UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
Département des Mathématiques

Licence Sciences et Techniques (LST)

CALCUL SCIENTIFIQUE ET APPLICATIONS

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES
Pour l'obtention du Diplôme de Licence Sciences et Techniques

Prévisions par l'utilisation de série chronologique et la régression linéaire simple

Présenté par :

- ***HANANE IDRISSI.***

Encadré par :

- ***Pr FATIMA EZZAKI .***
- ***Pr HOUDA ERRAMI.***
- ***Mr MOSTAPHA LAMNAWARE.***

Soutenu Le 11 Juin 2014 devant le jury composé de:
-*Pr* ***FATIMA EZZAKI .***
- *Pr* ***RAHMOUNI HASSANI .***
-*Pr* ***AKHIAT.***

Stage effectué à la RADEEF

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES FES – SAISS
B.P. 2202 – Route d'Imouzzer – FES
212 (0)5 35 61 16 86 – Fax : 212 (0)5 35 60 82 14
Site web : http://www.fst-usmba.ac.ma

Année Universitaire 2013 / 2014

REMERCIEMENTS.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont participé de différentes façons à la réussite de mon stage.

Je tiens à remercier dans un premier temps Madame FATIMA EZZAKI pour l'aide et les conseils concernant les informations évoquées dans ce rapport, qu'elle m'a apporté lors des différents suivis.

Je remercie toute l'équipe pédagogique de la filière Calcul Scientifique et Applications en particulier Madame RAHMOUNI HASSANI et Monsieur AKHIAT qui ont accepté de juger ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur NAJIB LAHLOU MIMI d'avoir accepté d'encadrer ce travail au sein de la RADEEF. De même, je remercie Monsieur MOSTAPHA LAMNAWARE qui m'a aidé et soutenu au cours de la période de stage.

Mes remerciements vont également à Madame HOUDA ERRAMI Chef de division chargé du département contrôle permanent qui m'a donné l'opportunité de réaliser mon stage au sien de l'agence et m'a accordé de son temps malgré son planning chargé.

Je remercie également Mademoiselle NAJIA ALAOUI LAMHAMDI pour le temps qu'elle m'a accordé lors des discussions fort enrichissantes et très sympathiques, Madame MERIEME OULD GAAOUD , Madame SOUAD TALSMAT et aussi Mademoiselle NAJIA ALAOUI MHAMDI des fonctionnaires au sien du département de gestion permanent de m'avoir intégrés rapidement au sein de l'entreprise et m'avoir accordé toute leur confiance, pour le temps qu'elles m'ont consacrés tout au long de cette période, sachant répondre à toutes mes interrogations, sans oublier ses participations au cheminement de ce rapport.

Dédicace.

Je dédie ce mémoire à :

Mes chers parents et je vous remercie pour m'avoir toujours supporté dans mes décisions, merci pour tout votre amour, votre confiance et votre soutien moral et matériel que vous avez manifesté. Je vous dédie ce travail comme preuve de respect de gratitude et de reconnaissance.

Mes frères et mes sœurs pour leurs amours aides et encourages.

Je dédie ce travail spécialement à Madame ILHAM EL BENNANI RETAL professeur de la langue anglais au lysée Moulay Rachid à Fès, qui de près ou de loin me tend toujours une perche pour sauver mon savoir être, mon savoir vivre ainsi que mon savoir faire, en m'orientant vers le droit chemin, celui qui conduit vers la réussite.

Je dédie aussi ce mémoire à mes chers amis pour leurs amitiés.

INTRODUCTION.

Dans le cadre de ma formation en licence calcul scientifique et applications, et pour la préparation de ma licence, j'ai été amené à réaliser un stage d'une durée de deux mois au sein de la RADEEF.

J'ai effectué ce stage dans le département de gestion permanent. Cette période de stage m'a permis de découvrir le monde extérieur, connaitre plusieurs outils et méthodes de travail.

Pendant la période que j'ai passé au sien de la RADEEF je me suis familiarisé avec un environnement technique et un ensemble d'applications.

Le but de ce rapport n'est pas de faire uniquement une présentation exhaustive de tous les aspects techniques que j'ai pu apprendre ou approfondir, mais aussi de faire un tour d'horizon des aspects techniques et humains auxquels j'ai été confronté.

Ce rapport comporte quatre chapitres, le premier chapitre est consacré à une présentation générale de la RADEEF.

Dans le deuxième chapitre j'ai donné des rappels mathématiques utiles à notre étude avec des exemples d'applications.

Le troisième chapitre concerne quelques notions des séries chronologiques et des exemples d'applications.

Le dernier chapitre est réservé aux applications. Nous donnons des modèles de prévisions de la consommation en électricité de la ville de Fès avec deux approches différentes à savoir une modélisation via les séries chronologiques et une modélisation classique.
Nous avons donné également une prévision du débit de deux stations de l'Agence du Bassin Hydraulique de Sebou.

Chapitre 1 : Présentation de la RADEEF

1-Présentation générale de la RADEEF

La Régie Autonome intercommunale de Distribution d'Eau et d'Electricité de la wilaya de Fès (RADEEF) est un établissement public à caractère industriel et commercial, doté de la personnalité morale et de l'autonomie financière, placé sous la tutelle du Ministère de l'Intérieur.

La RADEEF a été créée par délibération du conseil municipal de la ville de Fès en date du 30 avril et 29 août 1969 en vertu du Dahir n° 1.59.315 du 23 Juin 1960 relatif à l'organisation communale, et ce après l'expiration du contrat de concession dont bénéficiait la Compagnie Fassie d'Electricité (CFE) au titre de la distribution de l'énergie électrique.

Par arrêté du 25 Décembre 1969, le Ministre de l'Intérieur a approuvé la délibération du conseil communal de la ville de Fès en date du 29 Août 1969 concernant la création de la RADEEF, fixant la dotation initiale établissant son règlement intérieur ainsi que son cahier des charges.

En Janvier 1970, la RADEEF s'est substituée, d'une part à la « Compagnie Fassie d'Electricité » pour la gestion du réseau électrique, et d'autre part à la ville de Fès pour la gestion du réseau d'eau potable.

La dotation en capital de la Régie, à sa création, fut constituée par l'apport initial auquel se sont ajoutés la valeur des installations, du matériel et du stock remis par la ville ainsi que les fonds détenus pour le compte de celle-ci par l'ancien concessionnaire.

Par la suite, la RADEEF a été transformée en Régie Intercommunale suite à l'arrêté du Ministre de l'Intérieur n°3211 du 02-10-1985 portant autorisation de créer le nouveau syndicat des communes pour la gestion du Service de l'Eau potable dans 19 communes.

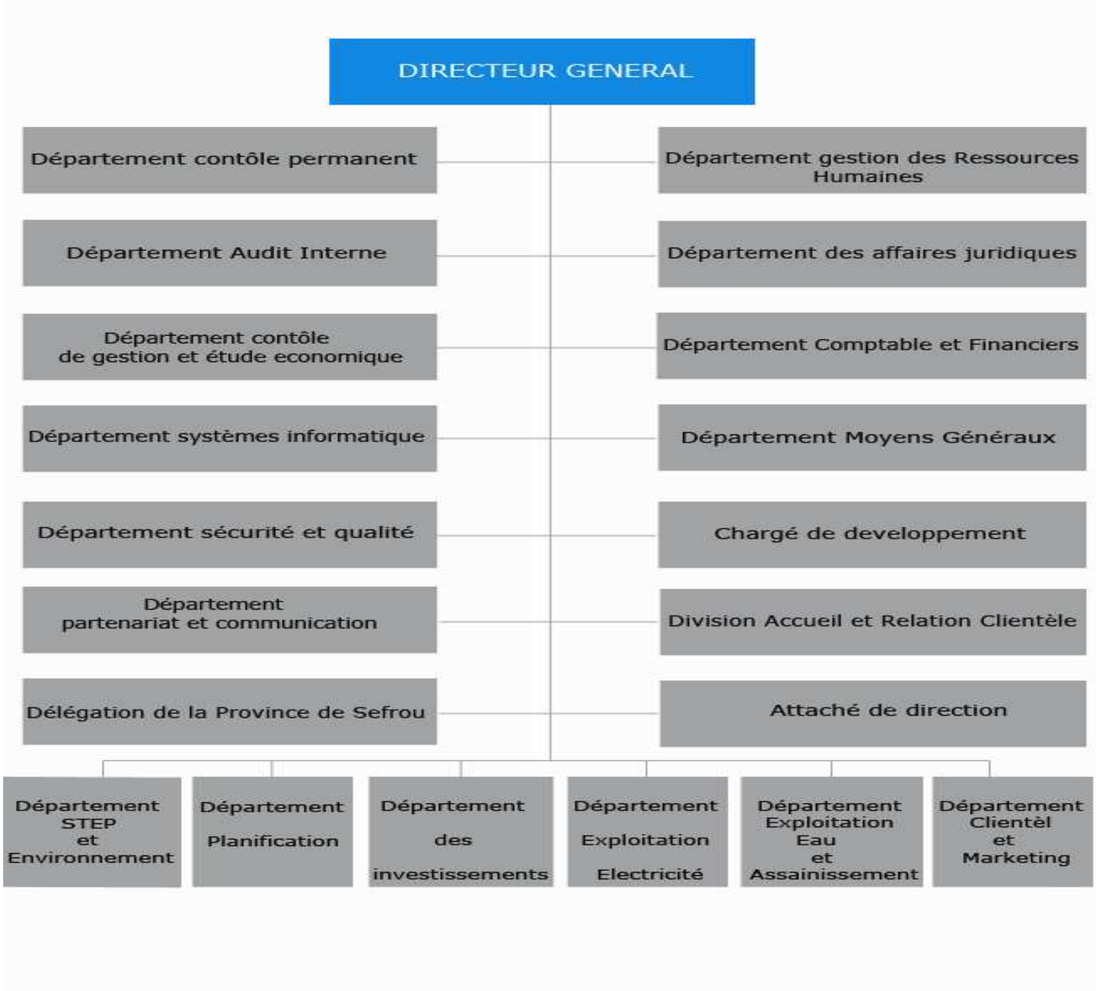
La Régie est donc chargée d'assurer, à l'intérieur de son périmètre d'action, le service public de distribution d'eau et d'électricité, elle est également chargée de l'exploitation des captages et adductions d'eau appartenant à la ville.

A compter du 1er Janvier 1996, la RADEEF a été chargée de la gestion du réseau d'assainissement liquide de la ville de Fès en vertu de l'arrêté du Ministre de l'Intérieur n° 2806-95 du 3 Juin 1996 approuvant les délibérations du conseil de la Communauté Urbaine de Fès et des conseils communaux relevant de cette communauté, lesquelles délibérations ont chargé la RADEEF de la gestion du réseau d'assainissement liquide de la ville de Fès.

Par ailleurs, la RADEEF est assujettie au contrôle des finances de l'Etat en vertu du Dahir n° 1-03-195 du 11 Novembre 2003 portant promulgation de la loi N° 69-00 relative au contrôle financier de l'Etat sur les entreprises publiques et autre organismes.

Actuellement, la RADEEF assure la distribution de l'eau et de l'électricité ainsi que la gestion du réseau d'assainissement liquide l'intérieur de la ville de Fès et de la commune Ain Chkef. Elle est en outre chargée de la distribution de l'eau potable dans les communes urbaines de Sefrou et Bhalil ainsi que dans les communes rurales suivantes : Bir Tam-Tam, Ras Tabouda, Sidi Harazem, Ain Timgnai, Ouled Tayeb, Douar Ait Taleb et Douar Ait El Kadi.

2-Organigramme de Direction



<u>3- Les travaux effectués :</u>

<u>3.1-Département gestion permanent</u>

J'ai surtout occupé trois postes au département de gestion permanent qui ont suscité ma curiosité et mon envie d'en savoir plus. voila les taches que j'ai fait pendant la période de stage :

Matricule	1003
Nom et prénom	Souad Talsmat.
Départment	Contrôle permanent
Division	Contrôle financier et tableaux bord
Fonction exercée	• Vérification de dossiers remboursement des régalements de compte créditeurs des comptes Electricité eau et assainissement (numéro de contrat, nom du bénéficiaire, montant du dépôt de garantie factures, montant du remboursement). • Renseignement des listes de remboursement (numéro de chèque , banque…..). • Examen des règlements des loyers des agences (nom du bénéficiaire, montant du loyer, période du règlement, date du règlement). • Suivi des règlements des deux principaux fournisseurs de la régie (ONE, ONEP….):lieu de consommation, mois de consommation, conformité des prix, date de la réception, qualité des signatures, imputation budgétaire . Suivi des règlements des factures de consommation téléphonique (numéro de la ligne, mois de consommation, montant).

