



Licence Sciences et Techniques (LST)  
**Mathématiques et Applications**  
**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

Pour l'obtention du Diplôme de licence Sciences et Techniques

**L'Optimisation d'une trajectoire d'avion en 4D**

Présenté par :

- ◆ Kaddouri soumia.

Encadré par :

- ◆ Pr.M.ETTAOUIL (FST-Fès)
- ◆ Mr.R.KAIDI (ONDA)

Soutenu Le 17 Juin 2015 devant le jury composé de:

- ◆ Pr.M.ETTAOUIL (FST-Fès)
- ◆ Pr.C.LOQMAN (EST-Meknès)
- ◆ Pr .Y .GHANOU (EST-Meknès)
- ◆ Pr.F.EZZAKI (FST-Fès)

**Stage effectué à L'Office National des Aéroports**

**Année Universitaire 2014 / 2015**

## *Dédicace*

*À nos chers parents, en témoignage de notre gratitude, si grande qu'elle puisse être, pour tous les sacrifices qu'ils ont consentis pour notre bien-être et le soutien qu'ils nous ont prodigués tout le long de notre éducation. Que Dieu, le tout puissant, les préserve et leur procure santé et longue vie.*

*À nos chers frères et sœurs pour le soutien et l'encouragement qu'ils nous ont accordé et à nos amis pour leur compréhension et fidélité, nous exprimons nos profonds remerciements.*

*Notre reconnaissance et notre grand respect s'adressent à nos professeurs pour leurs efforts remarquables.*

*Nous dédions ce travail, expression de notre grand amour avec tous nos vœux de bonheur et de prospérité.*

## Remerciement

*Avant de commencer la présentation de ce travail, je profite de l'occasion pour remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'études.*

*Je tiens à exprimer mes vifs remerciements pour mon grand et respectueux professeur, M. Mohammed Ettaouil, d'avoir accepté de m'encadrer pour mon projet de fin d'études, ainsi que pour son soutien, ses remarques pertinentes et son encouragement.*

*Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et toutes mes pensées de gratitude à M. Rachid Kaidi, qui m'a accompagné de près durant tout ce travail, pour sa disponibilité, pour la confiance qu'il a su m'accorder et les conseils précieux qu'il m'a prodigués tout au long de la réalisation de ce projet.*

*Je tiens à remercier aussi les cadres et tous les personnels de l'ONDA.*

*Mes remerciements vont aussi à M. LOQMAN Chakir pour son soutien et ses remarques pendant toute la période de la réalisation de ce projet. Veuillez trouver ici le témoignage de notre respect le plus profond.*

*Nos remerciements s'adressent également aux honorables membres du jury Mme.F.EZZAKI et Mr.Y.GHANOU d'ayant accepté d'examiner notre modeste travail et de siéger à sa soutenance.*

*Mes remerciements vont aussi à tous mes professeurs, enseignants et toutes les personnes qui m'ont soutenus jusqu'au bout, et qui n'ont pas cessé de me donner des conseils très importants en signe de reconnaissance.*

# *Résumé*

Au cours du temps, le contrôle aérien est une tâche de plus en plus critique qui demande précision et rapidité d'avion.

A l'heure actuelle, une modification de trajectoires pour éviter un obstacle au bon déroulement du vol est un processus très long. Les obstacles sont les éléments à éviter comme les nuages à contourner, les zones interdites de survol ou les conflits de trafic aérien déjà trop dense. Ces obstacles, dont la liste n'est pas exhaustive, sont nommés No-Fly Zones.

Dans ce rapport, nous proposons d'embarquer au sein même de l'avion la fonction de détection d'obstacle et de proposition d'une nouvelle route afin d'éviter les éventuels obstacles. Le but principal est de diminuer la charge de travail des contrôleurs aériens et des pilotes.

Pour résoudre les problèmes mentionnés plus haut, la méthode de Bézier a été choisie. Il s'agit d'une méthode qui permet de trouver une solution optimale à un problème posé.

Le but est d'analyser l'ensemble de l'espace des solutions afin d'isoler les solutions qui semblent d'être les meilleures en fonction des paramètres observés.

