de 140bars ensuite les vérins à riposter reculent pour que les vérins de compression puissent continuer leur course et vider le sucre pré comprimé dans le bac de dosage.

Ces composants sont présentés sur le schéma ci-dessous :

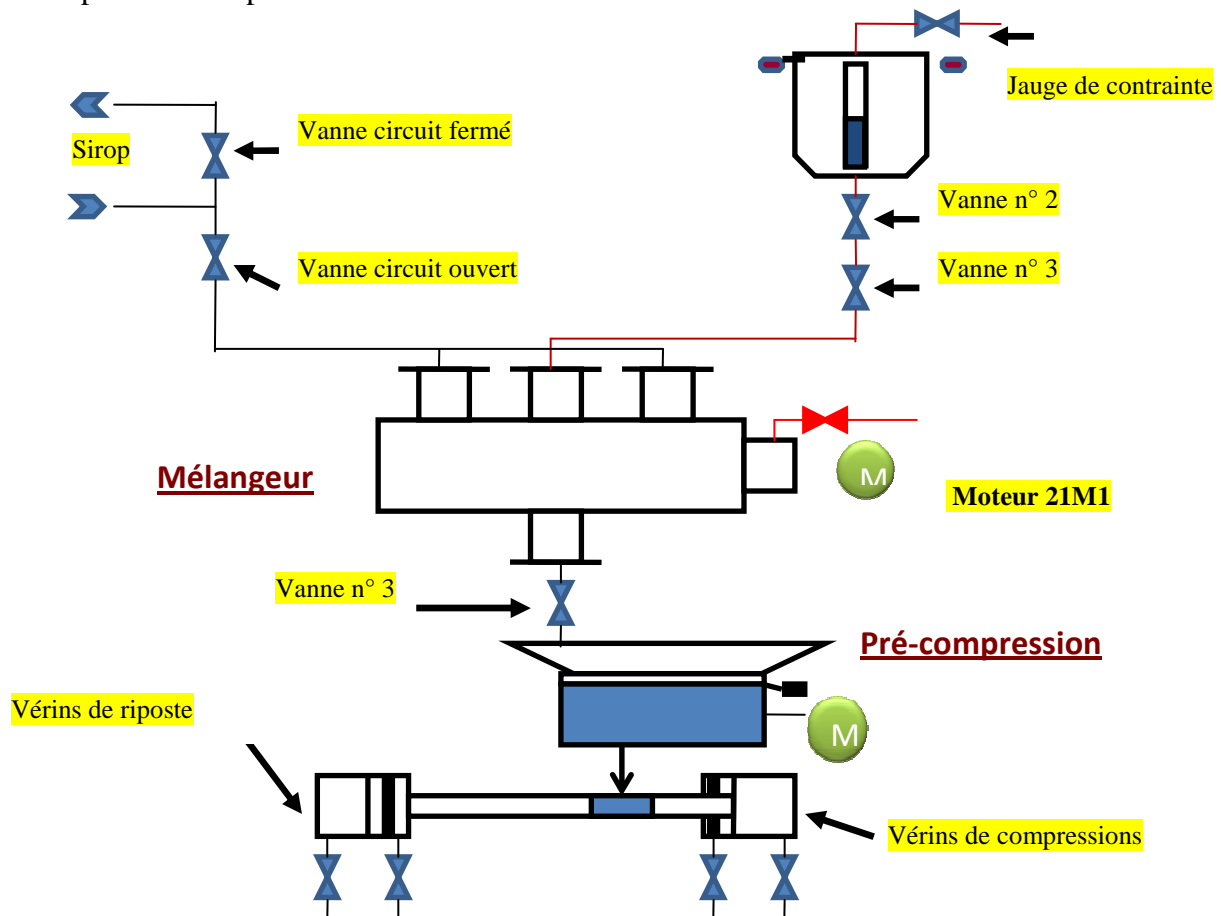


Figure 3 : Schéma montrant les différents composants du mélangeur et les vérins de pré compression

2. Partie de production

a. Dosage

Dans la partie dosage on trouve :

- huit moteurs agitateurs
- huit moteurs doseurs (à vis)
- Une sonde niveau haut
- huit vérins pour l'ouverture et la fermeture des trappes
- huit jauges de contrainte

Quand les balances sont vides, les moteurs à vis dosent le sucre vers des doseurs placés sur des balances à deux vitesses V_1 et V_2 pour la précision du poids, la rotation des vis s'arrête quand le poids atteint la consigne du poids demandée (2000g), ensuite les trappes s'ouvrent pour la vidange du sucre dans les moules.

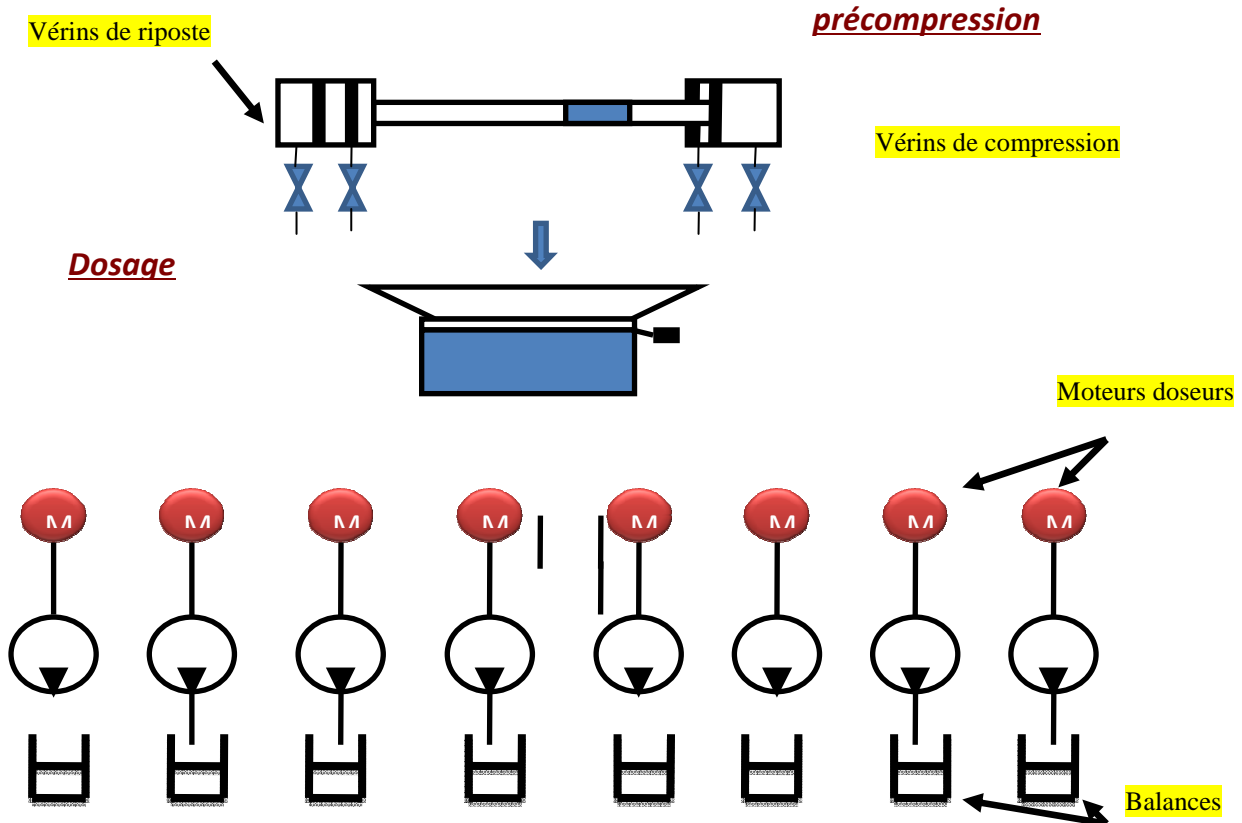


Figure 4 : Schéma montrant les composants de la partie du dosage

Le schéma ci-dessous montre la succession des étapes : pré compression et dosage

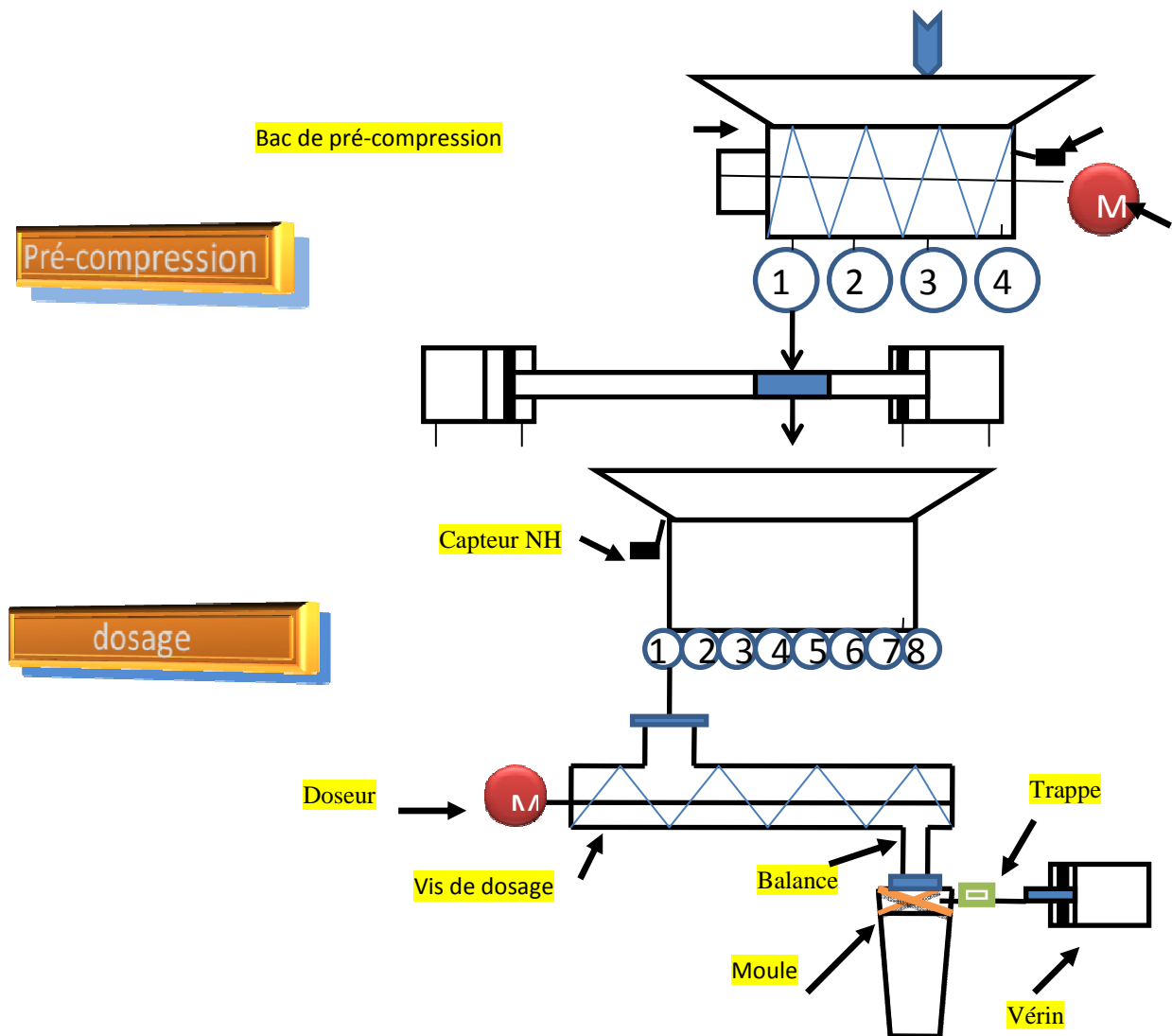


Figure 5 : Schéma montrant les étapes : pré compression et dosage

b. Compression

Elle permet de donner au sucre la forme du moule. Dans la partie de compression on trouve :

- Deux vérins de compression (150 bar)
- Deux vérins pour clavette (150 bar)
- Deux vérins pour le rappel de la table du vérin pour clavette.