Matricule	1814
Nom et prénom	Najia Alaoui Mhamdi.
Department	Contrôle permanent.
Division	Contrôle financier et tableaux de bord
Fonction exercée	• Contrôle de la conformité des dépenses (commandes simples, commandes sur marché, conventions), tant du point de vue forme que fond. (respect de la réglementation). • Tenue des fils d'enregistrement par type de dépenses (commandes simples, commandes sur marché, conventions). • Contrôle de conformité de forme et de fond(contenu)des documents et pièces des dossiers de règlements des opérations de dépenses par voie de bon de commande et de conventions (vérification des quantités et des prix ,bon de livraison ,réception, délai de livraison, imputation budgétaire, cautionnements, ordres de service, attachements et factures, notes et calcul de pénalités ou de révision des prix, procès verbaux, ordres de paiements et ordres de virement, qualité des signatures de toutes les pièces etc. • Renseignement de fiches de contrôle par règlement destinées à la direction générale. • Classement et archivage des fiches de contrôle.

Matricule	1948
Nom et prenom	Merieme Ould el Gaaoud
Department	Contrôle permanent
Division	Contrôle financier et tableaux de bord
Fonction exercée	• Tenue de dossiers de suivi des marchés depuis la notification du marches jusqu’a la réception définitive :enregistrer toutes les informations suivantes (N^0 du marché, année budgétaire, fournisseur, objet ,RIB ,marche nantiau profit, imputation budgétaire, appel d’offre, marché notifié, délai d’exécution, caution définitive, retenue de garantie, réception provisoire, réception définitive). • Contrôle de conformité de forme et de fond(contenu) des documents et pièces des dossiers de règlements des opérations de dépenses par voie de marché de fourniture et de travaux(vérification des quantités et des prix, bon de livraison, réception, délai de livraison, imputation, budgétaire, cautionnements, orders de service, attachements et factures, notes de calcul de pénaltiés ou de révision des prix, process verbaux, ordres de paiements et ordres de virement, qualité des signatures de toutes les pièces etc. • Réaliser le suivi des paiements sur le marché jusqu’a sa liquidation (N^0 décompte, montant des travaux études ou fournitures, retenue de garantie, montant net à payer, reste à payer, Date et mode de règlement).

	• Renseignement des fiches de contrôle par règlement destinées à la direction générale. • Classement et archivage des fiches de contrôle.

Chapitre 2 : Régression linéaire simple.

Introduction

Ce chapitre introduit la notion de modèle linéaire par la version la plus élémentaire : expliquer Y par une fonction affine de X. Après avoir explicité les hypothèses nécessaires et les termes du modèle, les notions d'estimation des paramètres du modèle, de prévision par intervalle de confiance et la signification des tests d'hypothèse.

1-Modèle linéaire simple [2]

On appelle généralement modèle linéaire simple un modèle de régression linéaire avec une seule variable explicative.

On a donc deux variables aléatoires, une variable expliquée Y, qui est un scalaire, une variable explicative X, également scalaire. On dispose de n réalisations de ces variables, $(X_t)_{1 \leq t \leq n}$ et $(Y_t)_{1 \leq t \leq n}$. Le modèle a deux paramètres : $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + E_t$.

- β_0 *:l'ordonnée à l'origine ;*
- β_1 *:le coefficient directeur ;*

dont l'objectif est d'expliquer les variations de la variable *Y* à partir des valeurs observées pour la variable x.
On suppose
$Y = \beta_0 + \beta_1 X + E$
où *E* est un terme résiduel aléatoire ou erreur.
Nous donnons une estimation du modèle par :
$E(Y) = b_0 + b_1 X$

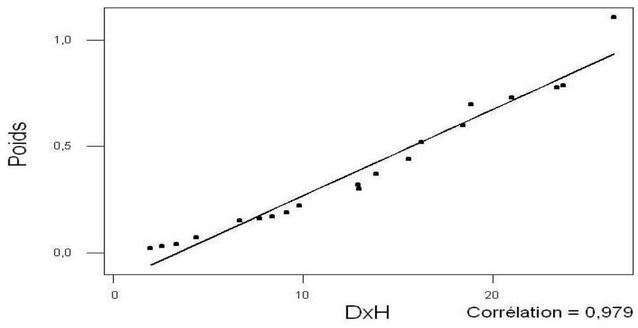


FIGURE 1 – Exemple de régression du poids d'un arbre en fonction de la variable diamètre _ hauteur

<u>Remarque</u> : Nous supposerons pour simplifier que X est déterministe. Dans le cas contraire, X aléatoire, le modèle s'écrit alors conditionnellement aux observations de X :
$E(Y \mid X = x) = b_0 + b_1X$ et conduit aux mêmes estimations. Les hypothèses relatives à ce modèle sont les suivantes :

- ✓ *la distribution de l'erreur est indépendante de X où X est fixe.*
- ✓ *l'erreur est centrée et de variance constante:*
  $E(E) = 0$; $Var(E) = \sigma^2$:
- ✓ *β_0 et β_1 sont constants, pas de rupture du modèle.*
- ✓ *Hypothèse complémentaire pour les inférences : E^2 suit la loi $N(0, \sigma^2)$*

<u>2-Coefficient de corrélation linéaire [1]</u>

Soit $r = \dfrac{cov(X,Y)}{\sqrt{var(X)\,var(Y)}}$

avec $-1 \leq r \leq 1$.

*Le paramètre r est appelé **coefficient de corrélation**.*

r est une mesure symétrique qui mesure le lien linéaire entre X et Y :

$r = -1$: X et Y sont proportionnels et varient en sens opposé.

$r = 1$: X et Y sont proportionnels et varient dans le même sens.

r= 0 : X et Y ne sont pas corrélés.

La corrélation n'indique aucune causalité.

Remarque :

Si X et Y sont indépendants, alors r(X, Y) = 0.

Si X et Y sont gaussiens, il y a équivalence entre indépendance et corrélation nulle.

Estimateur de la variance σ^2:[2]

Soit le modèle a deux paramètres : $Y_t= \beta_0+ \beta_1 X_t+E_t$.

et $E(Y_t)=\check{Y}_t = b_0 + b_1X_t$.

Les résidus calculés ou estimés sont :

$E_t = Y_t - \check{Y}_t$

La variance σ^2 est estimée par la variation résiduelle :

$$s^2 = \frac{1}{(n-2)} . \sum_{t=1}^{n} (E_t)^2$$

3-Précision sur les paramètres b_0 et b_1

Soit $\overline{x}$ et $\overline{y}$ les moyennes de n réalisations de ces variables, $(X_t)_{1 \leq t \leq n}$ *et*

$(Y_t)_{1 \leq t \leq n}$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} . \sum_{t=1}^{n} y_t$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} . \sum_{t=1}^{n} x_t$$

D'après la méthode des moindres carrés on peut écrire **:** $b_0= \bar{y}-b_1.\overline{x}$ *et*

$b_1=s_{xy}/ s^2_{x}$.

avec,

$S_{xy} = \frac{1}{(n-1)} \sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})(x_t - \bar{x})$

et, $S_x = \frac{1}{(n-1)} \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2$

alors,

$E(b_0)=\beta_0$.

$v(b_0) = \sigma^2 . \left(\frac{1}{n} + (\bar{x}^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2) \right)$

et

$E(b_1)=\beta_1$.

$s^2 (b_0) = s^2 . \left(\frac{1}{n} + (\bar{x}^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2 \right)$

$V(b_1) = \sigma^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2$

Estimation de V(b1) et de V(b0)

$s^2 (b_0) = s^2 . \left(\frac{1}{n} + (\bar{x}^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2 \right)$

$s^2 (b_1) = s^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2$

Intervalle de confiance de β1

$b_1 \pm T_{\alpha/2;n-2} . S(b_1)$

Intervalle de confiance de β0

$b_0 \pm T_{\alpha/2;n-2} . S(b_0)$ *où T est la loi de Student à n - 2 degrés de liberté pour un risque α .*

4-Tests de nullité.

Si les valeurs de β_0 ou de β_1 sont faibles, on peut se demander si elles sont significativement différentes de zéro. Le test de nullité consiste à regarder si 0 est dans l'intervalle de confiance de β_0 ou de β_1, intervalle défini ci-dessus avec l'hypothèse de normalité.

Le test de nullité de β_1 est appelé « test d'indépendance des variables ». En effet, si $\beta_1 = 0$ (ou, plus précisément, si β_1 n'est pas significativement différent de zéro), alors X et Y ne sont pas liés.

Si l'on a $\beta_0 = 0$ (ou, plus précisément, si β_0 n'est pas significativement différent de zéro), alors on peut utiliser une loi strictement linéaire $Y= \beta_1 \cdot X+E$

Avec

$b_1=\sum_{t=1}^{n} x_t y_t / \sum_{t=1}^{n} x_t^2$

$S(b_1)= \frac{s}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n}(xt)\ 2}}$

$E_t=Y_t-X_t.b_1-b_0$

$s_2=\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n} e_t^2$

l'intervalle de confiance β_1 *:*

$b_1 \pm s(b_1).\ T\ \alpha/2\ ,n\text{-}2\ .$

5-Prévision statistique.

Le but de la régression est d'établir la loi $Y = f(X)$. Une fois cette loi estimée, on va chercher à prédire une valeur de Y pour une valeur de X donnée ; on *note Y cette valeur estimée,*

$Y = \beta_0 + \beta_1 X$

Il faut donc donner un intervalle de confiance pour cette valeur de Y.

5.1-Inférence concernant la moyenne de la distribution conditionnelle de Y en $X=X_h$

On va faire une estimation de $E(Y_h)$ en $X=X_h$ est $\check{Y}_h=b_0+b_1.X_h$ *suit un loi normale de paramètres N ($E(\check{Y})$, $var(\check{Y})$)*

$E(\check{Y}_h)=\beta_0+\beta_1.X_h$

$V(\check{Y}_h)=V(\bar{Y} + b_1 .(x_h - \bar{X}))$

$=Y(\bar{Y})+(X_h-\bar{X}).V(b_1)$

$= \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + ((x_h - \bar{x})^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2) \right)$

Avec ;

$V(b_1) = \sigma^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2$

Estimation de δ^2 ($\check{Y}_h$).

$s^2(\check{Y}_h)=s^2. [\frac{1}{n} + ((x_h - \bar{x})^2 / \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2)].$

Intervalle de confiance de E ($\check{Y}_h$).

$\check{Y}_h \pm T_{a/2\,;n-2} \cdot s(\check{Y}_h)$ ·

où T est la loi de Student à n - 2 degrés de liberté pour un risque α.

On peut donc se demander avec quelle précision on estime E(Y(x)). Pour un risque α donné, nous voulons pouvoir dire : j'ai α *chances que E(Y(x)) soit dans l'intervalle :*

$[\check{Y}_h - T_{a/2;n-2} . s(\check{Y}_h) \; ; \check{Y}_h + T_{a/2;n-2} . s(\check{Y}_h)]$.

5.2-Prévision d'une valeur de la variable dépendante pour une nouvelle observation de X et intervalle de prévision :

La prévision d'une valeur éventuelle de Y notée $Y_h(p)$ pour une nouvelle

observation X_h est : $Y_h(p)=b_0+b_1. X_h$

on note ;

$d_h=y_h-y_h(p)=y_h-\check{y}_h$

$var(d_h)=var(y_h-\check{y}_h)=var(y_h)+var(\check{y}_h)$

Estimation de la variance :

$$S^2(d_h)= s^2 + s^2(\check{y}_h)=s^2. [1 + \frac{1}{n} +((x_h - \overline{x})2 \; / \; \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2)]$$

L'intervalle de prévision de y_h

$\check{y}_h \pm T_{\alpha/2\,;n-2} . s(d_h)$.

Chapitre 3 : Séries chronologiques.

Introduction :

Ce chapitre a pour objectif de commencer à se familiariser avec les principaux aspects des séries chronologiques.
On y donne la définition des séries chronologiques des éléments de classification des séries chronologiques selon plusieurs critères, des Exemple pratiques, quelques notions utiles (la tendance, Variations saisonnières, Variations accidentelles, des prévisions).ainsi que les raisons qui motivent l'étude des séries chronologiques.
Ces notions sont reprises en détail dans le chapitre suivant.