Couplés à cette méthode de Bézier, des contraintes sont utilisés afin de détecter les chemins les plus courts. Ce travail a été réalisé en quatre dimensions. Cette dernière dimension des 4D donne l'accès à la mesure de la vitesse de l'avion en chaque point de la trajectoire et offre la possibilité de travailler sur la prédiction des trajectoires de vol.

# *Sommaire*

Introduction.....	1
Chapitre I : Présentation de l'organisme d'accueil.....	2
1) Présentation de l'ONDA.....	3
a) Généralités.....	3
b) Historiques.....	3
c) Mission.....	4
2) Présentation de l'aéroport Fès saïss.....	4
a) Les divisions et les services de l'aéroport Fès-Saïss.....	5
b) l'organigramme de l'aéroport Fès-saïss.....	6
Chapitre II : Recherches bibliographiques.....	7
1) Génération et suivi de trajectoire en 4 dimensions.....	8
2) L'évitement .....	8
3) la méta-heuristique.....	9
Chapitre III : Les algorithmes principaux .....	10
1) Le système d'évitement des NFZ.....	11
a) Le principe de travail.....	11
b) L'évitement de zone.....	11
c) L'optimisation de l'évitement de zone.....	12
2) Détermination du chemin le plus court.....	13
a) La méthode de la descente.....	13
b) La méthode de recherche par tabou.....	13

c) Principe retenu.....	14
3) Applications sur les trajectoires de vol.....	15
a) En deux dimensions.....	15
b) En trois dimensions.....	17
Chapitre IV : L'optimisation d'une trajectoire d'avion en 4.....	20
1) Présentation de TMA.....	22
a) TMA .....	22
b) CTR.....	22
c) la piste .....	22
d) les zones.....	22
2) L'optimisation.....	23
a) Problématique .....	23
b) les courbes de Bézier.....	23
C) Modélisation .....	24
d) les variables.....	25
e) la fonction objectif .....	25
f) les contraintes .....	26
3) La résolution par Matlab .....	27
a) présentation des courbes de Bézier sans contraintes.....	27
b) Représentation des courbes de Bézier sous des contraintes .....	28
Conclusion.....	32

# *Table des figures*

Figure 1 : Organigramme de l'ONDA.....	7
Figure 2: Trajectoire d'évitement de la NFZ passant par points A et B.....	13
Figure 3 : Trajectoire optimisée d'évitement de NFZ entre les points A et B.....	14
Figure 4 : Le plus court chemin trouve par la combinaison de la méthode taboue et de la descente.....	16
Figure 5 : Première étape de l'algorithme l'évitement des NFZ en 2D.....	17
Figure 6 : Deuxième étape de l'algorithme Création de la chaine des waypoints en 2D.....	18
Figure7 : Troisième étape de l'algorithme Détection du chemin le plus court en 2D.....	18
Figure 8 : la trajectoire retenue en 3D.....	20
Figure 9: carte régionale.....	22
Figure 10 : Méthode de construction la courbe de Bézier.....	25
Figure 11: Des courbes de Bézier avec 4 points de contrôle.....	28
Figure 12 : courbe de Bézier avant et après l'ajoute de la contrainte de positionnement.....	30
Figure 13 : Des courbes de Bézier avec 4 points de contrôle, qui ont une vitesse linéaire.....	30
Figure 14 : Des courbes de Bézier avec 4 points de contrôle et qui variant en fonction de la vitesse.....	31

## *Liste des abréviations*

- 2D : Deux Dimensions.  
3D : Trois Dimensions.  
4D : Quatre Dimensions.
- ATC : Air Trafic Control.  
CTR : Control Traffic Region.  
Min : Minimiser.  
NFZ : No-Fly Zones.  
TMA : Terminal Manoeuvring Area.



# *Introduction*

Au cours de mon formation, je suis amené à réaliser un projet de fin d'études.

J'ai eu l'occasion d'effectuer un stage au sein de l'office national des aéroports à Fès, et plus précisément au service de navigation aérienne.

Ce stage m'a permis de mettre en profit les connaissances théoriques que j'ai eu acquises au cours de mes dernières années d'études et d'acquérir en contrepartie des compétences Professionnelles.