Quand les moules sont en position, les vérins de clavette avancent pour fixer et centrer le véhicule ensuite le vérin de compression descend, une fois arrivé au premier capteur la vitesse se réduit pour



compresser le sucre qui est dans les moules jusqu'à sa fin de course puis il monte a sa position initial enfin les vérins de clavette reculent pour permettre la rotation de la chaîne de cadence.

c. Chaîne de cadence

Elle contient :

- Neuf véhicules chaque véhicule contient 8 moules
- Moteur réducteur
- Huit vérins de dépôt
- Huit vérins souffleurs (démoulage)
- Huit vérins souffleurs (démoulage d'urgence)
- Un moteur (système de nettoyage).

Quand la chaîne de cadence s'arrête et la palette se met en position les vérins de dépôt montent vers les moules pour récupérer les pains (qui sont démoulés par des vérins souffleurs à une faible pression $\approx 0,4\text{bar}$) jusqu'à leur fin de course puis ils descendent. Une photo cellule détecte la présence des pains pour donner l'ordre à la palette d'avancer un pas par un servomoteur. L'opération de démoulage et de dépôt des pains de sucre se refait jusqu'à la dernière rangée de la palette. En même temps un véhicule qui contient les huit moules est placé sous le démoulage d'urgence, un à la station de nettoyage et un autre sous la compression parce que toutes ses actions se font simultanément.

Compression

Vérin de compression

Matrices

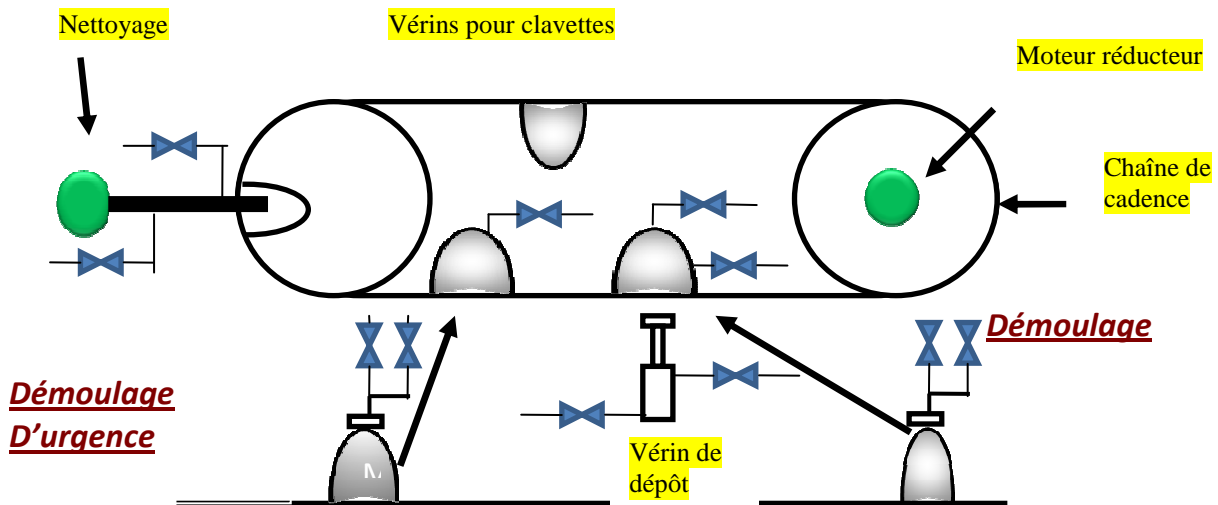
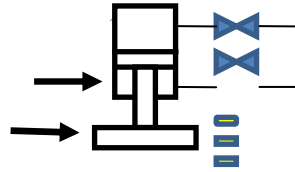


Figure 6 : Schéma montrant la chaîne de cadence
d. Axe linéaire : sous chaîne de cadence

Il contient :

- Un vérin pousseur palette
- Deux Vérins stoppeurs
- Un moteur + un vérin pour rouleaux
- Deux vérin axe linéaire
- Un servomoteur linéaire

L'axe linéaire est l'élément qui est responsable du déplacement de la palette, quand celle ci est déposée par la translation transversale le vérin pousseur la pousse jusqu'au stoppeur, l'axe linéaire se met en position d'admission, les vérins de l'axe montent pour attraper la palette et la déplace sous les moules a des positions précises pour l'opération de dépôt, puis il retourne a sa position initiale, ensuite la palette entre dans le micro onde pour le séchage des pains.

Les composants de l'axe linéaire sont présentés dans le schéma ci-dessous :

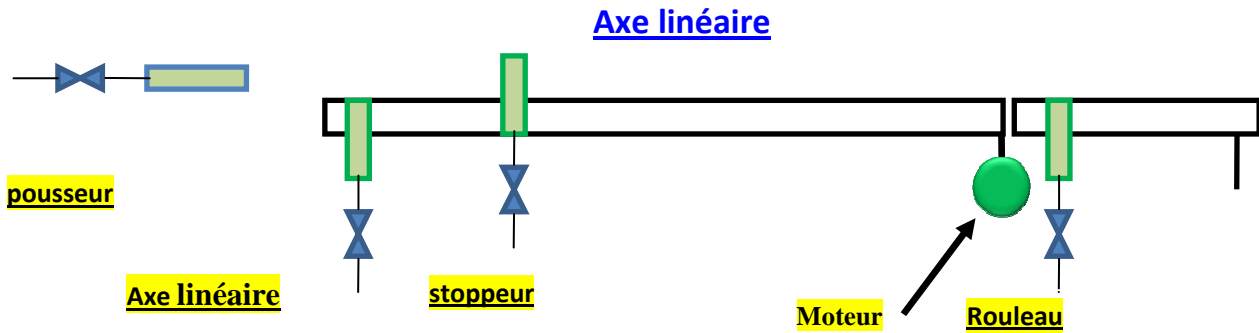


Figure 7 : Schéma montrant les composants de l'axe linéaire
e. Séchage des pains de sucre

Le séchage des pains de sucre est garanti par deux fours à microondes, ces derniers contiennent:

- Deux moteurs pour les portes
- Un moteur pour les rouleaux
- Quatre vingt magnétrons
- Quatre vingt transformateurs de puissance 4500v
- Quatre vingt transformateurs de chauffage des têtes magnétrons
- Quatre vingt ventilateurs.

La température au cœur des pains de sucre après séchage doit être entre 90°C et 95°C.

Ci-dessous un schéma qui montre la position des deux microondes.

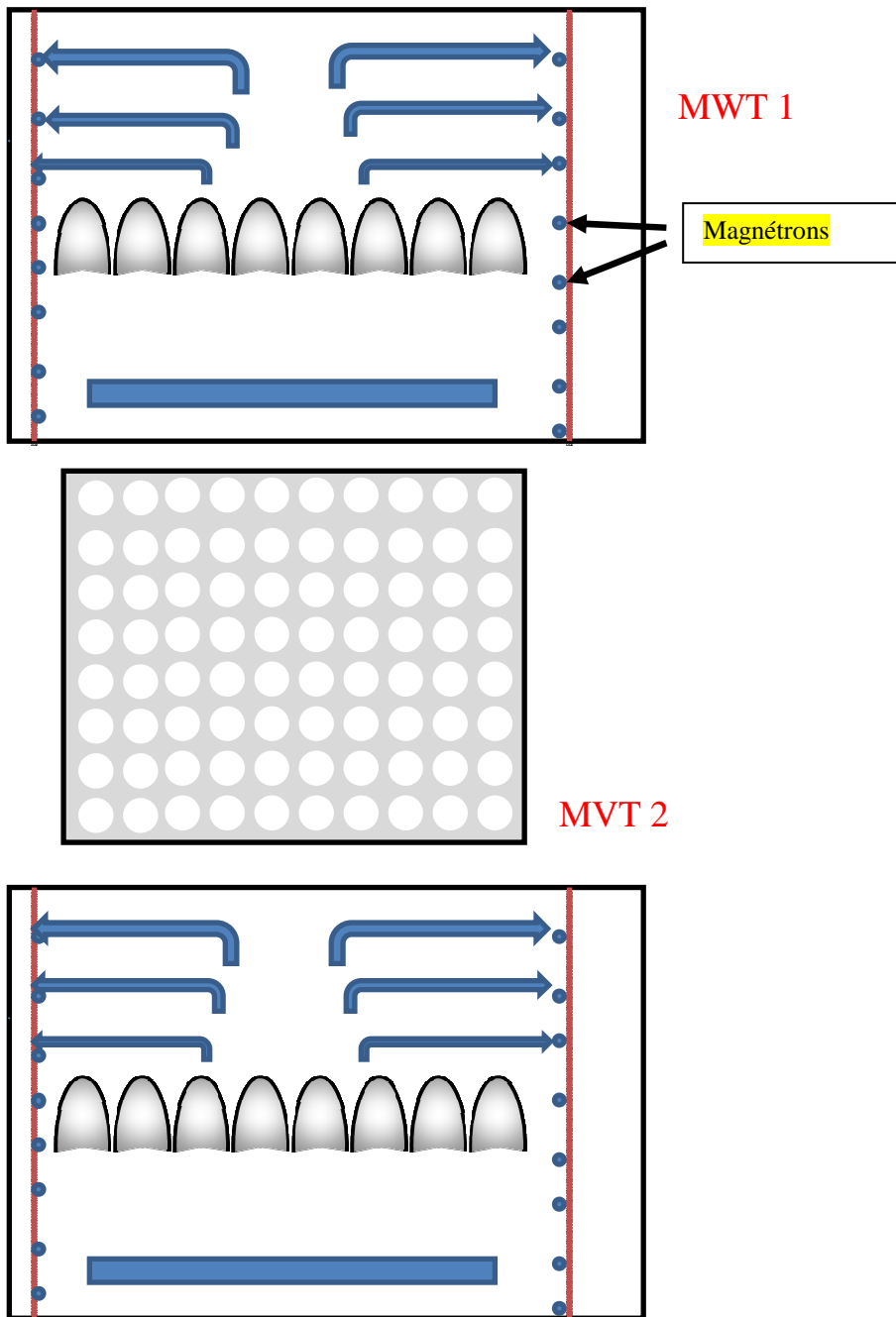


Figure 8 : Schéma montrant la position des deux microondes
Après séchage les palettes des pains de sucre sont déplacées par des rouleaux LANGHAMER vers le refroidissement, et delà vers l'habilleuse et la fardeleuse.