1.1-Définition d'une série chronologique univariée

Une série temporelle est une ***liste de dates, dont chacune est associée à une valeur*** *(un nombre). Les séries temporelles sont une manière structurée de représenter des données. Visuellement, il s'agit d'une courbe qui évolue au fil du temps. Mathématiquement est c'est processus aléatoire X indexé par un ensemble t tel que t=1,2,….,n (a priori quelconque) Une Famille Xt, oŭ t=1,2,……,n de vecteurs aléatoires à valeurs dans l'espace d'états* $E = R_k$ *ou* $E = C_k$*. Si E = R ou E = C (i.e k = 1), le processus est dit unidimensionnel (ou univarié).*
Dans la pratique, une réalisation sur une durée finie d'un tel processus est également appelée série chronologique par abus de langage cette réalisation Correspond à l'observation à des instants discrets d'une quantité variable, réelle ou complexe.

1.2 -Domaines d'application.

On trouve des exemples de séries chronologiques univariées dans de très Nombreux domaines.
La liste suivante n'est qu'un échantillon :

- ✓ *Finance et économétrie : évolution des indices boursiers, des prix, des données économiques.*

- ✓ *Des entreprises, des ventes et achats de biens, des productions agricoles ou industrielles.*

- ✓ *Assurance : analyse des sinistres.*

- ✓ *Médecine / biologie : suivi des évolutions des pathologies, analyse d'´electro- encéphalogrammes et d'électrocardiogrammes.*

- ✓ *Sciences de la Terre et de l'Espace : indices de marées, variations des Phénomènes physiques (Météorologie), évolution des taches solaires, phénomènes d'avalanches.*

- ✓ *Traitement du signal : signaux de communications, de radars, de sonars, analyse de la parole.*

- ✓ *Traitement des données : mesures successives de position ou de direction d'un Objet mobile (Trajectographie).*

1.3 - Le but d'étude une série chronologique

- ✓ *Décrire l'évolution.*
- ✓ *Permettre l'explication des fluctuations.*
- ✓ *Faciliter la prévision (le passé peut expliquer le futur).*

Il faut donc déterminer les éléments qui constituent l'évolution de X : ce sont les composantes de l'évolution globale.

2-Les modèles d'une série chronologique.

Un modèle de série chronologique est une équation précisant la façon dont les composantes s'articulent les unes par rapport aux autres pour constituer la série chronologique. Il existe de très nombreux modèles, et parmi eux deux modèles classiques simples : le modèle additif et le modèle multiplicatif, auxquels nous nous limiterons.

2.1- Schéma (ou modèle) additif :

La série se décompose en composantes indépendantes les unes des autresla Composante saisonnière de la série, la variation résiduelle, et la tendance ou trend. $X(t) = T(t) + S(t) + E(t)$ *oŭ* $t \in T$ *avec* $T(t) = a\,t + b$ *et* $E(t) = 0$ *.*

Pour bien séparer la tendance de la composante saisonnière, et pour des raisons d'unicité dans la décomposition proposée, on impose que la somme des facteurs saisonniers soit nulle : $\sum_{t=i}^{t=f} S(t)$*=0.*

Exemple :

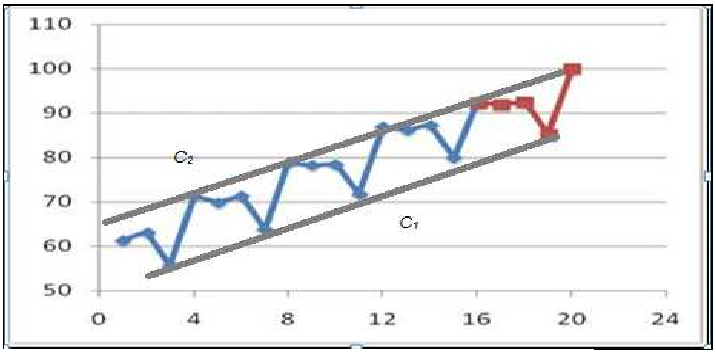


figure- 2 exemple d'une série additif

On remarque que les deux courbes C_1 *et* C_2 *sont parallèles et gardent la même amplitude au long du temps ce qui nous permettons de dire que le modèle est additif.*

2.2 -Schéma (ou modèle) multiplicatif :

La série se décompose en composantes dépendantes les unes des autres, la composante saisonnière de la série est proportionnelle au mouvement de longue Période (trend). $X(t) = T(t).S(t).E(t)$*.*

Là encore, on impose que la somme des facteurs saisonniers soit nulle :

$$\sum_{t=i}^{t=f} S(t) = 0.$$

Exemple :

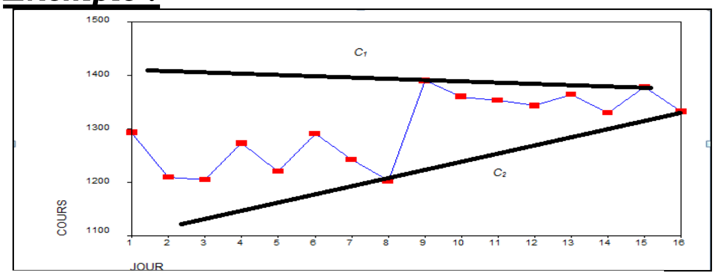


Figure -3 exemple d'une série multiplicatif .

On remarque que les deux courbes C1 et C2 ne sont pas parallèles donc leurs l'amplitude varie au court du temps ce qui nous permettent de dire que le modèle est multiplicatif.

2.3- schéma (ou modèle) mixte :

Il s’agit là des modèles oŭ l’addition et la multiplication sont utilisées. on peut supposer, par exemple, que la composante saisonnière agit de façon multiplicative, alors que les fluctuations irrégulières sont additives :
$X(t) = T(t).S(t) + E(t)$ oŭ $1 \leq t \leq n$.
(toutes les autres combinaisons sont également possibles . . .).
La modélisation stochastique des séries temporelles commence en observant leur graphique et en cherchant une décomposition additive ou multiplicative.

3-Les composantes d’une série chronologique

3.1- La tendance

T(t) est **la tendance ou trend** *: évolution à très long terme du phénomène, débarrassé de ses fluctuations saisonnières et aléatoires. Cette tendance, sur les séries économiques notamment, n’est pas linéaire mais fait l’objet de fluctuations qui correspondent à la succession des phases du cycle économique. Le cycle n’est pas étudié de manière distincte, son évolution est confondue avec celle du trend.*
Lorsque le trend est linéaire, il est exprimé analytiquement par une équation de la forme $T(t)= a.t+ b$.

3.1.1-Droite de tendance :

Peut être définie par la méthode de Mayer oŭ méthode des moindres carrés présentés ci-dessus :

- ✓ ***Ajustement affine par la méthode de Mayer :***

Les couples de points sont classés par abscisses croissantes, puis on partage en deux groupes sensiblement égaux. Pour chaque groupe, on calcule les coordonnées de 2 points moyens G1 et G2 .

Pour G1 :

$x\,G1 =(x1+ x2+ x3+ ......+xn)/n$

$y\,G1 =(y1+ y2+ y3+....... +xn)/n$

pour G2 :

$x\,G2 =(x1+ x2+ x3+.......+xp)/p$.

$y\,G2 =(y1+ y2+ y3+......+xp)/p$.

La droite d'ajustement affine est la droite passant par les deux points moyens G1 et G2 .

Exemple.

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires mensuel d'une entreprise en 10^4 € .

t	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
X(t)	106	107	119	121	117	12 1	130	143	146	146	145	155	161	173	189	194

1er groupe $1 \leq t \leq 8$ $\quad$ *X(G1)= (1+2 +3+4 +5 +6 +7 +8)/8= 4,5*

Y(G1)=(106 +107 +119 +121+117 +121+130 +143)/8 = 120,5

2ème groupe $9 \leq t \leq 16$ $\quad$ *X(G2)=(9 +10 +11+12 +13 +14 +15 +16)/8 = 12,5*

Y(G2)=(146 +146 +145 +155+161+173 +189 +194)/8 = 163,62

- ✓ ***<u>Ajustement affine par la méthode des moindres carrés</u> :***

On appelle covariance du couple de séries statistiques (t ;X (t)), la quantité cov (t,X(t))
le couple (a; b) qui rend minimale est donné par :

a=Cov(t; X)/var(t).

b= $\overline{X}$ *- a* $\overline{t}$*;*

alors la droite d'équation T(t) = a.t + b réalise un ajustement affine de la série (t; X), oŭ t=1,2,….,n est la série explicative et X la série expliquée. On dit que l'on a réalisé un ajustement affine par la méthode des moindres carrés.

<u>3. 2 - composantes saisonnières</u>

On appelle S(t) des fluctuations périodiques régulières qui se superposent au trend. Leur période peut être journalière (fréquentation d'un établissement), hebdomadaire, trimestrielle ou annuelle. Elles ont de multiples causes : mode de vie, coutumes, cycle des saisons, réglementation,…

Deux principes sont à la base de la notion (et donc du calcul) des variations saisonnières :

- la variation saisonnière se répète à l'identique à chaque période, appelée répétition à l'identique.

- l'influence des variations saisonnières est neutre appelé conservation des aires.

3.3 -Variation accidentelle ou résiduelle

E(t) est la variation accidentelle ou résiduelle : ce sont des fluctuations aléatoires dues à un grand nombre de petites causes. Elles représentent dans l'évolution du phénomène étudié la part dont les composantes T(t) et S(t) ne peuvent expliquées.

La question naturelle qui se pose comment savoir que le phénomène étudié par la série chronologique peut être présenté sous forme d'un modèle additif ou multiplicatif ?

4- Choix du modèle

Le choix du modèle est défini par plusieurs méthodes :

4.1-Méthode de la bande :

On utilise le graphe de la série et la droite passant par minima les et celle passant par les maxima.

- ✓ *Si ces 2 droites sont à peu près parallèles : le modèle est additif.*
- ✓ *Si ces 2 droites ne sont pas parallèles : le modèle est multiplicatif.*

4.2-Méthode du profil :

On utilise le graphique des courbes superposées.

- ✓ *Si les différentes courbes sont à peu près parallèles : le modèle est additif.*
- ✓ *Sinon (les pics et les creux s'accentuent) : le modèle est multiplicatif.*

4.3-Méthode du tableau de Buys et Ballot :

On calcule pour chacune des années, la moyenne et l'écart type.

On trace les points d'abscisse la moyenne et d'ordonnée l'écart type de la même année.

On trace la droite des moindres carrés de ces points.

- ✓ *Si l'écart type est indépendant de la moyenne le modèle est additif.*
- ✓ *La pente (a) de la droite des moindres carrés est très proche de 0.*

  Sinon ;

- ✓ *l'écart type est fonction de la moyenne le modèle est multiplicatif.*
- ✓ *La pente (a) de la droite des moindres carrés n'est pas nulle.*

5-Caractéristiques du modèle additif

La série se décompose en composantes indépendantes les unes des autres.

La composante saisonnière et la tendance si on suppose que la variation résiduelle n'existe pas ou Intégrée dans le trend alors $X(t)=T(t)+S(t)$.

5.1-Le trend

Le trend s'écrit $T(t) = a\,t + b$ .Donc $X(t) = a\,t + b + S(t)$.

Les coefficients a et b de l'équation du trend sont calculés par la méthode des moindres carrés. Le calcul des variations saisonnières : $S(t) = X(t) – T(t)$.

Les $X(t)$ sont les valeurs observées (série brute).

Les $T(t)$ sont les valeurs calculées à partir de l'équation du trend.

Exemple *:*

*Si la série comporte des données mensuelles sur 3 ans, on calcule 3*12 =36 valeurs de $S(t)$.*

*Si les données sont trimestrielles, 3 * 4 =12 valeurs de $S(t)$.*

5.2-Les coefficients saisonniers Sj .

On retient 12 valeurs de Sj (de S1 à S12) si la série est mensuelle. on calcule donc la moyenne arithmétique, mois par mois, des S(t) sur l'ensemble des n années.

On retient 4 valeurs de Sj (de S1 à S4) si la série est trimestrielle.

On calcule donc la moyenne arithmétique, trimestre par trimestre, des S(t) sur l'ensemble des n années. La somme ou la moyenne des coefficients saisonniers doit être nulle.