L'objectif de mon travail consiste à mener une étude sur l'optimisation d'une trajectoire de vol en 4dimension.

Mon rapport de stage, est constitué de quatre grandes parties :

- ✓ Présentation de l'Office National Des Aéroports ONDA et de l'aéroport Fès-Saïs.
- ✓ Recherches bibliographiques.
- ✓ Les algorithmes principaux.
- ✓ L'optimisation d'une trajectoire d'avion en 4D.

*Chapitre I :*

*Présentation de l'organisme d'accueil*

## 1) Présentations de l'O.N.D.A :

### a) Généralités :

L'O.N.D.A. est un établissement public à caractère industriel et commercial, doté de la personnalité morale et de l'autonomie financière. Il est soumis à la tutelle technique du Ministère des transports et au contrôle financier de l'Etat. La création de cet organisme devait répondre aux nouveaux impératifs d'exploitation et de gestion en ayant égard à la capacité des équipements techniques et des innovations introduites dans le secteur aéroportuaire. Ceci a permis toujours aux cadres et aux techniciens d'exprimer pleinement leurs compétences et développer leur savoir-faire.

### b) Historiques :

**Tableau 1 : historique de l'ONDA**

<b>Avant 1980</b>	<b>l'autogestion directe du secteur aérien par la direction de l'air (Tutelle Ministère du Transport).</b>
<b>En 1980</b>	<b>les pouvoirs publics créent l'Office des Aéroports de Casablanca, organisme de gestion autonome.</b>
<b>En 1990</b>	l'OAC ayant fait preuve d'une grande maîtrise dans ses tâches de gestion et de restructuration, l'Etat étend sa compétence à l'ensemble des aéroports du royaume. L'OAC cède la place à l'ONDA (Office National Des Aéroports) qui entame alors une nouvelle phase de développement.
<b>En 1991</b>	les attributions de l'ONDA s'élargissent avec le rattachement à ses services du Centre National de Contrôle de la Sécurité Aérienne (CNCSA). Cette composante lui permet d'optimiser les conditions de sécurité et d'harmoniser la qualité des services.
<b>En 2000</b>	une grande date de la vie de l'ONDA, l'inauguration en octobre par sa Majesté le Roi Mohammed VI du nouveau système Radar et de l'Académie internationale de l'Aviation Civile qui couronne une décennie d'efforts et de mobilisation ayant permis de propulser le secteur aéronautique national au rang des pays avancés en ce domaine.

### c) Mission :

Les missions de l'office telles que définies dans le cadre des lois 25-79,14-89 et 47-00 résident essentiellement en :

- La garantie de la sécurité de la navigation aérienne au Niveau  
Des Aéroports et dans l'espace aérien sous Juridiction  
National.
- L'aménagement, l'exploitation, l'entretien et le Développement  
Et des Aéroports civils de l'état.
- L'embarquement, le débarquement, le transit et l'acheminement  
À terre des voyageurs, des marchandises et des courriers  
Transportés par air ainsi que les services destinés aux  
Satisfactions des besoins des usagers et des publics.
- La liaison avec des organismes et les aéroports Internationaux  
Afin de répondre au besoin du trafic Aérien.
- Les formations des contrôleurs et des électroniciens La  
Sécurité aérienne.

## 2) Présentation de l'aéroport Fès saïss :

L'aéroport Fès-sais est un aéroport international situé à Ouled Tayeb à environ 15 Km au sud de Fès, au Maroc, il est géré par l'office national des aéroports. En 2013 l'aéroport a enregistré le passage de 790 785 passagers. Il dispose d'un seul et unique terminal d'une superficie globale d'environ 5600 m<sup>2</sup> et d'une Capacité de 500 000 passagers par an, un Second terminal d'une superficie d'environ 17 000 m<sup>2</sup> et qui doit permettre de porter la capacité de l'aéroport à 2,5 millions de passagers par an, est actuellement en cours de constructions. Sa mise en service est annoncée en septembre 2014. L'aéroport de Fès enregistre, depuis le début des années, une forte croissance et a vu évoluer son trafic de 128 778 passagers annuels en 2003 à un records de 792 611 passagers en 2011. L'aéroport est relié au réseau routier via la N8 (Fès-Ifrane) ainsi que l'autoroute A2 rabat-Oujda.