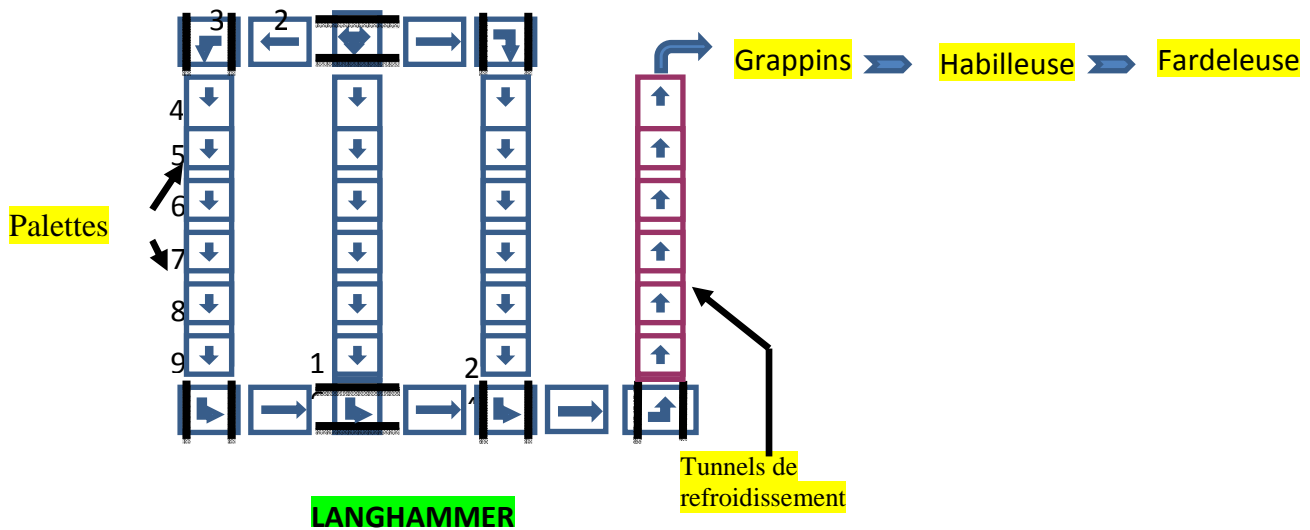


Figure 9 : Schéma montrant le déplacement des palettes de pains de sucre après séchage.

Partie II : Etude de l'impact des paramètres de fonctionnement des machines Pains Packs sur les pains de sucre.

Introduction

A l'échelle industrielle, les pains de sucre issus du procédé Pains Packs, ont des performances qui dépendent fortement des conditions de fonctionnement liées à l'environnement dans le quel ils se trouvent.

De plus, le pilotage de ce procédé demeure délicat en raison du grand nombre de paramètres mis en jeu. De ce fait, il n'est pas simple d'établir des relations entre les causes susceptibles d'avoir de l'influence sur le système (facteurs) et les effets mesurables (réponses), ni de découvrir s'il existe des interactions entre les facteurs.



Dans ce contexte, la théorie des plans d'expériences permet d'atteindre une meilleure connaissance du comportement du procédé face aux différents facteurs, qui sont susceptibles de le modifier et cela par un minimum d'essais et avec un maximum de précision.

Il est donc important de maîtriser le procédé afin de prévoir et contrôler les effets mesurables (réponses).

Afin, dans une étape ultérieure, d'optimiser le procédé, nous avons fait une étude préliminaire de criblage permettant de trouver les facteurs les plus influents sur les réponses étudiés. Un modèle mathématique du premier degré a été envisagé par le biais d'un plan de criblage.

En deuxième approche, nous avons effectué un plan d'optimisation (basé sur un modèle mathématique du deuxième degré). L'intérêt de ce type de plan est de permettre, une optimisation plus fine et plus fiable des réponses étudiées. Nous n'avons conservé alors que les facteurs jugés les plus influents afin d'affiner l'étude dans la zone où semble se situer la réponse optimale.

Chapitre I: Criblage des paramètres influençant la qualité des pains de sucre

I. Facteurs étudiés

Le choix des facteurs entrants dans le plan d'expérience et leurs bornes respectives nécessitent néanmoins une bonne connaissance du procédé Pains Packs et une large discussion avec l'équipe de pilotage.

La visite de l'usine et l'entretien avec les conducteurs du procédé met en exergue les facteurs qui affectent le poids, le taux de déchets et la durée du cycle de production des pains de sucre, à savoir :

- **Brix du sirop** : c'est la quantité de sucre contenue dans une solution aqueuse. Un degré Brix correspond à 1 gramme de sucre dans 100 grammes de solution.

$$\text{Brix} = \frac{\text{quantité de matières sèches} \times 100}{\text{quantité de solution}}$$

- **Humidité** : c'est la quantité d'eau exprimée en % dans le mélange (sucre+ sirop).

Pour un sirop de 75°brix le mélange a une humidité X qui se calcule comme suit :

$$X = \frac{25 \times \text{quantité du sirop}}{\text{quantité du sirop} + \text{quantité du sucre granulé}}$$

- **Poids du sucre granulé** : c'est le poids du sucre granulé utilisé dans le mélangeur.

- **Temps de mélange** : c'est le temps de fonctionnement du mélangeur pour former un mélange sucre+sirop homogène.

- **Temps de pré compression** : c'est le temps que passe le mélange entre les vérins de riposte et les vérins de compression après atteindre une pression de 140 bars.

- **V1 et V2** : se sont les vitesses des moteurs doseurs.

- **V1 → V2** : il représente le poids atteint par la vitesse V1 du moteur doseur .Le reste du poids est dosé par la vitesse V2.

- **Temps de compression** : c'est le temps nécessaire pour comprimer le sucre et lui donner la forme du moule sous une pression de 150 bars.

- **Temps de démoulage** : c'est le temps que passent les pains de sucre sous les vérins souffleurs à une pression de 0,4bars pour être démoulés.

- **Temps de démoulage d'urgence** : c'est le temps nécessaire pour démouler les pains de sucre qui n'ont pas pu être démoulés à 0,4 bars, par des vérins souffleurs à une pression de 6bars.

- **Temps de nettoyage** : c'est le temps que passent les moules pour être nettoyés par l'eau et séchés par le soufflage d'air.

- **Eau temps de retard** : c'est le temps que passent les moules sous le jet d'eau.



Donc on a 13 facteurs (X_1 à X_{13}) à étudier par un plan de criblage pour sélectionner ceux potentiellement influents.

II. Plan de criblage

Le plan de criblage offre la possibilité d'estimation des effets moyens des facteurs étudiés et de sélectionner les facteurs les plus influents. En raison du grand nombre des facteurs, à étudier on a choisi un Plan de Plackett et Burman ou matrice d'HADAMARD.

Au total il ya 14 inconnues à déterminer : la constante ou moyenne (a_0) et les 13 effets principaux des facteurs X_i . Le nombre N de traitements expérimentaux distincts à réaliser est égal un multiple de 4 immédiatement supérieur ou égal au nombre K d'inconnues à estimer. (Nombre d'essais = multiple de 4 $\geq k+1$). Dans notre cas on aura 16 essais. R.L. plackett et J.P. Burman ont généralisé la méthode de construction de tels plans d'expériences.

1. Construction de la matrice d'expériences :

La construction d'un plan de Plackett et Burman est basée sur la duplication de lignes ou de colonnes contenant une alternance particulière de signes négatifs et positifs, par simple permutation circulaire. Cette construction se fait en trois étapes :

-Etape 1 : tout d'abords il faut repérer la ligne génératrice (figurant dans le tableau), pour la quelle le nombre N de traitement à réaliser est égal au nombre d'inconnues à estimer. Dans le cas présent nous retiendrons la ligne correspondant à N=16.

Tableau 2: Premier essai du plan de Plackett et Burman

N	Premier essai du plan d'un plan de Plackett et Burman
4	-1 +1 +1
8	+1 +1 +1 -1 +1 -1 -1
12	+1 +1 -1 +1 +1 +1 -1 -1 -1 +1 -1
16	+1 +1 +1 +1 -1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 -1
20	+1 +1 -1 -1 +1 +1 +1 +1 -1 +1 -1 +1 -1 -1 -1 +1 +1 -1
24	+1 +1 +1 +1 +1 -1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 +1 -1 -1 -1

Etape 2 : à présent il faut générer les N-2 essais suivants par permutation circulaire droite.

Etape 3 : Pour le dernier essai, il faut mettre tous les facteurs au niveau -1.

Dans notre étude il n'ya que 13 facteurs et pas 15 (nous avons donc enlevé les deux dernières colonnes du tableau. Donc la matrice d'expériences est la suivante :

Tableau 3: Matrice d'expériences.