5.3-Les coefficients saisonniers corrigés S'j

Souvent, les arrondis des calculs conduisent à une somme des coefficients saisonniers légèrement différente de 0. Dans ce cas, on calcule :

Un coefficient correcteur ρ = moyenne des Sj sur l'année. Il répartit l'erreur d'approximation sur l'ensemble des périodes et permet que le principe selon lequel la somme des coefficients saisonniers est nulle soit respecté.

On retient, en définitif, des coefficients saisonniers corrigés calculés ainsi :
$S'j = Sj - \rho$.

5.4-La série corrigée des variations saisonnières (série CVS)

C'est la série qui permet de suivre l'évolution du phénomène dans le temps,épuré des mouvements saisonniers de période en période.

Dans le modèle additif, on retranche aux valeurs brutes de la série les coefficients saisonniers corrigés déterminés.$X'(t) = X(t) - S'j$ Cette opération s'appelle « désaisonnalisassions ».

6-Caractéristiques du Modèle multiplicatif.

Les composantes dépendantes les unes des autres, la composante saisonnière de la série est proportionnelle au mouvement de longue période variations d'amplitudes variables (croissantes / décroissantes)
$X(t) = T(t).S(t)$ .On suppose que la variation résiduelle n'existe pas.

6.1-Le trend.

*Le trend s'écrit T(t) = a t + b (seul l'ajustement linéaire est étudié) donc X(t) = (a t + b) * S(t) Les coefficients a et b de l'équation du trend sont calculés par la méthode des moindres carrés. Le calcul des variations saisonnières :*
S(t) = X(t) / T(t) .

- Les X(t) sont les valeurs observées (série brute).

- Les T(t) sont les valeurs calculées à partir de l'équation du trend.

6.2-Les coefficients saisonniers Sj .

Même démarche et mêmes calculs que pour le modèle additif

la moyenne des coefficients saisonniers doit être égale à 1 (la somme à 12 si

données mensuelles ou à 4 si données trimestrielles).

Même justification que pour le modèle additif.

6.3-Les coefficients saisonniers corrigés S'j

Même constat que pour le modèle additif On calcule :

un coefficient correcteur ρ = moyenne des Sj sur l'année.

On retient en définitif des coefficients saisonniers corrigés calculés ainsi :

S'j = Sj / ρ .

6.4-La série corrigée des variations saisonnières (série CVS)

Dans le modèle multiplicatif, on divise les valeurs brutes de la série par les coefficients saisonniers corrigés déterminés. X'(t) = X(t) / S'j.

Exemple.

Soit la série chronologique trimestrielle des ventes de bidules.

T	*X(t)*
1	*235*

2	298
3	221
4	340
5	268
6	327
7	242
8	378
9	300
10	368
11	392
12	421
13	334
14	421
15	322
16	465

On trace d'abord le graphe de la série :

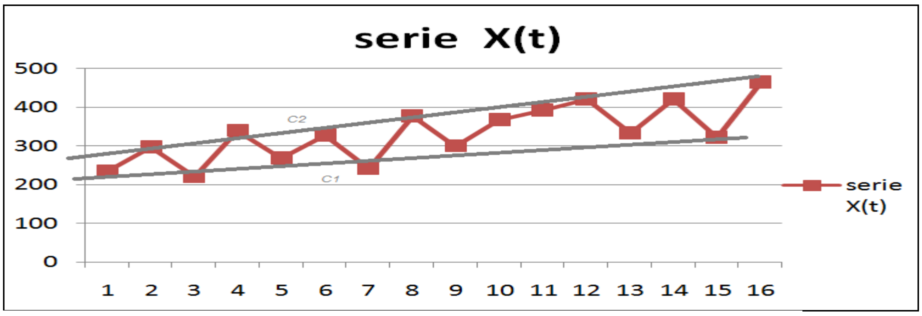


Figure 3 . Série chronologique des ventes de bidules

D'après la figure 3 on remarque que la série est multiplicative car la courbe de maxima C2 et de minima C1 ne sont pas parallèles et l'amplitude varie au court du temps.

La tendance peut être déterminée par la méthode des moindres carrés.

Il s'agit alors de la droite qui passe le plus près possible de l'ensemble des points. Plus précisément, si on appelle S la somme des carrés des écarts verticaux entre une droite quelconque et les points, la tendance est la droite pour laquelle la somme S est minimal. L'effet saisonnier peut être évalué à l'aide de coefficients qui mesurent les écarts entre les ventes et la tendance.

Il reste enfin l'effet aléatoire. Dans cette approche, il s'agit d'un effet résiduel: ce sont les Irrégularités qui restent inexpliquées une fois analysées la tendance et les saisons.

Les aléas peuvent être rendus plus visibles en effaçant les variations saisonnières. C'est l'intérêt de la courbe C.V.S. (Corrigée des Variations Saisonnières).

Les calculs principaux sont regroupés dans un tableau :

T	série X(t)	T(t)=at+b	r=X(t)/T	coef saison	CVS=X(t)/coef
1	235	249	0,95	0,92	257
2	298	259	1,15	1,1	271
3	221	270	0,82	0,81	273
4	340	280	1,21	1,17	290
5	268	290	0,92	0,92	293
6	327	301	1,09	1,1	297
7	242	311	0,78	0,81	299
8	378	322	1,17	1,17	322
9	300	332	0,90	0,92	328
10	368	343	1,07	1,1	334
11	392	353	0,83	0,81	361
12	421	364	1,16	1,17	359
13	334	374	0,89	0,92	365
14	421	384	1,10	1,1	382
15	322	395	0,82	0,81	398
16	465	405	1,15	1,17	396

Les ventes ont tendance à augmenter de 10 ou 11 milliers de bidules par trimestre.

L'équation de la tendance s'écrit : T(t)=10, 447t+238, 20 Le coefficient 238,5 (ordonnée à l'origine) correspondrait à des ventes fictives de 238 milliers de bidules au trimestre 0.On détermine ensuite les coefficients saisonniers en calculant les moyennes des rapports entre les ventes et la tendance pour une même saison.Finalement, on peut tracer les différentes courbes sur un même graphique:

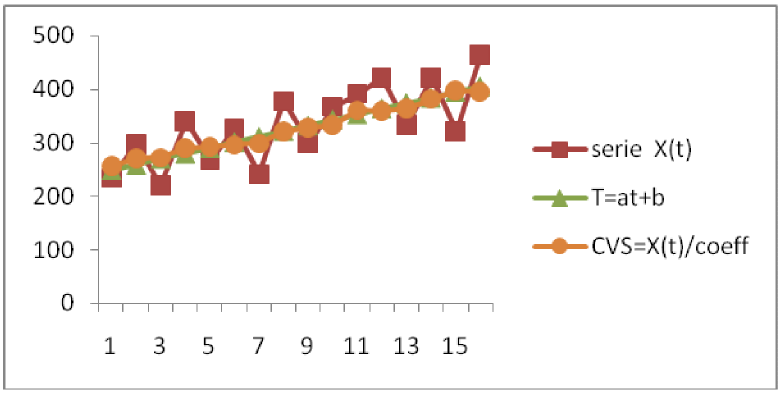


Figure _ 4 Graphe de la série X(t) sa tendance et ses CVS

7-Les moyennes mobiles

7.1- Définition

La moyenne glissante, ou moyenne mobile, est un type de moyenne statistique utilisée pour analyser des séries ordonnées de données, le plus souvent des séries temporelles, en supprimant les fluctuations transitoires de façon à en souligner les tendances à plus long terme. Cette moyenne est dite mobile parce qu'elle est recalculée de façon continue, en utilisant à chaque calcul un sous-ensemble d'éléments dans lequel un nouvel élément remplace le plus ancien ou s'ajoute au sous-ensemble. Ce type de moyenne est utilisé généralement comme méthode de lissage de valeurs, en particulier dans le domaine financier pour analyse technique de boursiers.

Mathématiquement, toute moyenne mobile est un exemple de convolution.

Physiquement, une moyenne mobile est un filtre passe-bas et possède ainsi un lien profond avec le traitement du signal.

7.1.1-Moyenne mobile d'ordre impaire [8]

On appelle moyenne mobile centrée de longueur impaire
$li = 2k + 1$ à l'instant t la valeur moyenne mmt des observations
$x_{t-k}, x_{t-k+1}, \ldots, x_t, x_{t+1}, \ldots, x_{t+k}$:

$$mmt = (x_{t-k} + \ldots + x_{t-1} + x_t + x_{t+1} + \ldots + x_{t+k}) / li.$$

Exemple : Calcul d'une moyenne mobile arithmétique d'ordre 3.

t	X(t)	mm3
1	5	
2	3	(5+3+4)/3=4
3	4	(3+4+5)/3=4
4	5	(4+5+4)/3=4.33
5	4	(5+4+4)/3=4.33
6	4	

7.1.2-Moyenne mobile d'ordre paire .

on appelle moyenne mobile centrée de longueur paire lp = 2 k à l'instant t la valeur moyenne mmt des observations $x_{T-k}, x_{T-k+1}, x_{T-k+2}, x_T, x_{T+1}, \ldots, x_{T+k}$ *, la première et la dernière étant pondérées par 0.5 :*

$$mm_T = (0.5\, x_{T-k} + x_{T-k+1} + \ldots + x_{T-1} + x_T + x_{T+1} + \ldots + x_{T+k-1} + 0.5\, x_{T+k}) / lp$$

Exemple : Calcul des moyennes mobiles arithmétiques d'ordre 2 .

t	X(t)	mm2
1	5	
2	3	(0.5*5+3+0.5*4)/2=3.75
3	4	(3*0.5+4+5*0.5)/2=4
4	5	(4*0.5+5+4*0.5)/2=4.5
5	4	(0.5*5+4+4*0.5)/2

7-2 Estimation de la tendance par les moyennes mobiles.

On estime la tendance par les moyennes mobiles

Si :

- ✓ *la tendance présente une faible courbure.*
- ✓ *les variations saisonnières sont périodiques de période p et ont une influence nulle sur l'année.*
- ✓ *les variations accidentelles sont de faible amplitude, alors la tendance à la date t peut être estimée par la moyenne mobile (centrée) d'ordre p à la date t.*

7.3- Choix pratique de l'ordre d'une moyenne mobile

L'ordre p est la périodicité des variations saisonnières, d'où :

- ✓ *p = 4 si la série est trimestrielle.*
- ✓ *p = 12 si la série est mensuelle.*
- ✓ *p = 3 ou 5 si la série est annuelle.*

Nous rappelons que le but d'un lissage par moyenne mobile est de faire apparaitre l'allure de la tendance. Il s'agit donc de faire disparaitre la saisonnalité et de réduire au maximum le bruit blanc.

- ✓ *On gomme d'autant plus le bruit que l'ordre de la moyenne mobile est grand.*
- ✓ *En revanche, on perd les caractéristiques de la tendance avec une moyenne mobile d'ordre trop élevé (jusqu'à obtenir une tendance constante) .*

En pratique, on doit donc trouver le meilleur compromis pour le choix de l'ordre de lissage optimal.

8-Les différents lissages exponentiels. [7] et [9]

8.1-Généralités sur le lissage exponentiel.

Le lissage exponentiel est une classe de méthodes de lissage de séries chronologiques dont l'objectif est la prévision à court terme. Ces méthodes sont fondées sur une hypothèse fondamentale : chaque observation à l'instant t dépend des observations précédentes et d'une variation accidentelle, et cette dépendance est plus ou moins stable dans le temps..

Lorsque la série présente une **tendance linéaire par morceaux** *(la tendance peut être considérée comme linéaire sur une suite de quelques observations), et n'est soumise à aucune variation saisonnière, on effectue les prévisions à l'aide du* **lissage de Holt** *. Dans le cas d'une série soumise à des* **variations saisonnières***, on utilise souvent le modèle de* **Holt et Winters***.*

Dans le lissage exponentiel simple, il y a donc une seule constante à fixer. Le choix peut être empirique, c'est-à-dire effectué par l'utilisateur en fonction de la connaissance qu'il a de la série. Lorsque la valeur u_t ne dépend guère que des 3 ou 4 dernières observations, on peut choisir la constante α proche de 1. Inversement, si les observations antérieures gardent longtemps une influence *sur la valeur u_t, on choisira α proche de 0. On peut aussi déterminer la constante de façon à minimiser la somme des carrés des erreurs commises ou la somme de valeurs absolues des erreurs commises.*

Le tableaux suivant regroupe les types de lissages et les cas oû on les applique .