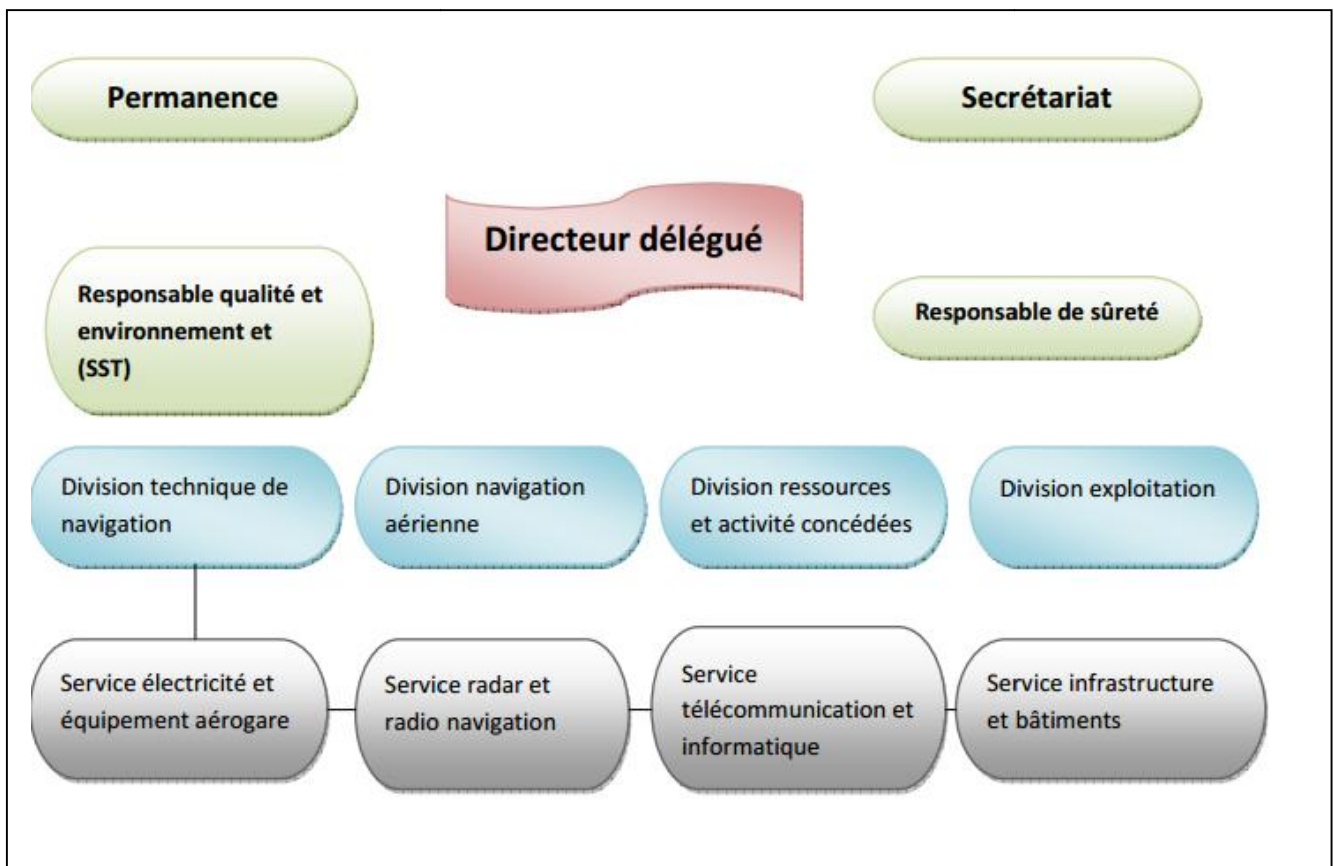
### a) Les divisions et les services de l'aéroport Fès-Saïss :