EXP	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13
1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
2	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1
3	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
4	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1
5	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1
6	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1



8	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1
9	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1
10	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1
11	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
12	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
13	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
14	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
15	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

2. Domaine expérimental

Le domaine expérimental du plan de criblage est illustré dans le tableau ci-après :

Tableau 4: Domaine expérimentale du Plan de criblage

Facteur	Brix	Humidité	poids du sucre granulé	temps de mélange	temps de pré compression	V1	V2	V1→V2	temps de compression	temps de démoulage	temps de démoulage d'urgence	temps de nettoyage	Eau temps de retard
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃
Unité	°Brix	%	kg	s	ms	%	%	g	ms	ms	ms	ms	ms
Niveau bas (-1)	74	1,5	100	15	2700	50	20	1500	200	1800	200	1700	200
Niveau haut (+1)	76	2	200	30	3000	70	30	1600	500	2500	800	3700	500

1. Plan d'expérimentation et résultats des essais

Tableau 5: Plan d'expérimentation et résultats des essais du plan de criblage

Exp	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	Y1	Y2	Y3
1	76	2	200	30	2700	70	20	1600	500	1800	200	3000	200	2057	127	2
2	74	2	200	30	3700	50	30	1500	500	2500	200	1700	500	2011	124	2
3	74	1.5	200	30	3700	70	20	1600	200	2500	800	1700	200	1969	145	3
4	74	1.5	150	30	3700	70	30	1500	500	1800	800	3000	200	1968	132	3



5	76	1.5	150	15	3700	70	30	1600	200	2500	200	3000	500	1982	123	9
6	74	2	150	15	2700	70	30	1600	500	1800	800	1700	500	2027	129	1
7	74	1.5	200	15	2700	50	30	1600	500	2500	200	3000	200	2010	122	3
8	76	1.5	150	30	2700	50	20	1600	500	2500	800	1700	500	1959	132	3
9	76	2	150	15	3700	50	20	1500	500	2500	800	3000	200	2004	132	2
10	74	2	200	15	2700	70	20	1500	200	2500	800	3000	500	2048	179	12
11	76	1.5	200	30	2700	50	30	1500	200	1800	800	3000	500	1995	134	1
12	74	2	150	30	3700	50	20	1600	200	1800	200	3000	500	1991	123	0
13	76	1.5	200	15	3700	70	20	1500	500	1800	200	1700	500	2000	129	3
14	76	2	150	30	2700	70	30	1500	200	2500	200	1700	200	2031	125	2
15	76	2	200	15	3700	50	30	1600	200	1800	800	1700	200	2022	135	1
16	74	1.5	150	15	2700	50	20	1500	200	1800	200	1700	200	1933	122	3

Avec : Y1 : poids du pain de sucre

Y2 : durée de cycle de production d'une palette (contenant 80 pains de sucre)

Y3 : taux de déchets par palette.

III. Analyse mathématique des résultats des essais

1. Estimation des effets des facteurs

Le modèle mathématique postulé est un modèle polynomial ne faisant intervenir que les termes du premier degré :

$$Y = b_0 + b_1 * X_1 + b_2 * X_2 + b_3 * X_3 + b_4 * X_4 + b_5 * X_5 + b_6 * X_6 + b_7 * X_7 + b_8 * X_8 + b_9 * X_9 + b_{10} * X_{10} + b_{11} * X_{11} + b_{12} * X_{12} + b_{13} * X_{13}.$$

Où y est la réponse, b0 est la moyenne et les bi sont les effets des facteurs.

Avec : Y1 : poids du pain de sucre

Y2 : durée de cycle de production d'une palette (contenant 80 pains de sucre)

Y3 : taux de déchets par palette

Pour faciliter les calculs on a utilisé le logiciel NEMROD, l'équation de chaque réponse est donnée ci-après :

$$Y_1 = 2000.4 + 5.8X_1 + 23.4X_2 + 13.6X_3 - 2.8X_4 - 7.1X_5 + 9.8X_6 + 5.3X_7 + 1.7X_8 + 4.1X_9 + 1.3X_{10} - 1.4X_{11} + 6.4X_{12} + 1.2X_{13}.$$



$$Y_2 = 132.1 - 2.4X_1 + 2.2X_2 + 4.8X_3 - 1.8X_4 - 1.7X_5 + 4.1X_6 - 4.7X_7 - 2.6X_8 - 3.7X_9 + 3.2X_{10} + 7.7X_{11} + 1.9X_{12} + 2.1X_{13}$$

$$Y_3 = 3.1 - 0.3X_1 - 0.4X_2 + 0.3X_3 - 1.1X_4 - 0.3X_5 + 1.3X_6 - 0.4X_7 - 0.4X_8 - 0.8X_9 + 1.4X_{10} + 0.1X_{11} + 0.9X_{12} + 0.8X_{13}$$

2. Analyse graphique du modèle

Une communication des résultats sous forme de graphiques favorise les échanges entre les différents participants d'une réunion de travail et facilite souvent l'interprétation des informations obtenues.

Pour illustrer les effets moyens des facteurs, on utilise le diagramme en bâtons et le diagramme de Pareto.

a. Diagramme en bâton-tracé des effets moyens :

La construction du tracé des effets moyens utilise les valeurs des coefficients b_i calculés par le modèle, la surface de chaque bâton est proportionnelle à la valeur de l'effet de ce facteur sur la variation de la réponse.

Figure 10 :
bâtons des
de la

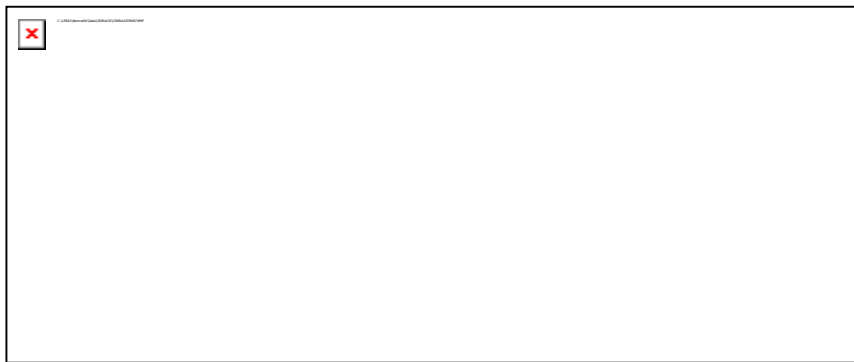


Diagramme en
effets moyens
réponse Y1 :

Poids



Figure 11: Diagramme en bâtons des effets moyens de la réponse Y2 : durée de cycle de production d'une palette.

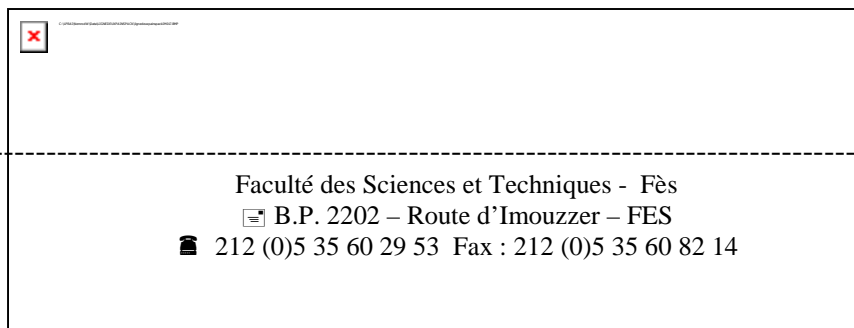




Figure 12 : Diagramme en bâtons des effets moyens de la réponse Y3 : taux de déchets par palette.

Interprétation

Pour la réponse Y1 traduisant le poids (figure10), le tracé des effets moyens fait ressortir immédiatement les facteurs importants, ainsi la variable b2 (humidité) a le plus grand effet positif sur la variation du poids, en ce sens plus l'humidité augmente plus le poids augmente. Le brix, le poids du sucre granulé, V1, le temps de précompression, le temps de nettoyage et V2 apparaissent cependant comme des facteurs ayant une action moins importante mais demeurant significative.

Concernant la réponse Y2 traduisant la durée du cycle de production d'une palette (figure11), le tracé des effets moyens montre que le temps de démoulage d'urgence a le plus grand effet positif suivi par le poids du sucre granulé, V1, le temps de démoulage (effets positifs). La vitesse V2, le temps de compression et le brix ont aussi une influence importante mais négative.

Enfin pour la réponse Y3 traduisant le taux de déchets par palette (figure12), une observation du diagramme permet d'un coup d'œil, de se rendre compte de l'influence du temps de mélange, et du temps de compression (effets négatifs), temps de démoulage, V1, temps de nettoyage et la variable eau temps de retard (effets positifs).

b. Diagramme de Pareto

Il est possible de décomposer la variation d'une réponse à partir des contributions apportées par chacun des facteurs dans un modèle.

Les contributions des facteurs sont alors ordonnées par ordre décroissant puis représentées sous forme de diagramme en bâtons. Le diagramme de Pareto est complémentaire au tracé des effets moyens. Il permet de déterminer les facteurs influents par ordre de contribution décroissante. Il est également possible de tracer la fonction cumulée de ces contributions : les valeurs sont alors additionnées au fur et à mesure.

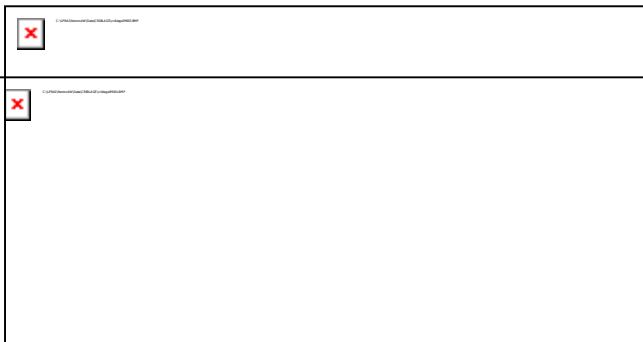


Figure 15: Effets Pareto individuels pour la réponse Y2

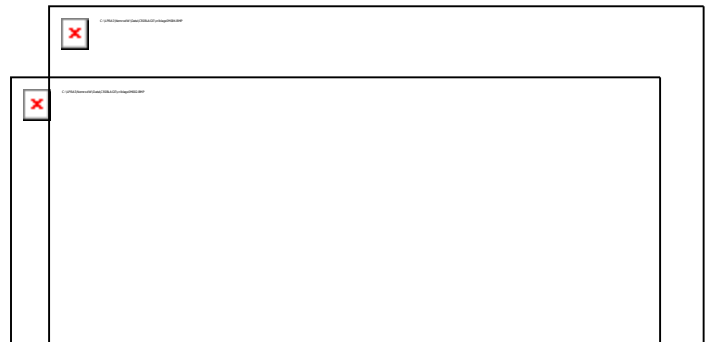


Figure 16: Effets Pareto cumulés pour la réponse Y2



Figure 13 : effets Pareto individuels pour la réponse Y1.



Figure 14 : Effets Pareto cumulés pour la réponse Y1.



Interprétation

Le diagramme de Pareto relatif à la réponse du poids, renforce la prédominance du rôle du facteur humidité qui apparaît le premier avec un bâton beaucoup plus grand que les autres (figure13). D'après Le diagramme des effets cumulés (figure14), nous pouvons voir qu'à eux seuls, les six premiers facteurs : $b_2, b_3, b_6, b_5, b_{12}, b_1$ expliquent plus de 90% de la variation de la réponse.