TENDANCE	SAISONNALITE	METHODE
Non	Non	Lissage exponentiel simple
Oui	Non	Lissage exponentiel double, Lissage de Holt
Oui	Oui	Lissage de Winters

Résumé des erreurs de prévision.

- *Mean Error (ou Erreur Moyenne) :*

$$ME=\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=T=n+1}^{t=T} e_t$$

si méthode adaptée, ME=0

- *Mean Square Error (ou Erreur Quadratique Moyenne) :*

$$MSE= \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=T=n+1}^{t=T} (e_T)^2$$

- *Mean Absolute Error (ou Erreur Absolue Moyenne) :*

$$MAE=\frac{1}{n} \sum_{t=T=n+1}^{t=T} | e_t |.$$

<u>8.2-Le lissage exponentiel simple</u>

<u>8.2.1-Définition :</u>

Le lissage exponentiel simple (LES) s'applique à des séries chronologiques sans saisonnalité et à tendance localement constante.

Soit $\hat{u}_T(h)$ la prévision à la date $_T$ pour l'horizon h, c'est-à-dire pour la date T+h

Dans le cadre du LES qui s'applique à des séries sans tendance, la prévision faite à la date T est une valeur constante indépendante de l'horizon h:

$\hat{u}_T(h)= \hat{u}_T$

$\hat{u}_T=a \;.\; \hat{u}_T + (1- a) \;.\; \hat{u}_{T-1}$

$\hat{u}_T= \quad a \;.\; \sum_{i=0}^{T-1}(1- a)^{i} \;.\; x_{T-i}$

où a est un paramètre compris entre 0 et 1.

8.2.2-Syntaxe :

Pour les calculs, on utilise une des deux formules de récurrence :

$\hat{u}_T = a \;.\; \hat{u}_T +(1- a).\; \hat{u}_{T-1}$

$\hat{u}_T = \hat{u}_{T-1} + a \cdot (\hat{u}_T - \hat{u}_{T-1}) = \hat{u}_{T-1} + a \cdot e_T$

où $e_T = u_T - \hat{u}_{T-1}$ est l'erreur de prévision.

8.2.3-Choix de la valeur initiale.

On peut choisir pour valeur initiale :

- *La moyenne de la série chronologique.*

- *La première observation u_1 de la série chronologique.*

8.3-Le lissage exponentiel de Holt.

8.3.1-Définition :

Le lissage exponentiel de Holt s'applique aux séries chronologiques sans composante

saisonnière et à tendance localement linéaire.

Niveau :

$\breve{\alpha}_1(T)=\lambda \cdot x_T + (1-\lambda) \cdot [\, \breve{\alpha}_1(T-1) + \breve{\alpha}_2(T-1)\,] = \lambda \cdot x_T + (1-\lambda) \cdot \hat{u}_{T-1}(1)$

Pente :

$\breve{\alpha}_2(T)=\mu \,.\, [\breve{\alpha}_1(T) - \breve{\alpha}_1(T-1)\,] + (1-\mu).\, \breve{\alpha}_2(T-1)$

où λ *et* μ *sont des paramètres compris entre* 0 *et* 1.

Prévision à la date T pour l'horizon, h c'est-à-dire pour la date T+h :

$\hat{u}_T(h)= \breve{\alpha}_1(T)+ \breve{\alpha}_2(T) \cdot h$

Remarque :

- ✓ *On suppose la tendance localement linéaire.*
- ✓ *Cette tendance est donc définie à chaque date* T *par son ordonnée appelée*

  « niveau » et la pente qui définit la direction de la droite de prévision.

Initialisation

Le niveau initial : u_1.

La pente initial : u_2-u_1

8.3-Le lissage de Winters :

8.3.1-Définition :

Le lissage de Winters concerne les séries chronologiques saisonnières.

On commence par choisir le modèle de composition car :

Il y a une méthode de lissage pour les chroniques avec saisonnalité additive,

Et une autre méthode de lissage pour la chronique saisonnalité multiplicative.

On note :

p= période de la composante saisonnière.

m_k*= moyenne de l'année k.*

n = nombre d'années complètes.

8.3.2-Valeurs initiales

Les valeurs initiales sont définies ainsi :

Pente : $\breve{\alpha}_2(0)=(m_n-m_1) / ((n-1).p)$

Niveau : $\breve{\alpha}_1(0)=m_1- \frac{p}{2} . \breve{\alpha}_2(0)$

Les coefficients saisonniers initiaux $s_1, \ldots, s_p$ *sont obtenus en faisant la décomposition saisonnière de la série.*

Remarque :

Après avoir choisi le modèle de composition, et avant la mise en œuvre du lissage exponentiel de Winters, on évalue les p *composantes saisonnières.*

8.3.3-Prévision avec le modèle additif.

- *Prévision à la date T pour l'horizon h:*

  $\hat{u}_T(h)= \breve{\alpha}_1(T)+ \breve{\alpha}_2(T) \cdot h+\dot{\check{S}}_{T+h-p}$

  si $1 \le h \le p$

  $\hat{u}_T(h)= \breve{\alpha}_1(T)+ \breve{\alpha}_2(T) \cdot h+\dot{\check{S}}_{T+h-2p}$

  Si $p \le h \le 2p$.
- *Niveau :* $\breve{\alpha}_1(T)=\lambda\,(u_T - \dot{\check{S}}_{T-p})+(1-\lambda).[\breve{\alpha}_1(T-1)+ \breve{\alpha}_2(T-1)]$
- *Pente :* $\breve{\alpha}2(T) = \mu \cdot [\breve{\alpha}_1(T) - \breve{\alpha}_1(T-1)] + (1-\mu). \breve{\alpha}_2(T-1)$
- *Saisonnalité :* $\dot{\check{S}}_T= v . [u_T - \breve{\alpha}_1(T)] + (1-v) . \dot{\check{S}}_{T-p}$

  avec :

$0 \leq \lambda \leq 1$.

$0 \leq \mu \leq 1$.

$0 \leq v \leq 1$.

8.3.4-Prévision avec le modèle multiplicatif

- *Prévision à la date T pour l'horizon h :*

$\breve{u}_T(h) = [\,\breve{\alpha}_1(T) + \breve{\alpha}_2(T) \cdot h\,] \cdot \dot{\breve{S}}_{T+h-p}$

Si $1 \leq h \leq p$

$\breve{u}_T(h) = [\,\breve{\alpha}_1(T) + \breve{\alpha}_2(T) \cdot h\,] \cdot \dot{\breve{S}}_{T+h-2p}$

Si $p \leq h \leq 2p$

- *Niveau :*

$\breve{\alpha}_1(T) = \lambda \,.\, [u_T / \dot{\breve{S}}_{T-p}] + (1 - \lambda) \,.\, [\,\breve{\alpha}_1(T-1) + \breve{\alpha}_2(T-1)]$

- *Pente :*

$\breve{\alpha}_1(T) = \mu.[\,\breve{\alpha}_1(T) - \breve{\alpha}_1(T-1)] + (1-\mu).\, \breve{\alpha}_2(T-1)$

- *Saisonnalité :*

$\dot{\breve{S}}_T = v \cdot [\,u_T / \breve{\alpha}_1(T)\,] + (1-v) \,.\, \dot{\breve{S}}_{T-p}$

avec :

$0 \leq \lambda \leq 1$.

$0 \leq \mu \leq 1$.

$0 \leq v \leq 1$.

Chapitre 4 : Applications.

Introduction ***:***

Dans ce chapitre on va donner des prévisions par l'utilisation des série chronologiques et la régression linéaire simple pour des

problèmes réels des données de la RADEEF et d l'Agence du Bassin Hydraulique de Sebou. Pour faciliter les calculs on va utiliser

Microsoft Excel et Matlab .

Application 1

Soit la série chronologique des débits annuels en m^3/s de Ain Timedrine des données *de l'Agence du Bassin Hydraulique de Sebou.*

T	Années	Débit
1	1955	33
2	1956	15
3	1957	20
4	1958	17
5	1959	31
6	1960	22
7	1961	16
8	1962	35
9	1963	20
10	1964	23
11	1965	8
12	1966	10
13	1967	23
14	1968	30
15	1969	22
16	1970	26
17	1971	28
18	1972	21
19	1973	18
20	1974	17
21	1975	20
22	1976	24
23	1977	16
24	1978	17
25	1979	17
26	1980	11
27	1981	11
28	1982	11
29	1983	8
30	1984	9
31	1985	20
32	1986	13
33	1987	13
34	1988	10
35	1989	12
36	1990	18
37	1991	11
38	1992	6
39	1993	12

40	1994	7
41	1995	26
42	1996	15
43	1997	12
44	1998	7
45	1999	4
46	2000	9
47	2001	11
48	2002	12
49	2003	13
50	2004	8
51	2005	9
52	2006	6
53	2007	7
54	2008	16
55	2009	23
56	2010	21

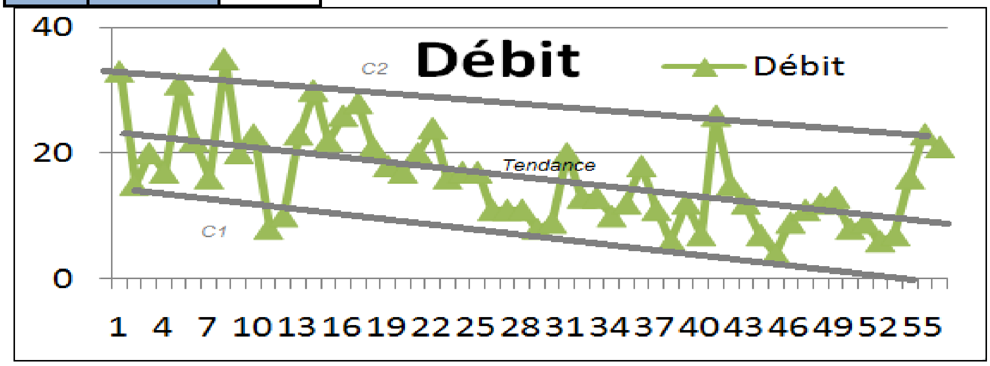


Figure - 5 Graphe d'une série chronologique des débits entre 1955 et 2010 et sa tendance

Remarque :

D'après le graphe du figure 5 on remarque que la courbe C2 des maxima et la courbe C1 des minima ne sont pas parallèles et l'amplitude varie au court du temps donc la série est multiplicatif .

La série n'est pas saisonnière car il ne garde pas la même forme et la tendance est localement linéaire.ces résultats nous permettent d'utiliser un lissage de Holt .Voila le programme en Matlab de Holt :

```
disp('la méthode de holt pour les séries
chronologiques non saisonnier avec tendance
localement linéaire ')
a=0
b=0
x=[ 9  100  54  51  159 93 76 31 23 52 127 113 86 69
45 47 36 36 77 44 60 37 23 26 23 20 19 45 36  26 19
```

```
21  33  19  18  17  8  41  53  31  15  8  14  9  21
31  15  13  11  11  105  138]
x=[33 15  20  17 31  22  16 35  20  23  8  10  23  30
22  26  28  21  18  17  20  24 16  17  17  11  11 11
8  9  20  13  13  10 12 18 11  6  12  7  26  15  12 7
4  9  11  12  13  8 9  6  7   16  23  21]
n=length(x);
xx=zeros(1,n);
p=zeros(n,1);
for p=0:0.1:0.9
for m=0:0.1:0.9
for i=2:n

 a1(1)=x(1);
 a2(1)=x(2)-x(1);
 a1(i)=p*x(i)+(1-p)*(a1(i-1)+a2(i-1));
 a2(i)=m*(a1(i)-a1(i-1))+(1-m)*a2(i-1);
 xx(i)=a1(i-1)+a2(i-1);
 e(i)=x(i)-xx(i);
 b(i)=abs(e(i));
 s(i)=sum(b(i))/n;
 end
 s
 min=s(1);
 for k=1:n
 if s(k)<min
 min=s(k);
 end
 end
 end
 end
 xx
 disp('prévision de la méthode de holt, avec n est la
 valeur dont laquel on va
 commencer la prevision')
 d=input('jusqu a quel valeur voulez vous faire une
 prévision');
 k=d-n;
 for j=1:k
 xx(j+n)=a1(n)+a2(n)*j;
 end
 xx
 plot(xx,'b')
```

```
hold on
plot(x,'r')
hold off
```