- ✓ Division exploitation : Cette division exploite les ressources humaines et matérielles et veille la disponibilité, dans cette division on trouve aussi:
  - ➔ L'aérogare.
  - ➔ Le salon royal.
  - ➔ Le salon VIP de l'aéroport Fès-Sais.
- ✓ Division technique de navigation : Cette division étant le plus dynamique des services de l'office, veille sur l'entretien et la maintenance des installations techniques.
- ✓ Division navigation aérienne : cette division s'occupe du contrôle de la navigation aérienne et de la sécurité des avions, ainsi de sécurité incendie.
  - ➔ Tour de contrôle (la vigie).
  - ➔ Bureau de piste.
  - ➔ SSLIA (le service de sauvetage et la Lutte contre l'incendie des aéronefs).
- ✓ Division ressources et activités concédés : Ce service est chargé de la gestion des ressources humaines, les recettes, les dépenses ainsi que la gestion des stocks.
- ✓ Responsable de sûreté : prévention contre les actes d'intervention illicites.
- ✓ Unité médical d'urgence : un bureau de santé est ouvert 24h/24 7j /7 pour la contrôle sanitaire et l'assistance médical.
- ✓ Service d'assistance en escale (Handling) : enregistrement des bagages de passagers et l'acheminement des bagages.
- ✓ Officiers de permanence : Ce poste est dirigé par des cadres qui assurent la permanence de l'aéroport Fès-Sais 24h/24h.
- ✓ Les services annexes de l'aéroport Fès-Sais :
  - ➔ Douane.
  - ➔ Police de frontière.
  - ➔ DGST (direction général de sauvegarde

territoire

- contrôle sanitaire à la frontière (CSF)
- Gendarmerie royale
- Contrôle sanitaire à la frontière (CSF)
- Station métrologique.

b) L'organigramme de L'aéroport Fès-Saïss :



**Figure 1 : Organigramme de l'ONDA.**

*Chapitre II :*

*Recherches Bibliographiques*

## 1) Génération et suivi de trajectoire en 4 dimensions :

La génération et le suivi de trajectoire en quatre dimensions sont des sujets tout à fait récents. Ils sont surtout étudiés dans le cadre du *free-flight*. En 1996, les Messieurs Vu N. Duong et Eric G. Hoffman ont décrit cette notion. Le *free-flight* consiste à embarquer dans l'avion les systèmes d'ATC. Cette méthode rendrait l'avion plus autonome et permettrait de réduire la charge de travail des contrôleurs aériens. Ce même rapport affirme que les charges de travail des contrôleurs aériens et des pilotes ne seront pas augmentées quand la transition de l'information en 3D à l'information en 4D aura lieu.

En 2005, Vormer, Frizo Jan-Peter étudiait déjà les aspects théoriques et opérationnels des trajectoires en 4D lors des optimisations des trajectoires d'arrivée aux aéroports. Il avait aussi étudié la manière dont ces aspects en 4D contribuaient à la baisse de la charge de travail des pilotes et des contrôleurs.

Cet historique, qui montre une évolution non exhaustive du travail dans le domaine des trajectoires en 4D, prouve que ce projet a sa place dans le monde actuel de la recherche et que la génération de trajectoires en 4D est tout à fait à l'ordre du jour.

## 2) L'évitement :

Afin que l'algorithme d'évitement développé soit efficace et novateur, nous avons mené une revue de littérature à ce sujet. Plusieurs méthodes ont été proposées dans le passé.

En 2004, la méthode méta-heuristique a été utilisée dans le découpage de l'espace aérien. Cette technique a été décrite par Charles-Edmond Bichot et consistait à fractionner l'espace aérien pour dé-densifier les zones de conflits intenses. En 2005, Olivier Revelin utilisait la méta-heuristique dans le but de résoudre les conflits aériens. Comme la méthode permet de changer une trajectoire pour éviter un conflit, nous avons conclu qu'elle peut permettre un changement de trajectoire pour éviter une NFZ. C'est pour cette raison que le choix d'une méthode méta-heuristique est apparu comme une bonne idée. Ce type de méthodes est récent mais leur utilité est déjà reconnue. La possibilité de proposer des avancées utiles est aussi grande qu'intéressante. Dans le but de conclure ce petit historique de la notion d'évitement de zones, rappelons que, dans le cadre du *free-flight*, les zones à éviter sont de deux types : les conflit-zones (zones de conflits aériens) et les No-Go zones (zones interdites de survol de façon temporaire ou permanente). Nous réunirons ces deux types de zones sous le nom de « No-Fly Zones ».