Le diagramme de Pareto relatif à la réponse durée du cycle de production (figure15), montre l'importance du rôle du facteur (temps de démoulage d'urgence), aussi nous remarquons qu'à eux seuls les facteurs $b_{11}, b_3, b_6, b_7, b_9, b_{10}$ et b_8 expliquent plus de 85% de la variation de la réponse (figure16).

Une observation du diagramme de Pareto relatif à la réponse taux de déchets (figure17), permet de se rendre compte que les facteurs b_{10}, b_6, b_4, b_{12} , et b_9 expliquent plus de 83% de la variation de la réponse (figure18).

IV. Analyse statistique du modèle

Elle représente une aide à l'interprétation des résultats, dans le cas présent, elle permet d'identifier les effets probablement significatifs ou « actifs » des facteurs.

Les procédures de construction des tests statistiques renvoient à des hypothèses et nécessitent la connaissance de la variabilité naturelle des résultats des essais, rarement disponible dans une étude. En effet, le manque de temps et le coût des essais n'autorise pas les possibilités de répétition d'expériences. Dans ce cas là, il est donc impossible de mettre en œuvre de façon efficace des tests statistiques. Mais ces constats ont suscité depuis longtemps le développement de nombreuses méthodes autorisant une approche d'analyse statistique en absence de répétition. C'est pour cela nous avons utilisé la méthode de la droite de Henry décrite comme suit :

Si on représente la fonction de répartition des effets b_i , nous obtenons deux graphes : le graphe Normal plot avec les b_i et le graphe Half normal plot avec les $|b_i|$. voir figure

Les effets qui s'écartent de la droite sur le Normal plot (en dessous où en dessus de la droite, selon que les effets sont négatifs où positifs) sont considérés comme "probablement actifs".

Le graphe Half normal plot permet de mieux distinguer les coefficients actifs mais il n'en donne pas le sens puisque on considère ici la valeur absolue du coefficient.

Half Normal Plot

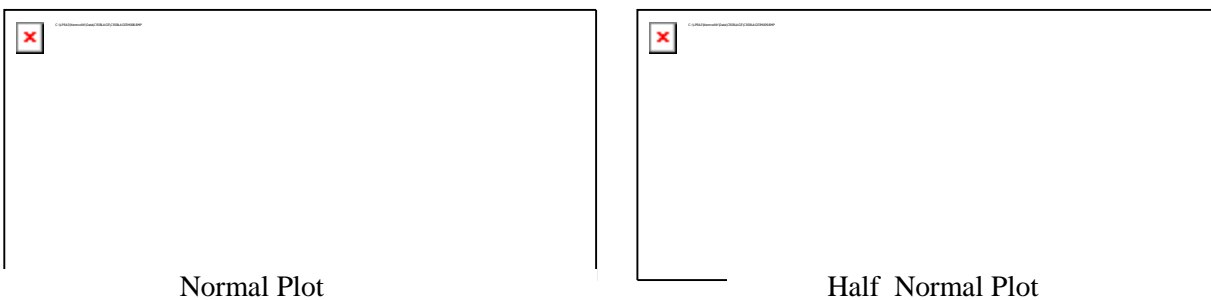


Figure 19 : Droite de Henry des effets moyens des facteurs de la réponse Y1

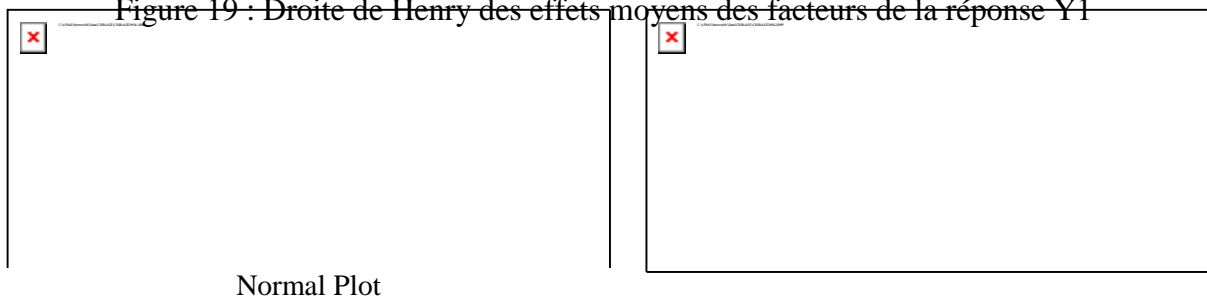
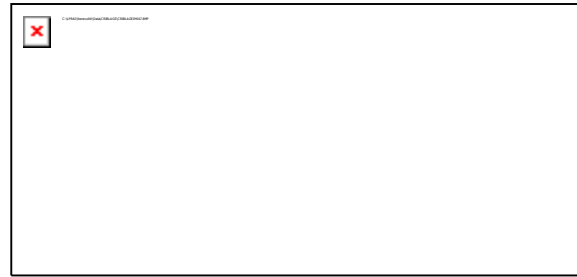




Figure 20 : Droite de Henry des effets moyens des facteurs de la réponse Y2.



Normal Plot



Half Normal Plot

Figure 21 : Droite de Henry des effets moyens des facteurs de la réponse Y3

Interprétation

Pour la réponse traduisant le poids (figure19), la droite de Henry des effets moyens des facteurs montre que les facteurs b_2 , b_3 , b_5 , et b_6 sont probablement actifs et ont un effet sur la variation de la réponse Y1.

Pour la réponse Y2, la droite de Henry des effets moyens des facteurs(figure20) montre que les facteurs : b_{11} , b_3 , b_6 , b_7 et b_9 sont probablement actifs et ont un effet sur la variation de la réponse.

Pour la réponse Y3(figure21), se sont les facteurs b_{10} , b_6 , b_4 et b_9 qui sont probablement actifs.

V. Bilan et conclusion

Les résultats de l'analyse statistique sont en accord avec ceux obtenus par l'analyse mathématique.

L'expérience des opérateurs et la connaissance du groupe de travail ont confirmé ces résultats.

En conclusion , ce plan de criblage nous a permis de mettre en évidence les paramètres qui ont peu d'influence sur les réponses et de choisir au mieux, ceux qui semblent les plus intéressants pour une étude ultérieure plus précise. Pour se faire un plan d'expérience à surface de réponses permettra d'obtenir un réglage de ces facteurs correspondant à une optimisation des réponses. Cependant compte tenu du grand nombre des facteurs étudiés et de leurs influences sur les différentes réponses, nous étions amener à en fixer certains, pour minimiser le nombre d'expériences dans le plan d'optimisation que nous allons décrire dans la suite de cette partie. Le tableau résume les valeurs prises pour les facteurs fixés pour la suite de l'étude.

Tableau 6 : facteurs fixés pour l'étude de l'optimisation

Brix	75°
Poids du sucre granulé	150kg
Temps de mélange	22s
V2	25%
Temps de compression	350ms
Eau temps de retard	350ms
Temps de précompression	3200



Chapitre II. Optimisation par le plan à surfaces de réponses

Introduction

Cette méthode permet la recherche des niveaux optimaux des facteurs pour atteindre un niveau de réponse souhaité. Les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses constituent souvent une deuxième étape, après un plan de criblage destiné à identifier les facteurs les plus influents.

I Facteurs et niveaux

Les cinq facteurs utilisés ont été déterminés par le plan de criblage et l'expérience des opérateurs.

Tableau 7: Domaine expérimental

	Facteurs	Unité	Centre	Pas de variation
U1	humidité	%	1.75	0.25
U2	temps de démoulage d'urgence	ms	500	300
U3	Temps de démoulage	ms	2150	350
U4	V1	%	60	10
U5	V1→V2	g	1550	50

II. Modèle empirique

L'étude des surfaces de réponses est associée à l'utilisation des polynômes de degré 2 qui s'écrivent sous la forme générale suivante :

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k b_{ij} x_i x_j$$

Où

\hat{y} : est la réponse estimée

X_i : est le niveau attribué au facteur i

b_0 : est la valeur de la réponse au centre au centre du domaine d'étude

b_i : est l'effet du facteur i

b_{ij} est l'interaction d'ordre 2 entre les facteurs i et j

b_{ii} est l'effet carré du facteur i .

Dans le cas présent, le modèle polynomial de forme générale s'écrit donc :

$$Y = b_0 + b_1 * X_1 + b_2 * X_2 + b_3 * X_3 + b_4 * X_4 + b_5 * X_5 + b_{11} * (X_1 * X_1) + b_{22} * (X_2 * X_2) + b_{33} * (X_3 * X_3) + b_{44} * (X_4 * X_4) + b_{55} * (X_5 * X_5) + b_{12} * (X_1 * X_2) + b_{13} * (X_1 * X_3) + b_{23} * (X_2 * X_3) + b_{14} * (X_1 * X_4) + b_{24} * (X_2 * X_4) + b_{34} * (X_3 * X_4) + b_{15} * (X_1 * X_5) + b_{25} * (X_2 * X_5) + b_{35} * (X_3 * X_5) + b_{45} * (X_4 * X_5).$$

L'écriture du modèle permet de définir le nombre d'inconnues à estimer à partir de l'analyse des résultats d'essais, suite aux résultats du plan d'expériences. L'analyse mathématique des résultats d'essais s'appuie sur la méthode des moindres carrés pour l'estimation des inconnues du modèle.

III. Construction du plan d'expériences

Le nombre de ligne d'une matrice d'expérience destiné à l'étude des surfaces de réponse croit très rapidement en fonction du nombre de facteurs. Ainsi l'emploi de cette méthode se limite à l'étude de 4 ou 5 facteurs au plus.

Le plan d'expérience illustré dans ce chapitre a été proposé par Box Behnken, où tous les facteurs ont trois niveaux : -1, 0 et +1. Ces plans sont faciles à mettre en œuvre et possèdent la propriété de



séquentialité. On peut entreprendre l'étude des premiers facteurs en se réservant la possibilité d'en ajouter de nouveaux sans perdre les résultats des essais déjà effectués.

IV. Plan d'expérience et résultats des essais

Tableau 8 : Plan d'expérience de Box Benhken pour 5 facteurs avec 7 répétitions au centre et résultats des essais.