***résultats* :**

la méthode de Holt pour les séries chronologiques non saisonnières avec tendance

localement linéaire

x =

Columns 1 through 12

33 15 20 17 31 22 16 35 20 23 8 10

Columns 13 through 24

23 30 22 26 28 21 18 17 20 24 16 17

Columns 25 through 36

17 11 11 11 8 9 20 13 13 10 12 18

Columns 37 through 48

11 6 12 7 26 15 12 7 4 9 11 12

Columns 49 through 56

13 8 9 6 7 16 23 21

prévision de la méthode de Holt, avec n est la valeur dont laquelle on va commencer la prévision jusqu' a quel valeur voulez vous faire une prévision 60

xx =

Columns 1 through 7

0 15.0000 -3.0000 18.3300 16.6857 40.7159 19.8590

Columns 8 through 14

9.2475 46.1459 15.1576 21.1111 -2.4135 7.0890 32.6272

Columns 15 through 21

39.3530 18.7696 26.1679 30.1917 16.8488 13.7470 15.1717

Columns 22 through 28

21.9251 27.8811 11.6530 15.2613 17.0305 6.9227 9.2145

Columns 29 through 35

10.8899 6.0166 8.8458 28.0636 11.4839 11.0540 7.4573

Columns 36 through 42

12.5772 22.8817 7.9880 0.3883 14.4338 5.3170 38.2585

Columns 43 through 49

12.8133 6.9100 1.8926 0.3978 11.7161 14.0679 13.5281

Columns 50 through 56

13.9464 4.6716 8.1501 4.0564 6.9313 22.6644 30.8096

Columns 57 through 60

21.8783 21.7757 21.6731 21.5704

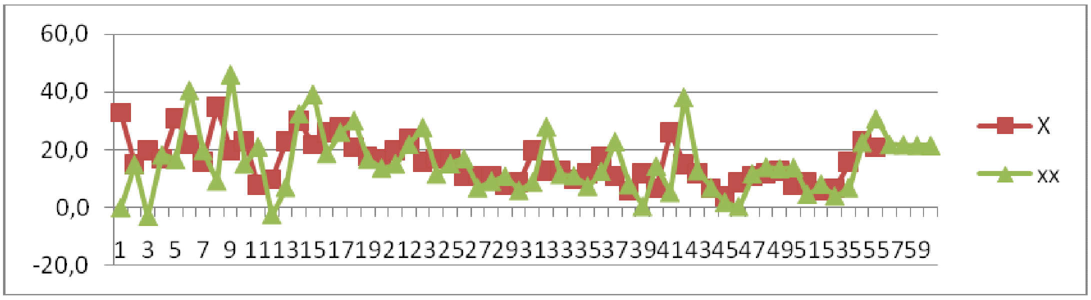


Figure-6 graphe regroupe la courbe de x la série et dexx la prévision

Conclusion :

On remarque que ce type de lissage ne s'adapte pas bien avec cette série car il ya une grand différence entre la série X(t) tel que $1\leq t \leq 56$ et sa prévision XX(t) tel que $1\leq t \leq 60$ d'après la figure 6 .On peut utiliser le lissage exponentiel simple pour voir le plus efficace pour cette application .

Application 2.

Soit X(t) une série des débits annuels en m^3/s de station Azib Sultane ces données de

de l'Agence du Bassin Hydraulique de Sebou.

Année	Débit
1958	9,0
1959	100,0
1960	54,0
1961	51,0
1962	159,0
1963	93,0
1964	76,0
1965	31,0
1966	23,0
1967	52,0
1968	127,0
1969	113,0
1970	86,0
1971	69,0
1972	45,0
1973	47,0
1974	36,0
1975	36,0
1976	77,0
1977	44,0
1978	60,0
1979	37,0
1980	23,0

1981	26,0
1982	23,0
1983	20,0
1984	19,0
1985	45,0
1986	36,0
1987	26,0
1988	19,0
1989	21,0
1990	33,0
1991	19,0
1992	18,0
1993	17,0
1994	8,0
1995	41,0
1996	53,0
1997	31,0
1998	15,0
1999	8,0
2000	14,0
2001	9,0
2002	21,0
2003	31,0
2004	15,0
2005	13,0
2006	11,0
2007	11,0
2008	105,0
2009	138,0

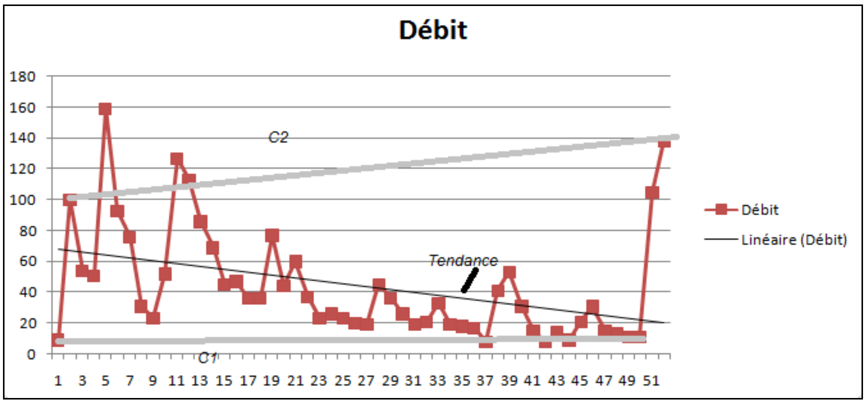


Figure_7 Graphe de la série des débits et sa tendance

<u>Remarque</u>

Les deux courbes C1 et C2 ne sont pas parallèles entre eux et l'amplitude varie au court du temps donc la série est non saisonnière ,sa tendance est linéaire décroissante donc on peut appliquer un lissage de Holt .

Résultat de matlab

la méthode de Holt pour les séries chronologiques non saisonnières avec tendance

localement linéaire

x =

Columns 1 through 12

9 100 54 51 159 93 76 31 23 52 127 113

Columns 13 through 24

86 69 45 47 36 36 77 44 60 37 23 26

Columns 25 through 36

23 20 19 45 36 26 19 21 33 19 18 17

Columns 37 through 48

8 41 53 31 15 8 14 9 21 31 15 13

Columns 49 through 52

11 11 105 138

prévision de la méthode de holt, avec n est la valeur dont laquel on va commencer la prévision jusqu a quel valeur voulez vous faire une prévision60

xx =

Columns 1 through 7

0 100.0000 191.0000 47.7300 33.3517 230.8890 79.5526

Columns 8 through 14

46.2414 -9.9353 3.9246 70.3517 190.3795 127.1049 63.1825

Columns 15 through 21

46.2024 21.9305 41.6096 29.1337 33.4478 106.0565 33.3516

Columns 22 through 28

62.0663 23.9341 6.7642 23.3282 22.0188 17.5526 17.3784

Columns 29 through 35

63.1345 37.6312 16.6596 10.1582 20.0899 42.3403 13.0597

Columns 36 through 42

13.2333 15.4017 1.5232 61.8115 71.5030 19.8647 -3.6395

Columns 43 through 49

-2.8619 16.2740 7.7957 28.4433 41.5790 6.9636 6.5915

Columns 50 through 56

8.3252 10.6652 171.9104 190.2675 239.1439 288.0204 336.8969

Columns 57 through 60

385.7733 434.6498 483.5262 532.4027

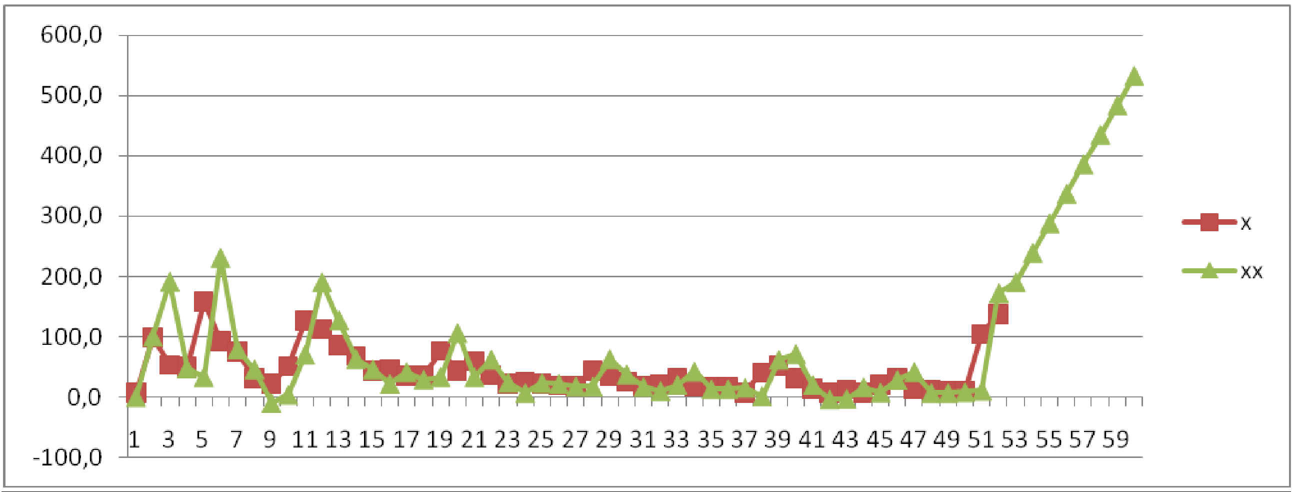


Figure_8 Graphe regroupe la courbe de la série chronologique x et de sa prévision xx.

<u>Conclusion :</u>

Le graphe de XX(t) garde presque les mêmes variations que X(t), donc ce type de lissage est bien s'adapté avec cette série chronologique.

D'après le graphe qui regroupe X(t) et XX(t) , il ya une évolution des débuts dans les années prochaines.

<u>Application 3.</u>

On va appliquer le lissage exponentiel simple sur la série chronologique de l'application 1.Voila le programme de lissage exponentiel simple en Matlab dans le cas oũ alpha est connu.

```
disp('méthode de lissage exponentielle simple avec
tandance localement constante
mais  non saisonnière')
m=0;
b=[0:0.1:1];
s=zeros(1,10)
x= [ 9  100  54  51  159 93 76 31 23 52 127 113 86 69
45 47 36 36 77 44 60 37 23
26 23 20 19 45 36  26 19  21  33  19  18  17  8  41
53  31  15  8  14  9  21  31
15  13  11  11  105  138]
%x= [33 15  20  17 31  22  16 35  20  23  8  10  23
30  22  26  28  21  18  17
20  24 16  17  17  11  11  11 8  9  20  13  13  10 12
18 11  6  12  7  26  15
12 7 4  9  11  12  13  8 9  6  7   16  23  21]
n=length(x);
s=zeros(n,1);
b=[0:0.1:0.9];
xx=zeros(1,n);
```

```
s=zeros(1,n);
j=1;
for alpha=0:0.1:0.9
for i=2:n
xx(1)=x(1);
xx(i)=alpha*x(i)+(1-alpha)*xx(i-1);
e(i)=x(i)-xx(i);
p(i)=e(i)*e(i);
s(j)=sum(p(i));
end
s(j)
j=j+1
end
s
j
min=s(1)
for k=1:10
if s(k)<min
min=s(k);
alpha=b(k)
end
end
alpha
for i=2:n
xx(1)=x(1);
xx(i)=alpha*x(i)+(1-alpha)*xx(i-1);
end
xx(n+1)=m*x(n)+(1-m)*xx(n);
xx
plot(x,'r')
hold on
plot(xx,'b')
hold off
```

<u>résultat du programme :</u>

min =

144

alpha

0.1000

alpha =

0.2000

alpha =

0.3000

alpha =

0.4000
alpha =
0.5000
alpha =
0.6000
alpha =
0.7000
alpha =
0.8000
alpha =
0.8000
xx =
Columns 1 through 7
33.0000   18.6000   19.7200   17.5440   28.3088   23.2618   17.4524
Columns 8 through 14
31.4905   22.2981   22.8596   10.9719   10.1944   20.4389   28.0878
Columns 15 through 21
23.2176   25.4435   27.4887   22.2977   18.8595   17.3719   19.4744
Columns 22 through 28
23.0949   17.4190   17.0838   17.0168   12.2034   11.2407   11.0481
Columns 29 through 35
8.6096   8.9219   17.7844   13.9569   13.1914   10.6383   11.7277
Columns 36 through 42
16.7455   12.1491   7.2298   11.0460   7.8092   22.3618   16.4724
Columns 43 through 49
12.8945   8.1789   4.8358   8.1672   10.4334   11.6867   12.7373
Columns 50 through 56
8.9475   8.9895   6.5979   6.9196   14.1839   21.2368   21.0474
Column 57
21.0474

$2^{ème}$ Cas où nous qui va choisir une valeur de alpha.