### 3) La méta-heuristique :

Il s'agit d'une famille d'algorithmes d'optimisation. Tous ces algorithmes ont pour but la recherche d'un optimum local, défini par l'utilisateur, dans l'espace des solutions étudiées. Par exemple, il est possible d'utiliser la méthode méta-heuristique pour trouver la solution exprimée par la valeur minimale de l'ordonnée d'une courbe donnée.

En effet, l'ensemble des solutions est un ensemble de points sur la courbe, et la solution recherchée est le point qui a la plus petite ordonnée.

Il existe plusieurs types de méthodes méta-heuristiques. Parmi ces méthodes, la méthode de la descente et la méthode de recherche par tabou.

À l'école de technologie supérieure, université du Québec, Julein Fays a présenté plusieurs méthodes de méta-heuristiques pour l'optimisation d'une trajectoire en 4D, vous trouver ici (chapitre III) la description de ces méthodes avec leurs applications au domaine de vol.

## *Chapitre III :*

### *Les algorithmes principaux*

## 1) Le système d'évitement des NFZ :

### a) Le principe de travail :

Au sein d'un FMS, les NFZ seront des entrées automatiques dépendantes du radar météorologique ou du radar de trafic aérien.

En période de développement, de simulation et de validation, les NFZ sont entrées manuellement par l'opérateur. Le principe actuel est d'entourer la NFZ par un cercle de centre  $(x, y)$  et de rayon  $r$ .

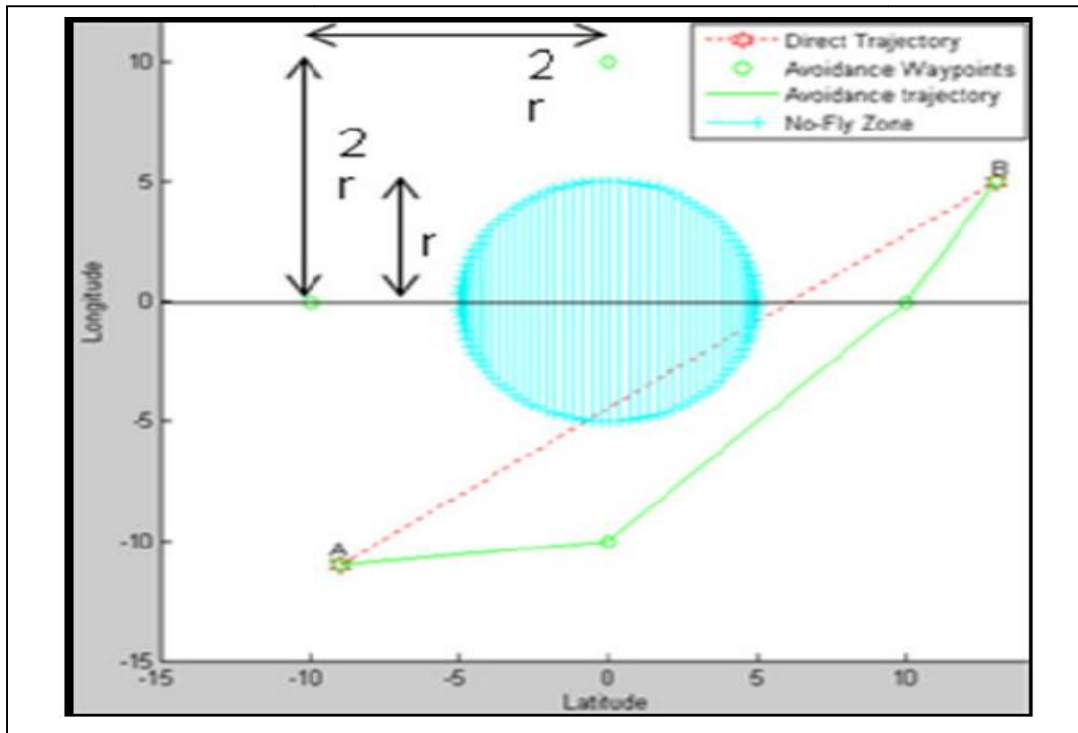
### b) L'évitement de zone :