N°Exp	humidité %	Temps de démoulage d'urgence ms	Temps de démoulage ms	V1 %	V1---V2 g	Poids g	durée du cycle s	Déchets /palette
1	1.50	200	2150	60	1550	1989	145	8
2	2.00	200	2150	60	1550	1985	134	0
3	1.50	800	2150	60	1550	1966	129	4
4	2.00	800	2150	60	1550	1959	139	1
5	1.50	500	1800	60	1550	1958	143	8
6	2.00	500	1800	60	1550	1977	134	0
7	1.50	500	2500	60	1550	1978	148	5
8	2.00	500	2500	60	1550	1973	134	2
9	1.50	500	2150	50	1550	1994	141	8
10	2.00	500	2150	50	1550	1967	128	0
11	1.50	500	2150	70	1550	2000	138	0
12	2.00	500	2150	70	1550	1999	134	2
13	1.50	500	2150	60	1500	1989	132	6
14	2.00	500	2150	60	1500	1988	137	2
15	1.50	500	2150	60	1600	2052	135	2
16	2.00	500	2150	60	1600	2019	139	1
17	1.75	200	1800	60	1550	1971	146	3
18	1.75	800	1800	60	1550	1946	143	2
19	1.75	200	2500	60	1550	1990	147	2
20	1.75	800	2500	60	1550	1997	148	1
21	1.75	200	2150	50	1550	1947	139	0
22	1.75	800	2150	50	1550	1956	146	5
23	1.75	200	2150	70	1550	1964	126	3
24	1.75	800	2150	70	1550	1914	114	4
25	1.75	200	2150	60	1500	1975	129	1
26	1.75	800	2150	60	1500	1993	141	0
27	1.75	200	2150	60	1600	1978	138	5
28	1.75	800	2150	60	1600	1974	141	0
29	1.75	500	1800	50	1550	1962	140	1
30	1.75	500	2500	50	1550	1970	140	2
31	1.75	500	1800	70	1550	1923	132	5
32	1.75	500	2500	70	1550	1898	136	4
33	1.75	500	1800	60	1500	2012	136	2
34	1.75	500	2500	60	1500	1978	137	1
35	1.75	500	1800	60	1600	1977	137	6
36	1.75	500	2500	60	1600	2001	146	6
37	1.75	500	2150	50	1500	1999	122	5
38	1.75	500	2150	70	1500	1989	138	4
39	1.75	500	2150	50	1600	2002	141	5
40	1.75	500	2150	70	1600	1919	121	0
41	1.75	500	2150	60	1550	1965	127	0
42	1.75	500	2150	60	1550	1997	129	2
43	1.75	500	2150	60	1550	2009	130	4
44	1.75	500	2150	60	1550	2004	128	0
45	1.75	500	2150	60	1550	1997	124	1
46	1.75	500	2150	60	1550	2008	136	1
47	1.75	500	2150	60	1550	2013	131	1

V. Analyse mathématique des résultats des essais

L'analyse mathématique consiste à estimer, grâce à la méthode des moindres carrés les coefficients du modèle et les résidus (écart entre les valeurs observées et les valeurs prévues par le modèle) pour chacun des traitements du plan d'expériences, la méthode des moindres carrés nécessite un outil informatique adapté, nous utiliserons dans ce chapitre les résultats obtenus par le logiciel NemrodW.



La méthodologie d'analyse des résultats d'essais consiste à établir un modèle mathématique pour chacune des réponses observées.

1. Rappel sur la méthode des moindres carrées

Nous faisons ici, un rappel succinct de la méthode des moindres carrées, facile à mettre en œuvre à partir d'un tableur informatique ou d'un logiciel spécialisé.

Pour une réponse donnée et pour l'ième traitement d'un plan d'expériences, on peut écrire compte-tenu de la forme générale du modèle la relation :

$$Y_i = b_0 + b_1 * X_{i,1} + b_2 * X_{i,2} + b_3 * X_{i,3} + b_4 * X_{i,4} + b_5 * X_{i,5} + b_{11} * X_{i,1}^2 + b_{22} * X_{i,2}^2 + b_{33} * X_{i,3}^2 + b_{44} * X_{i,4}^2 + b_{55} * X_{i,5}^2 + b_{12} * (X_{i,1} * X_{i,2}) + b_{13} * (X_{i,1} * X_{i,3}) + b_{23} * (X_{i,2} * X_{i,3}) + b_{14} * (X_{i,1} * X_{i,4}) + b_{24} * (X_{i,2} * X_{i,4}) + b_{34} * (X_{i,3} * X_{i,4}) + b_{15} * (X_{i,1} * X_{i,5}) + b_{25} * (X_{i,2} * X_{i,5}) + b_{35} * (X_{i,3} * X_{i,5}) + b_{45} * (X_{i,4} * X_{i,5}) + e_i$$

Avec: e_i est l'écart entre la valeur observée et la valeur calculée par le modèle.

Nous sommes donc amenés à résoudre le système d'équation ci-dessous :

$$Y_1 = b_0 + b_1 * X_{1,1} + \dots + b_{11} * X_{1,1}^2 + \dots + b_{12} * (X_{1,1} * X_{1,2}) + \dots + b_{45} * (X_{1,4} * X_{1,5}) + e_1$$

$$Y_i = b_0 + b_1 * X_{i,1} + \dots + b_{11} * X_{i,1}^2 + \dots + b_{12} * (X_{i,1} * X_{i,2}) + \dots + b_{45} * (X_{i,4} * X_{i,5}) + e_i$$

$$Y_{47} = b_0 + b_1 * X_{47,1} + \dots + b_{11} * X_{47,1}^2 + \dots + b_{12} * (X_{47,1} * X_{47,2}) + \dots + b_{45} * (X_{47,4} * X_{47,5}) + e_{47}$$

Si on réécrit ce système sous forme matricielle on obtient :

$$(Y) = (X) (B) + (E)$$

Où

X : matrice du modèle

Y : matrice des résultats d'essais pour une réponse donnée.

B : vecteur des estimateurs des coefficients

E : matrice des résidus

L'estimation des coefficients à partir de la méthode des moindres carrés fait appel à l'équation matricielle suivante : $(B) = ({}^tXX)^{-1} ({}^tX) (Y)$.

Les réponses estimées par le modèle sont alors obtenues à partir de l'équation suivante :

$$(\hat{y}) = (X) (B)$$

Par suite, on obtient donc le résidu pour le traitement i à partir de la relation : $e_i = y_i - \hat{y}_i$.

La comparaison des réponses mesurées (y_i) et les réponses calculées (\hat{y}_i), permet de conclure sur la qualité du modèle.

2. Estimation des coefficients et des résidus du modèle

Les estimations des coefficients pour les différents modèles des différentes réponses sont indiquées dans le tableau suivant :

Tableau 9 : Estimateurs des coefficients pour les trois réponses étudiées.

	Y1	Y2	Y3
b0	1999.0	129.3	1.3
b1	-3.7	-2.0	-2.1
b2	-5.9	-0.2	-0.3
b3	3.7	1.6	-0.3
b4	-11.9	-3.6	-0.3
b5	-0.1	1.6	0.3
b11	3.5	3.8	1.0
b22	-20.6	5.1	0.2



b33	-20.0	8.6	1.1
b44	-29.0	-0.7	0.9
b55	7.8	2.1	0.8
b12	-0.8	5.3	1.3
b13	-6.0	-1.3	1.3
b23	8.0	1.0	0.0
b14	6.5	2.3	2.5
b24	-14.8	-4.8	-1.0
b34	-8.3	1.0	-0.5
b15	-8.0	-0.3	0.8
b25	-5.5	-2.3	-1.0
b35	14.5	2.0	0.3
b45	-18.3	-9.0	-1.0

3. Comparaison des réponses observées et des réponses calculées

L'usage des statistiques s'impose lorsque les expérimentateurs ont besoin d'un outil d'aide à la décision. On utilise dans ce cas des tests statistiques dont la finalité consiste à restituer une probabilité, c'est-à-dire un degré de confiance, en regard d'une hypothèse formulée. Quand les premières informations obtenues lors de l'analyse mathématique des résultats des essais sont suffisamment explicites pour apporter des éléments de réponse aux expérimentateurs, il n'est pas nécessaire de mettre en œuvre, à tout prix, des tests statistiques. C'est dans ce but que nous allons dans un premier temps observer le tableau suivant :

Tableau 10 : Réponses expérimentales et réponses calculées.

N° essai	Y1		Y2		Y3	
	Y _{expérimentale}	Y _{calculée}	Y _{expérimentale}	Y _{calculée}	Y _{expérimentale}	Y _{calculée}
1	1989.0	1990.7	145.0	145.6	8.00	6.02
2	1985.0	1984.9	134.0	131.1	0.00	-0.61
3	1966.0	1980.5	129.0	134.7	4.00	2.89
4	1959.0	1971.6	139.0	141.2	1.00	1.27
5	1958.0	1976.5	143.0	140.9	8.00	7.02
6	1977.0	1981.1	134.0	139.4	0.00	0.39
7	1978.0	1995.9	148.0	146.5	5.00	4.02
8	1973.0	1976.5	134.0	140.0	2.00	2.39
9	1994.0	1995.6	141.0	140.3	8.00	8.10
10	1967.0	1975.2	128.0	131.8	0.00	-1.03
11	2000.0	1958.7	138.0	128.5	0.00	2.60
12	1999.0	1964.4	134.0	129.0	2.00	3.47
13	1989.0	2006.1	132.0	135.4	6.00	4.93
14	1988.0	2014.7	137.0	131.9	2.00	0.81
15	2052.0	2022.0	135.0	139.1	2.00	5.43
16	2019.0	1998.6	139.0	134.6	1.00	1.31
17	1971.0	1968.6	146.0	142.5	3.00	3.04



18	1946.0	1940.9	143.0	140.2	2.00	2.41
19	1990.0	1960.0	147.0	143.7	2.00	2.54
20	1997.0	1964.2	148.0	145.3	1.00	1.91
21	1947.0	1952.5	139.0	132.7	0.00	1.87
22	1956.0	1970.2	146.0	141.9	5.00	3.24
23	1964.0	1958.1	126.0	135.0	3.00	3.37
24	1914.0	1916.9	114.0	125.1	4.00	0.74
25	1975.0	1986.7	129.0	132.8	1.00	2.20
26	1993.0	1985.9	141.0	136.9	0.00	1.58
27	1978.0	1997.6	138.0	140.6	5.00	2.70
28	1974.0	1974.8	141.0	135.7	0.00	2.08
29	1962.0	1950.0	140.0	140.2	1.00	3.87
30	1970.0	1973.9	140.0	141.4	2.00	3.37
31	1923.0	1942.6	132.0	131.0	5.00	3.37
32	1898.0	1933.5	136.0	136.1	4.00	2.87
33	2012.0	1997.7	136.0	138.8	2.00	3.20
34	1978.0	1976.1	137.0	137.9	1.00	2.70
35	1977.0	1968.6	137.0	138.1	6.00	3.70
36	2001.0	2005.0	146.0	145.2	6.00	3.20
37	1999.0	1971.6	122.0	123.7	5.00	3.04
38	1989.0	1984.2	138.0	134.5	4.00	2.54
39	2002.0	2008.0	141.0	145.0	5.00	3.54
40	1919.0	1947.6	121.0	119.7	0.00	3.04
41	1965.0	1999.0	127.0	129.3	0.00	1.41
42	1997.0	1999.0	129.0	129.3	2.00	1.41
43	2009.0	1999.0	130.0	129.3	4.00	1.41
44	2004.0	1999.0	128.0	129.3	0.00	1.41
45	1997.0	1999.0	124.0	129.3	1.00	1.41
46	2008.0	1999.0	136.0	129.3	1.00	1.41
47	2013.0	1999.0	131.0	129.3	1.00	1.41

La comparaison des colonnes deux à deux du tableau, nous donne les informations suivantes :

-les modèles des réponses Y1 et Y2 bénéficient d'une bonne qualité descriptive, nous pourrions donc faire une analyse graphique sur ces réponses.