Voila le programme du lissage exponentiel simple en Matlab :

```
disp('méthode de lissage exponentielle simple avec
tandance localement constante
mais  non saisonnière')
%x= [ 9  100  54  51  159 93 76 31 23 52 127 113 86
69 45 47 36 36 77 44 60 37 23
26 23 20 19 45 36  26 19  21  33  19  18  17  8  41
53  31  15  8  14  9  21  31
15  13  11  11  105  138]
x=[33 15  20  17 31  22  16 35  20  23  8  10  23  30
22  26  28  21  18  17
```

```
20  24 16  17  17  11  11  11 8  9  20  13  13  10 12
18 11  6  12  7  26  15
12 7 4  9  11  12  13  8 9  6  7   16  23  21]
n=length(x);
xx=zeros(1,n);
alpha=1;
a=1;
min=0;
j=1
while alpha>0
for i=2:n
xx(1)=x(1);
xx(i)=alpha*x(i)+(1-alpha)*xx(i-1);
xx(n+1)=alpha*x(n)+(1-alpha)*xx(n);
e(i)=x(i)-xx(i);
p(i)=abs(e(i));
s(j)=sum(p(i));
end
alpha
s
if min>s
min=s
a=alpha
end
alpha=alpha-0.1;
j=j+1;
end
a=input('saisir la valeur de alpha relie avec le
minimum des s a= ');
for i=2:n
xx(1)=x(1);
xx(i)=a*x(i)+(1-a)*xx(i-1);
xx(n+1)=a*x(n)+(1-a)*xx(n);
end
xx
plot(xx,'r')
hold on
plot(x,'b')
hold off
```

<u>résultat du programme :</u>

s =

Columns 1 through 7

0   0.1209   0.0474   0.2735   0.8880   1.8290   3.1082

Columns 8 through 11
4.7028   6.4996   7.8450   12.0000
saisir la valeur de alpha relie avec le minimum des s a= 0.8
xx =
Columns 1 through 7
33.0000   18.6000   19.7200   17.5440   28.3088   23.2618   17.4524
Columns 8 through 14
31.4905   22.2981   22.8596   10.9719   10.1944   20.4389   28.0878
Columns 15 through 21
23.2176   25.4435   27.4887   22.2977   18.8595   17.3719   19.4744
Columns 22 through 28
23.0949   17.4190   17.0838   17.0168   12.2034   11.2407   11.0481
Columns 29 through 35
8.6096   8.9219   17.7844   13.9569   13.1914   10.6383   11.7277
Columns 36 through 42
16.7455   12.1491   7.2298   11.0460   7.8092   22.3618   16.4724
Columns 43 through 49
12.8945   8.1789   4.8358   8.1672   10.4334   11.6867   12.7373
Columns 50 through 56
8.9475   8.9895   6.5979   6.9196   14.1839   21.2368   21.0474
Column 57
21.0095

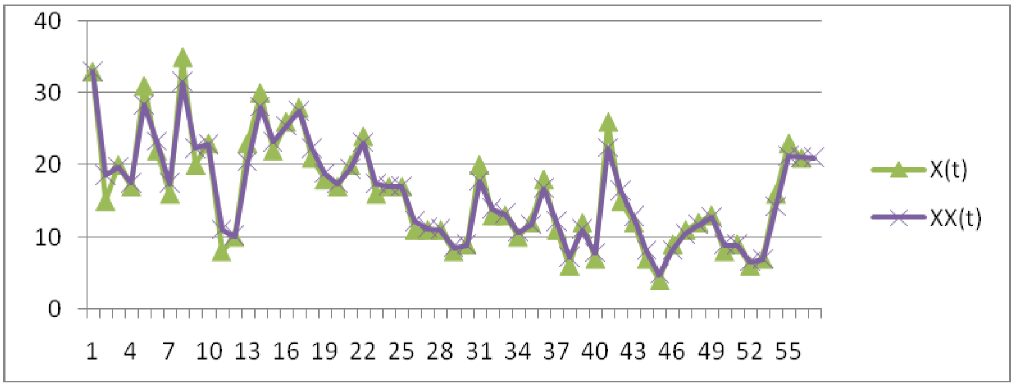


Figure_9 Graphe de X(t) : Série initiale et de XX(t) : prévisions

<u>Conclusion :</u>

Par l'utilisation du lissage exponentiel simple, la série des prévisions garde presque les mêmes variations au cours du temps que la série chronologique des débits X(t) .

<u>application 4</u>

Par l'utilisation des notions des séries chronologiques on va traiter un problème des ventes d'électricités en KWh dans la RADEEF.

Années	Si	t	X(t)
2009	1	1	149441964

	2	2	161110197
	3	3	173249287
	4	4	158679954
2010	1	5	152656616
	2	6	160357519
	3	7	182864675
	4	8	161774489
2011	1	9	157477975
	2	10	171644752
	3	11	187088728
	4	12	170179543
2012	1	13	166123566
	2	14	182663266
	3	15	195613861
	4	16	178559192

Le tableau ci dessous regroupe les moyennes et les écarts types de chaque année.

Années	**Moyenne(A)**	**Ecart type(B)**
2009	160620351	9805635,29
2010	164413325	12936840,7
2011	171597750	12129193
2012	180739971	12156298,2

Tableau ci-dessous regroupe les éléments de la droite de régression par la méthode des
moindres carres.

Les éléments de la droite de régression	
Cov(A,B)	4,15E+12
var(A)	7,85E+13
$\bar{A}$	169342849
$\bar{B}$	11756991,8
A	5,29E-02
B	2801972,83

- On trace les points d'abscisse la moyenne et d'ordonnée l'écart type de la même Année.

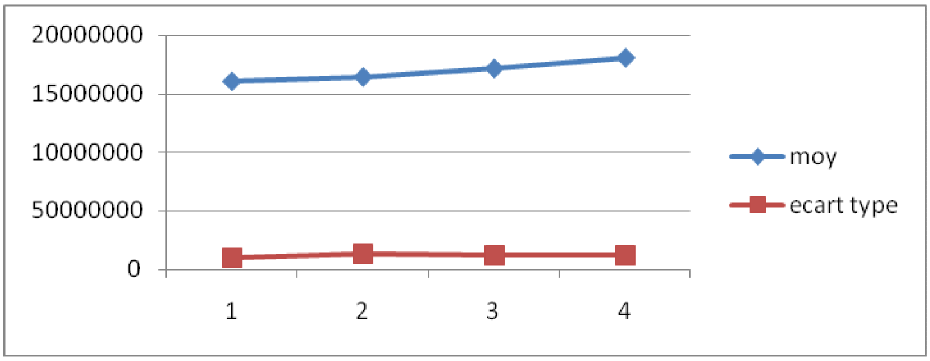


Figure_10 graphe des écarts types en fonction des moyennes

Remarque :

- ✓ l'écart type est indépendant de la moyenne .
- ✓ *La pente (a) de la droite des moindres carrés est très proche de 0 avec a*=5,29E-02

Donc le modèle est additif.

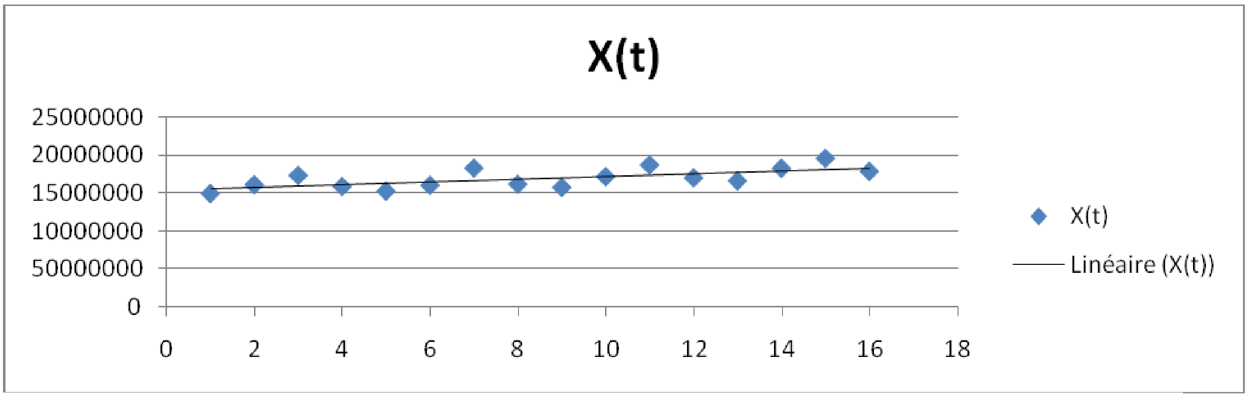


Figure_11 Graphe de la série des ventes d'électricités en KWh et sa tendance.

les éléments de la droite de régression	
cov(t,X(t))	39819143,1
vat(t)	22,6666667
$\bar{t}$	8,5
$\bar{X}$	169342849
A	1756726,9
B	154410670

Le tableau suivant regroupe les calcules principaux.

t	X(t)	T(t)=at+b	s_j=écarts saisonniers	S_j=coeffi saiso	Cvs	X'(t)=T(t)+S_j
1	149441964	156167396,9	-6725432,9	-10282728,39	159724692	145884669
2	161110197	157924123,8	3186073,2	479447,9505	160630749	158403572

3	173249287	159680850,7	13568436,3	14482925,3	158766362	174163776
4	158679954	161437577,6	-2757623,6	-4679644,82	163359599	154000309
5	152656616	163194304,5	-10537688,5	-10282728,39	162939344	152911576
6	160357519	164951031,4	-4593512,4	479447,9505	159878071	160836967
7	182864675	166707758,3	16156916,7	14482925,3	168381750	181190684
8	161774489	168464485,2	-6689996,2	-4679644,82	166454134	157094844
9	157477975	170221212,1	-12743237,1	-10282728,39	167760703	159938484
10	171644752	171977939	-333187	479447,9505	171165304	172124200
11	187088728	173734665,9	13354062,1	14482925,3	172605803	188217591
12	170179543	175491392,8	-5311849,8	-4679644,82	174859188	165499898
13	166123566	177248119,7	-11124553,7	-10282728,39	176406294	166965391
14	182663266	179004846,6	3658419,4	479447,9505	182183818	183142714
15	195613861	180761573,5	14852287,5	14482925,3	181130936	195244499
16	178559192	182518300,4	-3959108,4	-4679644,82	183238837	173879547

Le tableau suivant regroupe les moyennes des coefficients saisonniers de chaque
trimestre pendant 4 années :

	A1	A2	A3	A4	Coeffi saiso
s1	-6725433,26	-10537688,9	-12743237,4	-11124554	-10282728,39
s2	3186072,84	-4593512,75	-333187,348	3658419,06	479447,9505
s3	13568435,9	16156916,3	13354061,8	14852287,2	14482925,3
s4	-2757623,96	-6689996,55	-5311850,15	-3959108,74	-4679644,85
Somme					0,010500001

Remarque :

La somme des moyennes de variations saisonnières est presque nulle.

Décomposition de la série chronologique: prévisions

Avec les coefficients saisonniers et la prévision faite à partir de la tendance, la

prévision pour les quatre quarts de l'année 5 est :

Ai	Si	t	T=at+b	Sj(coeff-saiso)	Prévisions
	1	17	184275027,3	-10282728,39	173992299
	2	18	186031754,2	479447,9505	186511202
2013	3	19	187788481,1	14482925,3	202271406

	4	20	189545208	-4679644,82	184865563

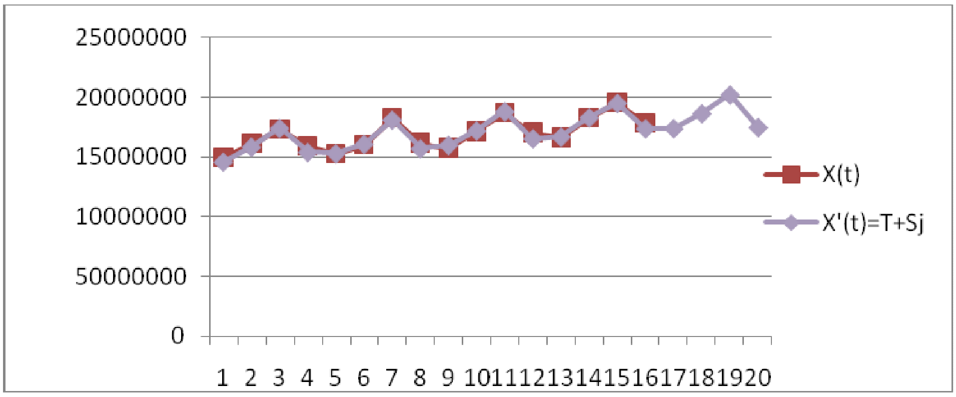


Figure_12 Graphe de X'(t) prévisions et de X(t) série initiale.