Lorsque le centre de la NFZ a été saisi ainsi que le périmètre du cercle qui la définit, la première version du processus d'évitement travaillait comme suit. Tout d'abord, l'algorithme vérifie qu'aucun *waypoint* initial n'est présent dans les NFZ. Si tel est le cas, une modification du plan de vol initial est requise. Le programme retourne donc l'information et demande un traitement manuel de la situation. Si ce cas ne se présente pas, une NFZ est présente entre deux points (par exemple, les points  $A$  et  $B$ ) et le programme crée automatiquement quatre points d'évitement autour d'elle. Leurs coordonnées sont les suivantes :  $(x, y + 2r)$  ;  $(x, y - 2r)$  ;  $(x - 2r, y)$  ;  $(x + 2r, y)$ .

Quand les points d'évitement sont disposés autour de la NFZ, le programme teste automatiquement toutes les routes possibles entre  $A$  et  $B$  dans le but de déterminer la plus efficace. Ces routes sont composées du point  $A$ , du point  $B$  et d'au moins un des quatre points d'évitement créés. Dès qu'une de ces routes est validée, c'est à dire dès que la trajectoire proposée ne coupe plus la NFZ, la route est mise en mémoire. Suite aux tests de toutes les routes.

Les routes Validées sont toutes mesurées et la plus courte est alors conservée. Les points d'évitement sont alors rajoutés dans ce qui est nommé la chaîne de *waypoints*. Par exemple si la route conservée utilise les points d'évitement 2 et 3, la chaîne de *waypoints* pour lier  $A$  à  $B$  (qui est originalement  $[A, B]$ ) devient  $[A, 2, 3, B]$ .

La figure 2.1 montre les résultats obtenus avec la méthode de méta-heuristique. Nous pouvons voir la trajectoire directe liant les 2 points  $A$  et  $B$  en pointillé. La NFZ est représentée sous la forme d'un cercle hachuré et le résultat de la méthode de méta-heuristique sous la forme des trois droites, en traits pleins liant  $A$  et  $B$  par l'intermédiaire de deux *waypoints* d'évitement, qui forment ainsi la trajectoire d'évitement qui contourne le NFZ. Les deux cercles en haut et à gauche de la NFZ sont des points d'évitement, mais qui ne sont pas utilisés par l'algorithme.



**Figure 2: Trajectoire d'évitement de la NFZ passant par points A et B**

c) L'optimisation de l'évitement de zone :

L'étape suivante est alors l'optimisation de la trajectoire. Le processus étant correct, il a fallu ensuite trouver un moyen de contourner la zone le plus efficacement possible, donc en parcourant une distance minimale. Pour ce faire, la méthode d'évitement est la même, mais le placement des points d'évitement est différent.

Soit  $d$  une longueur telle que  $d = r + n * pas$  où  $n$  est le nombre d'itérations nécessaires pour éviter la NFZ et le  $pas$  est une constante fixée lors du développement du programme. Les points d'évitement sont alors placés comme suit:  $(x, y + d)$ ;  $(x, y - d)$ ;  $(x - d, y)$ ;  $(x + d, y)$ . À chaque itération, toutes les routes d'évitement sont testées. Si l'une d'elle est validée, le programme termine l'itération en cours et sélectionne la plus courte route valide. Sinon,  $n$  augmente d'une unité et le programme teste à nouveau les différentes routes possibles. Ainsi, le chemin d'évitement trouvé passera au plus près de la NFZ en réduisant donc la distance à parcourir.