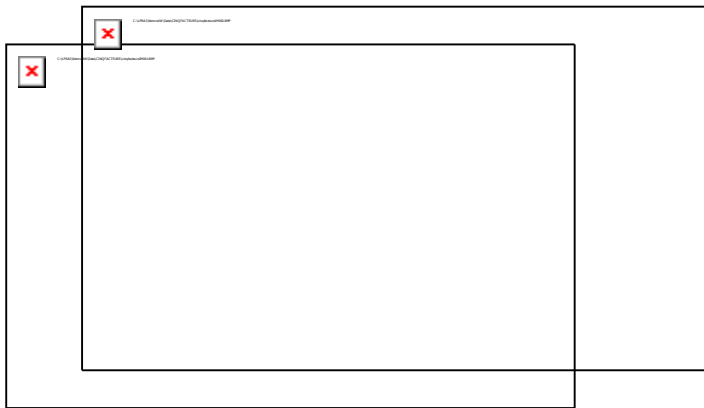
-le modèle de la réponse Y3 n'est pas à une première vue de qualité suffisante, cette différence entre la réponse expérimentale et la réponse calculée nécessite un test statistique pour savoir si on peut valider ce modèle.

Pour porter un jugement sur la qualité descriptive du modèle empirique on peut tracer des graphes d'analyse des résidus.

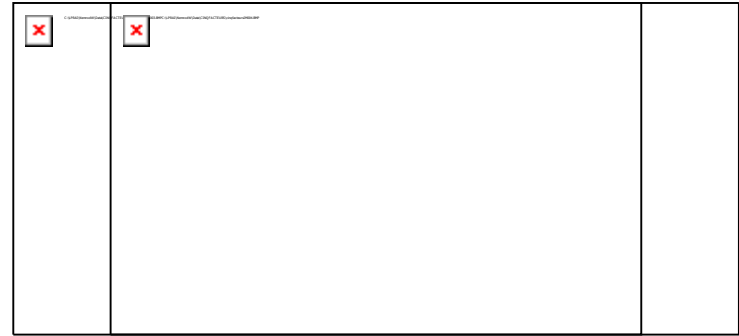
Le graphe (nuage de points) restitue le nuage de points défini à partir des valeurs de résidus entre les réponses mesurées et les réponses calculées par le modèle. Les résidus d'un bon modèle doivent être distribués aléatoirement et ne pas dépendre de la réponse.



Le graphe (droite d'Henry) montre la distribution des résidus par rapport aux valeurs estimées. Plus la droite est alignée, plus la qualité descriptive du modèle est importante.

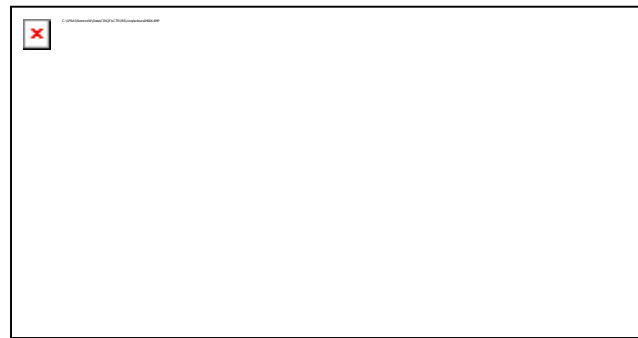
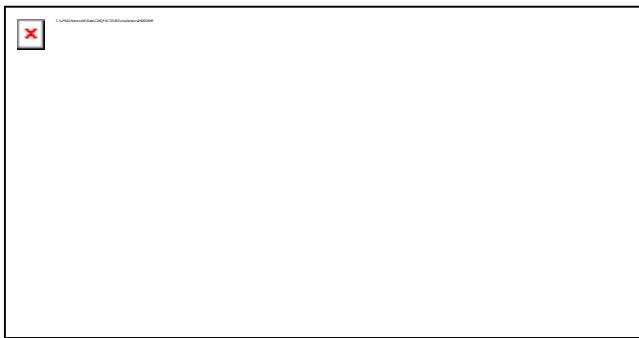


Nuage de points
Droite de Henry
Figure 22: Analyse des résidus (Nuage de points et droite de Henry) de la réponse Y1.



Nuage de points
Droite de Henry

Figure 23: analyse des résidus (nuage de points et droite de Henry) de la réponse Y2.



Nuage de points

Droite de Henry

Figure 24: analyse des résidus (nuage de points et droite de Henry) de la réponse Y3.

Interprétation

D'après ces graphes ci-dessus, nous pouvons dire que la qualité descriptive du modèle des réponses poids et de la durée du cycle de production d'une palette (figure 22 et 23) est importante puisque les résidus sont dispersés de façon aléatoire autour de zéro et le postulat de normalité est validé et que celle de la réponse taux de déchets (figure 24) est moins importante car les résidus montrent une tendance et ne sont pas dispersés aléatoirement.

La construction d'un tableau d'analyse de régression confirmera ces résultats.

VI. Analyse statistique des résultats

L'équation du modèle empirique n'est qu'une approximation de la réalité, la mise en œuvre de tests statistiques doit nous permettre de porter un jugement sur les résultats obtenus à travers les points suivants :

- Connaitre la qualité des estimateurs des coefficients.
- Estimer la validité du modèle avec les résidus traduisant les écarts entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées (tableau d'analyse de la variance).
- Exprimer la qualité descriptive du modèle (coefficient R^2).

A chacun des questionnements correspond un test statistique spécifique que nous allons appliquer.

1. Qualité des estimateurs des coefficients



On rappelle que l'incertitude sur les coefficients est donnée par la formule : $\delta_i = \pm t \cdot \sqrt{\text{var}(b_i)}$.

Avec t la valeur de student au risque 5% qui nous donnera la valeur d'un t expérimentale associée à chacun des coefficients. Cette analyse statistique des coefficients est basée sur l'hypothèse nulle suivante : H_0 où le coefficient b_i est nul.

La probabilité associée à cette hypothèse nous permet d'obtenir le % associé à l'hypothèse nulle (H_0). Voir tableau.

Tableau 11: qualité des estimateurs des coefficients.

Nom	Réponse Y1			Réponse Y2			Réponse Y3		
	Coeff	t _{exp}	Signif %	Coeff	t _{exp}	Signif %	Coeff	t _{exp}	Signif %
b0	1999.0	223.94	< 0.01 ***	129.3	61.09	< 0.01 ***	1.3	1.63	11.1
b1	-3.7	-0.62	54.5	-2.0	-1.43	16.2	-2.1	-3.96	0.0591 ***
b2	-5.9	-1.00	33.0	-0.2	-0.13	89.0	-0.3	-0.60	56.1
b3	3.7	0.62	54.5	1.6	1.12	27.4	-0.3	-0.48	64.0
b4	-11.9	-2.02	5.1	-3.6	-2.59	1.49 *	-0.3	-0.48	64.0
b5	-0.1	-0.01	98.8	1.6	1.16	25.5	0.3	0.48	64.0
b11	3.5	0.45	66.0	3.8	2.07	4.64 *	1.0	1.49	14.5
b22	-20.6	-2.64	1.32 *	5.1	2.74	1.05 *	0.2	0.28	78.0
b33	-20.0	-2.57	1.56 *	8.6	4.64	0.0113 ***	1.1	1.61	11.5
b44	-29.0	-3.73	0.104 **	-0.7	-0.37	71.4	0.9	1.37	18.0
b55	7.8	1.01	32.5	2.1	1.16	25.4	0.8	1.13	27.0
b12	-0.8	-0.06	94.8	5.3	1.88	6.9	1.3	1.20	24.0
b13	-6.0	-0.51	62.1	-1.3	-0.45	66.3	1.3	1.20	24.0
b23	8.0	0.68	51.1	1.0	0.36	72.4	0.0	0.00	100.0
b14	6.5	0.55	59.3	2.3	0.80	43.4	2.5	2.40	2.28 *
b24	-14.8	-1.25	22.1	-4.8	-1.70	9.8	-1.0	-0.96	34.8
b34	-8.3	-0.70	49.8	1.0	0.36	72.4	-0.5	-0.48	64.0
b15	-8.0	-0.68	51.1	-0.3	-0.09	92.7	0.8	0.72	48.5
b25	-5.5	-0.47	65.0	-2.3	-0.80	43.4	-1.0	-0.96	34.8
b35	14.5	1.23	22.9	2.0	0.71	48.8	0.3	0.24	80.7
b45	-18.3	-1.55	13.1	-9.0	-3.21	0.351 **	-1.0	-0.96	34.8

D'après ce tableau nous pouvons déduire si on peut éliminer certains facteurs qui ont un pourcentage élevé, traduisant des coefficients nuls.

2. Validité du modèle

a. Test de L'ANOVA 1

On souhaite avoir un lien significatif entre X et Y, autrement dit on souhaite que la variance due à la régression (V_{REG}) soit supérieure à la variance résiduelle (V_{RES}).

Si $V_{REG} > V_{RES}$ on accepte l'hypothèse H_a .

Test:

$H_0: V_{REG} \approx V_{RES} \quad p > \alpha$

$H_a: V_{REG} > V_{RES} \quad p < \alpha$



b. Test de l'ANOVA 2

On compare :

V_{LOF} : erreur du modèle : Lack of fit

V_{PE} : erreur pur

On souhaite que l'erreur du modèle soit égale à l'erreur pure.

Si $V_{LOF} \approx V_{PE}$ on conserve l'hypothèse H_0 .

Test:

$$H_0: V_{LOF} \approx V_{PE} \quad p > \alpha$$

$$H_a: V_{LOF} > V_{PE} \quad p \leq \alpha$$

Avec : $p\%$ = risque d'erreur en acceptant l'hypothèse H_a .

$\alpha\%$ = risque maximum choisi (à priori 5%).