Remarque :

La série chronologique est saisonniers donc on peut utiliser le lissage de Winters .

Pente : $\breve{\alpha}_2(0)=(m_n-m_1)/((n-1).p)$

Niveau : $\breve{\alpha}_1(0)=m_1-\frac{p}{2}.\breve{\alpha}_2(0)$

Avec ;

m_1 :	moyenne de l'annee 1.	m_n:	moyenne de l'annee n.

a2(0)=1676635,06.

a1(0)=157267080.

Niveau : $\alpha_1(T)=\gamma(x_T-S_{T-p})+(1-\gamma).[\alpha_1(T-1)+\alpha_2(T-1)]$

Pente : $\alpha_2(T)=\mu\,[\alpha_1(T)-\alpha_1(T-1)]+(1-\mu).\alpha_2(T-1)$.

Saisonnalité : $S_T=\vartheta.[x_T-\alpha_1(T)]+(1-\vartheta).S_{T-P}$.

on suppose que :

$\gamma=0.3$.

$\vartheta=0$.

$\mu=0$.

Donc

Niveau : $\alpha1(T)=0.3.(x_T-S_{T-p})+0.70.[a_1(T-1)+a_2(T-1)]$

$a_1(0)=157267080$.

<u>*Pente*</u> *:* $a_2(T)=a_2(T-1)$

α$_2$ (0)=1676635,06.

Saisonnalité :S_T=S_{T-P}.

L'odre est 4 car la série est trimestrielle.

S1=s_1 ;S2=s_2 ;S3=s_3 ;S4=s_4.

Le tableau suivant regroupes les calcules des pentes des niveaux et des prévisions pour t=1,2……..,16.

Si	X(t)	coeffi saiso	Pente	Niveau	Prévisions
1	**149441964**	**-10282728,39**	**1676635,06**	**157267080**	**148660986,7**
2	**161110197**	**479447,9505**	**1676635,06**	**159449825**	**161605908**
3	**173249287**	**14482925,3**	**1676635,06**	**160418430,6**	**176577990,9**
4	**158679954**	**-4679644,82**	**1676635,06**	**162474425,6**	**159471415,8**
1	**152656616**	**-10282728,39**	**1676635,06**	**163787545,8**	**155181452,4**
2	**160357519**	**479447,9505**	**1676635,06**	**163788347,9**	**165944430,9**
3	**182864675**	**14482925,3**	**1676635,06**	**166340013**	**182499573,3**
4	**161774489**	**-4679644,82**	**1676635,06**	**167547893,8**	**164544884**
1	**157477975**	**-10282728,39**	**1676635,06**	**168785381,2**	**160179287,9**
2	**171644752**	**479447,9505**	**1676635,06**	**170673002,6**	**172829085,6**
3	**187088728**	**14482925,3**	**1676635,06**	**172426487,2**	**188586047,5**
4	**170179543**	**-4679644,82**	**1676635,06**	**174329941,9**	**171326932,1**
1	**166123566**	**-10282728,39**	**1676635,06**	**176126492,2**	**167520398,9**
2	**182663266**	**479447,9505**	**1676635,06**	**179117334,5**	**181273417,5**
3	**195613861**	**14482925,3**	**1676635,06**	**180895059,4**	**197054619,8**
4	**178559192**	**-4679644,82**	**1676635,06**	**182771837,2**	**179768827,4**

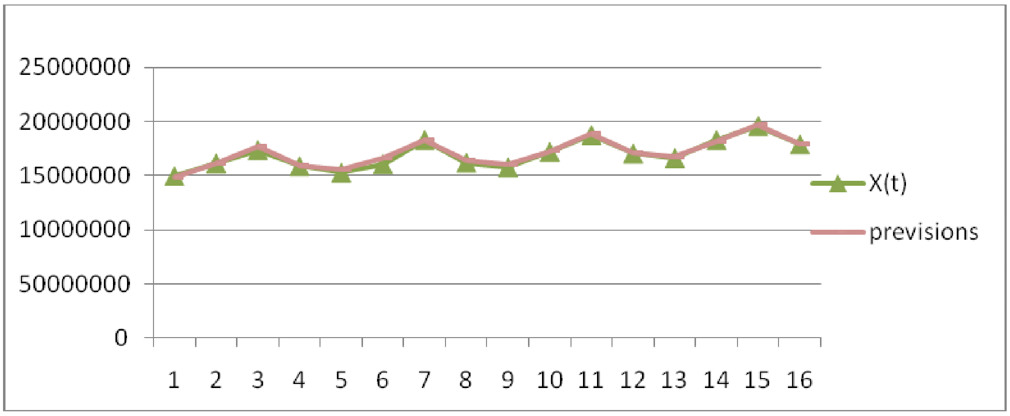


Figure_13 Graphe de la série chronologique X(t) et les prévisions

<u>Prévision à la date T pour l'horizon h :</u>

A_i	trimestres=h	coefficients saisonniers	Prévisions
	1	-10282728,39	174165743,8
	2	479447,9505	186604555,2
	3	14482925,3	202284667,6
2013	4	-4679644,82	184798732,6

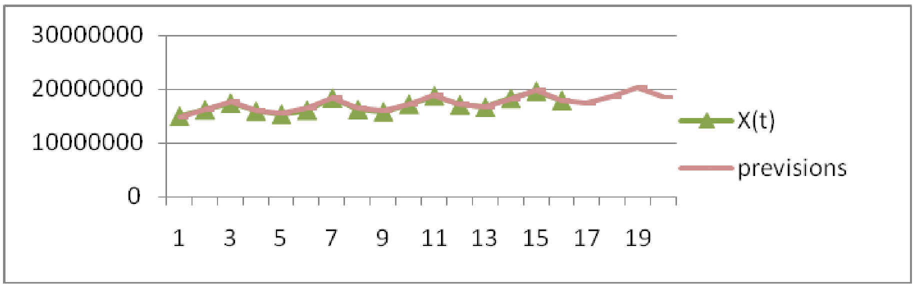


Figure_14 Graphe de x(t) entre 2009 et 2012 et les prévisions trimestrielle entre 2009 et 2013.

On va refaire le même problème des ventes d'électricités en quantités de KWH mais cette fois avec la régression linéaire simple.

$Yi=\beta_0+\beta_1.S_i+E_i.$

$E(Yi)=b_0+b_1.Si.$

$E(Y_i)=1756726,84.S_i+154410671.$

S_i	Y_i	$\check{Y}_i=b_0+b_1.S_i$	$E_i^2=(Y_i-\check{Y}_i)^2$	$S_i-\bar{S}$	$(S_i-\bar{S})^2$
1	149441964	156167398	4,52315E+13	-7,5	56,25
2	161110197	157924124	1,84102E+14	-6,5	42,25
3	173249287	159680851	7,60449E+12	-5,5	30,25
4	158679954	161437578	7,60449E+12	-4,5	20,25
5	152656616	163194305	1,11043E+14	-3,5	12,25
6	160357519	164951032	2,11004E+13	-2,5	6,25
7	182864675	166707759	2,61046E+14	-1,5	2,25
8	161774489	168464485	4,4756E+13	-0,5	0,25
9	157477975	170221212	1,6239E+14	0,5	0,25

10	171644752	171977939	1,11014E+11	1,5	2,25
11	187088728	173734666	1,78331E+14	2,5	6,25
12	170179543	175491393	2,82158E+13	3,5	12,25
13	166123566	177248120	1,23756E+14	4,5	20,25
14	182663266	179004846	1,3384E+13	5,5	30,25
15	195613861	180761573	2,2059E+14	6,5	42,25
16	178559189	182518300	1,56746E+13	7,5	56,25

$\sum_{i=1}^{16}(Si-\bar{S})^2$ =2340

$S^2(d_h)=S^2+S^2(\check{Y}_h)=S^2\cdot[1+\frac{1}{n}+(S_h-\bar{s})^2/\sum_{t=1}^{n}(S_t-\bar{s})^2]$

Intervalle de prévision :

L inf = $E(S_h) - t_{\alpha/2;n-2}.S(d_h)$

L sup = $E(S_h) + t_{\alpha/2;n-2}.S(d_h)$

Previsions :

Prévisions pour l'année 2013 pendant 4 trimesters:

S_i	$E(S_i)$	Li	Ls
17	184275027	137489451	231060604,1
18	186031754	161096684	210966824,6
19	187788481	162307123	213269839
20	189545208	163476152	215614263,5

Le tableau suivant regroupe les erreurs de régressions et de série chronologique

Erreurs de série chronologique.	Erreurs de régression.
-3557295	36330193,6
-2706625	0
914489	-1552387,83
-4679645	37556228,4
254960	37964906,7
479448	38373585,1
-1673991	38782263,4
-4679645	39190941,5
2460509	39599619,8
479448	40008298,2
1128863	40416976,5

-4679645	40825654,8
841825	177248122
479448	-3658415,4
-369362	4,6730358
-4679645	4,75341332

Conclusion :

Pour les prévisions qu'on a calculé par la méthode de Winters ou la méthode classique des séries chronologiques on remarque que ces valeurs appartiennent aux intervalles qu'on a estimés par la méthode de régression linéaire simple en plus de ça les valeurs des erreurs qu'on a commises par l'utilisation des séries chronologiques sont moins comparant avec les erreurs commis par la régression linéaire simple dans les majorités des cas.

Conclusion.

Ce stage m'a été très bénéfique. Il m'a permis de m'intégrer et à m'adapter au fonctionnement de l'entreprise. Cela m'a donné l'opportunité d'acquérir une expérience professionnelle et découvrir des nouveaux métiers dans des domaines variés. J'ai occupé trois postes au département de gestion permanent qui ont suscité ma curiosité à savoir plus.

J'ai découverts le travail en équipe et le sens de responsabilité au sein d'une équipe. J'ai appris à appliquer mes acquits en probabilités, statistique et informatique à des problèmes réels. Pour le traitement des données j'ai utilisé les logiciels Matlab, langage C et Microsoft office (Word, Power point).

Au cours de ce projet de fin d'étude, j'ai donné la prévision de consommation en électricité de Fès via deux méthodes différentes à savoir, les séries chronologiques et la régression linéaire simple.

D'après les résultats des applications nous avons remarqué que les séries chronologiques sont plus efficaces. Ces derniers donnent une valeur de prévision avec une erreur plus petite que celle donnée par la régression.

L'origine de cette justesse est la courbe des valeurs de prévisions qui est très proche de la courbe des séries chronologique initiale. Ces prévisions sont d'autant meilleurs si les paramètres et type de lissage sont bien choisis.

J'ai donné également une prévision du débit de deux sources de l'Agence du Bassin Hydraulique de Sebou .

Références.

[1]-[polycopie de l' Introduction à la méthode statistique et probabilité].
Introduction aux méthodes statistiques .EZZAKI FATIMA,
Professeur au faculté des sciences et techniques, Fès.

[2]-[polycopie de Statistique inférentielle et probabilité].
Statistique inférentielle et probabilité. EZZAKI FATIMA, professeur
au faculté des sciences et techniques, Fès.

[3]-[Statistique théorique et application.2.].
Statistique théorique et application2.inférence statistique à une et à deux
dimentions 3 ème édition .Pierre Darnelie tome 2.

[4]-[Séries chronologiques : théorie et pratique des modèles ARIMA]
Série chronologiques : théorie et pratique des modèles ARIMA DROES BEKE,J.J.

[5]-[http://www2.univparis8.fr/kahane/file/L2corseriechroTD9.pdf].

[6]-[http://tran.ensae.net/enseignements/Correctionserietemp02.pdf].

[7]-[http://www.jybaudot.fr/Previsions/holt.html] .

[8]-[http://www.trading-school.eu/glossaire-bourse/fiche-Moyennes-Mobiles-40].

[9]-[http://ressources.aunege.fr/nuxeo/site/esupversions/6649e19c-1113-4060-a809-0deb3959ffd5/res/publication_papier_prevision_130104.pdf]

Tables des matières.