L'analyse statistique aboutissant à la validité du modèle est décrite dans un tableau d'analyse de régression. Les résultats des tests de validation sont respectivement reportés dans le tableau

Tableau 12: Analyse de la variance de la réponse Y1

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Rapport	Signif
Régression	2.34818E+0004	20	1.17409E+0003	2.1049	3.78 *
Résidus	1.45028E+0004	26	5.57801E+0002		
Validité	1.29368E+0004	20	6.46842E+0002	2.4783	13.2
Erreur	1.56600E+0003	6	2.61000E+0002		
Total	3.79846E+0004	46			

Tableau 13: Analyse de la variance de la réponse Y2.

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Rapport	Signif
Régression	1.85827E+0003	20	9.29134E+0001	2.9636	0.513 **
Résidus	8.15137E+0002	26	3.13514E+0001		
Validité	7.31708E+0002	20	3.65854E+0001	2.6311	11.7
Erreur	8.34286E+0001	6	1.39047E+0001		
Total	2.67340E+0003	46			

Tableau 14: Analyse de la variance de la réponse Y3, avec monômes du modèle désactivés : $X_2 * X_2 - X_2 * X_3 - X_3 * X_4 - X_1 * X_5 - X_3 * X_5$.

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Rapport	Signif
Régression	143.7490	15	9.5833	2.5434	1.37 *
Résidus	116.8042	31	3.7679		
Validité	105.3757	25	4.2150	2.2129	16.2
Erreur	11.4286	6	1.9048		
Total	260.5532	46			

3. Interprétation

Compte tenu des résultats statistiques obtenus pour la réponse du poids (tableau12), le test de l'ANOVA1 donne $p = 3.78 < \alpha = 5\%$, ce qui signifie que la variance due à la régression est supérieure à la variance résiduelle, ou bien la variance expliquée par le modèle est supérieure à celle non expliquée. Le test de l'ANOVA 2 donne $p = 13,2 > 5\%$, donc l'erreur du modèle est presque égal à l'erreur expérimentale.

Pour la réponse durée de cycle de production d'une palette (tableau 13) , le test de l'ANOVA 1 donne $p = 0,513 < 5\%$, donc la variance expliquée par le modèle est supérieure à celle non



expliquée. Le test de l'ANOVA 2 donne $p=11,7>5\%$, donc l'erreur du modèle est presque égal à l'erreur expérimentale.

Pour la réponse taux de déchets (tableau14), le test de l'ANOVA 1 donne $p=1,37 <5\%$, ainsi on peut dire que la variance expliquée par le modèle est supérieure à celle non expliquée. Le test de l'ANOVA 2 montre que l'erreur du modèle est presque égale à l'erreur expérimentale avec $p=16,2>5\%$, ces résultats sont obtenus après désactivation des monômes : $X2*X2 - X2*X3 - X3*X4 - X1*X5 - X3*X5$ ces derniers ont un pourcentage élevé traduisant des coefficients nuls et donc non influents (voir tableau11).

4. Qualité descriptive du modèle

Le coefficient de détermination traduit la contribution du modèle dans la restitution de la variance de la réponse observée. Par définition le coefficient de détermination appartient à l'intervalle suivant : $0 \leq R^2 \leq 1$.

Plus la valeur du coefficient de détermination est proche de 1 plus le modèle explique idéalement les résultats expérimentaux.

Tableau 15: qualité descriptive et statistique des coefficients.

	Y1	Y2	Y3
R^2	0,618	0,695	0,521

D'après le tableau nous constatons que le modèle explique 61,8% des résultats expérimentaux pour la réponse Y1. 69,5 des résultats expérimentaux pour la réponse Y2 et 52,1 des résultats expérimentaux pour la réponse Y3.

VII. Fonction de désirabilité et représentation des surfaces de réponse

En général les optima individuels des réponses sont parfois contradictoires et il faudra rechercher une ou plusieurs solutions de compromis, c'est pour cette raison que nous avons utilisé la fonction de désirabilité, cette dernière a la formule suivante : $D(x)=g(y_1(x), y_2(x), y_3(x))$ et elle prend la valeur 1 si elle répond aux réponses désirés et 0 dans le cas contraire. Dans les figures suivantes nous représentons les différentes réponses désirées.

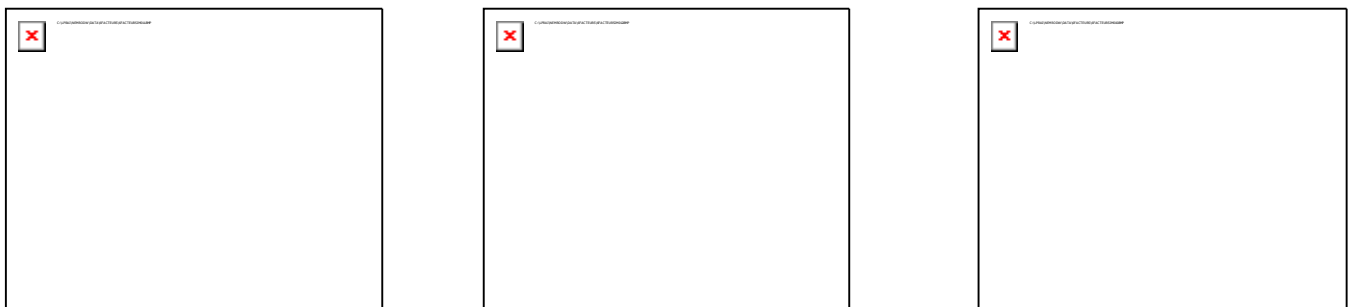


Figure 25: présentation des fonctions desirs des réponses étudiées.

Les calculs réalisés par le logiciel NemrodW et qui répondent à notre fonction de désirabilité, nous ont permis de connaître les valeurs à donner aux paramètres afin d'avoir les réponses optimales et qui sont :

X1 : Humidité= 2%

X2 : temps de démoulage d'urgence= 510ms

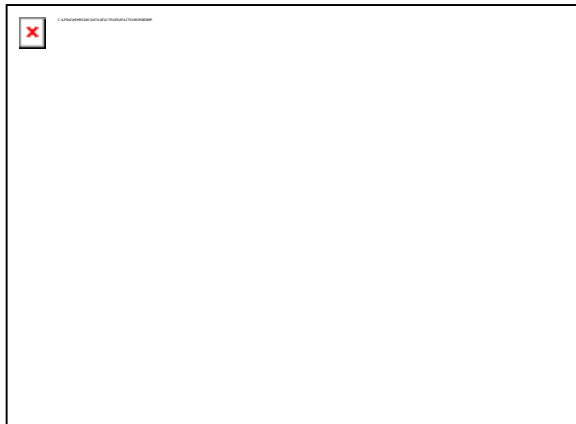
X3 : temps de démoulage = 2220ms

X4 : V1=69%

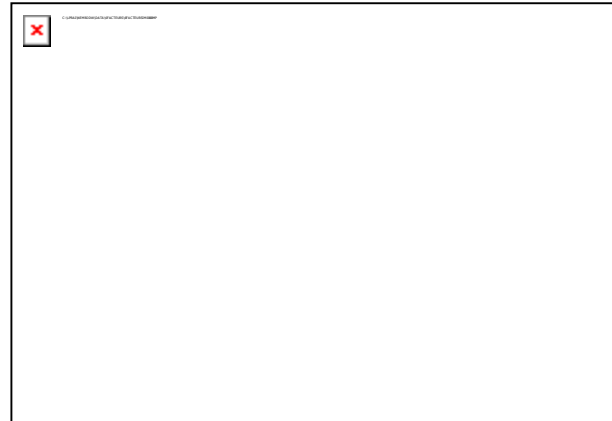
X5 : V1 → V2= 1550g



Nous avons ensuite effectué une représentation graphique qui montre la variation de la fonction de désirabilité, en faisant varier les facteurs. L'exemple choisi montre la variation de la fonction désirabilité en fonction de l'humidité et la vitesse V1.



Représentation 2D



Représentation 3D

Figure 26: Représentation en 2D et 3D de la

fonction de désirabilité dans le domaine expérimental : Humidité * V1.

Les courbes indiquent que les réponses optimales se situent dans le quart supérieur droit, c'est-à-dire au niveau haut du facteur X1 (humidité= 2%) et au niveau haut du facteur X4 (V1=70) où la fonction de désirabilité prend la valeur 1.

VIII. Conclusion

Au terme de cette étude, nous avons pu mettre au point un ensemble de réglages des paramètres afin de stabiliser le poids des pains de sucre, de minimiser la durée de production et de minimiser le taux de déchets.

L'étude a pu livrer des modèles mathématiques quadratiques pour les trois réponses, explicatifs (test d'ANOVA 1) et prédictifs (test d'ANOVA 2), mais leurs coefficients d'ajustement (R^2) ne sont pas de très bonne qualité, ce qui signifie que la variance inexpliquée est importante et cela est peut être dû au grand nombre de facteurs bruits incontrôlables qui influencent les réponses d'une façon négative.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Ce projet de fin d'étude réalisé au sein de la COSUMAR rentre dans le cadre de l'application de la méthode des plans d'expériences à l'étude et à l'optimisation du procédé Pains Packs afin d'avoir un poids des pains de sucre stable, de minimiser la durée du cycle de production et le taux de déchets.

Le criblage des facteurs influençant les réponses étudiées nous a permis de sélectionner les facteurs influents sur chaque réponse pour le poids (le brix, l'humidité, le poids du sucre granulé, V1 et le temps de précompression), pour la durée du cycle de production (le poids du sucre granulé, V1, V2, le temps de compression, le temps de démoulage et le temps de démoulage d'urgence) et



pour le taux de déchets (temps de mélange, V1, temps de compression, temps de démoulage, temps de nettoyage et eau temps de retard).

L'utilisation des plans d'expériences et plus spécifiquement les plans à surfaces de réponses (plan de Box Benhken) nous a permis de modéliser les réponses étudiées. Aussi l'étude de la fonction désirabilité a permis de trouver les niveaux des paramètres répondant aux objectifs fixés préalablement. Ainsi à la lumière de ces résultats nous recommandons de travailler avec :

Une Humidité= 2%

Un temps de démoulage d'urgence= 510ms

Un temps de démoulage = 2220ms

V1=70%

Et V1→V2= 1550g.

Ces résultats sont obtenus par des modèles quadratiques, explicatifs et prédictifs, mais leurs coefficients d'ajustement (R^2) sont faibles, ce qui signifie que la variation inexplicée des réponses est supérieure à celle expliquée par ces modèles. Ainsi nous recommandons à la COSUMAR de faire une étude de maîtrise statistique du procédé de fabrication des Pains Packs, afin de l'étudier et l'améliorer. Cette étude propose des outils pour obtenir une description du procédé, des outils pour explorer le procédé et identifier les causes de variation et des outils pour suivre le procédé et le maîtriser statistiquement.