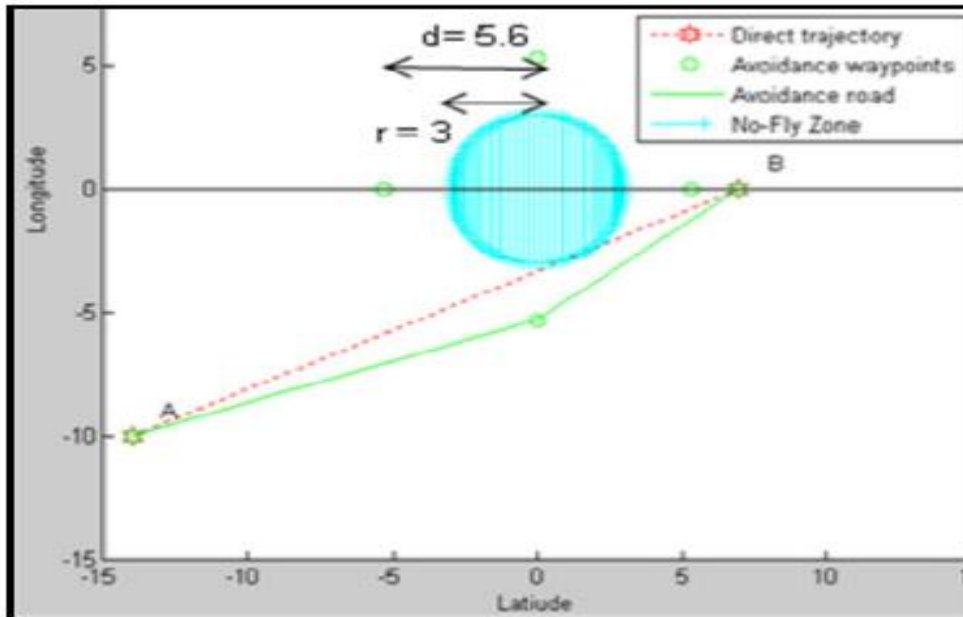


Figure 3 : Trajectoire optimisée d'évitement de NFZ entre les points A et B.

## 2) Détermination du chemin le plus court :

### a) La méthode de la descente :

Il s'agit d'une méthode de recherche de l'optimum local dans laquelle on considère  $S$  étant l'ensemble des chemins d'évitement possibles et  $f(s)$  la longueur du chemin d'évitement  $s$ .

Voici le principe du programme :

- 1) Choisir aléatoirement une solution  $s$ , un chemin d'évitement possible, dans  $S$ .
- 2) Déterminer aléatoirement une solution  $s'$ , un chemin d'évitement possible, dans  $S$ .

Il y a ensuite deux possibilités :

- 3.1) Si  $f(s') < f(s)$ , poser  $s = s'$
- 3.2) Sinon retourner à l'étape 2)

### b) la méthode de recherche par tabou :

La méthode de recherche par tabou se déroule en plusieurs étapes. Tout d'abord, il faut fixer un critère d'arrêt d'optimisation, par exemple le nombre d'itérations. Une solution de référence est trouvée, puis fixée d'autres solutions sont testées. Dès qu'une solution testée est meilleure que la

solution de référence, elle la remplace et est déposée dans une liste de tabous. L'algorithme s'arrête quand le critère d'arrêt d'optimisation est atteint.

### C) principe retenu :

Rappelons que les solutions étudiées sont des trajectoires liant les *waypoints*.

La solution retenue par cet algorithme reprend le principe de la méthode de la descente à laquelle certaines propriétés de la recherche par tabous ont été ajoutées.

Voici le pseudo code de la solution développée pour ce programme :

Soit -  $S$  l'ensemble des chemins d'évitement possibles.

-  $f(s)$  la longueur du chemin d'évitement  $s$ .

-  $T$  la liste des tabous et  $n$  un compteur.

1) Poser  $n = 0$  et  $T = [ ]$  (cela signifie que la liste est vide). Choisir une solution  $s$  dans  $S$ .

2) Déterminer une solution  $s'$  dans  $S$ .

3) Si  $f(s') < f(s)$ , poser  $s = s'$  et  $n = 0$ . Poser  $T = [T, s]$  :  $s$  devient une solution tabou à ne pas tester à nouveau.

4) Si  $f(s') \geq f(s)$ , poser  $n = n+1$

Il y a ensuite deux possibilités :

5.1) Si  $n < 10$ , retour à l'étape 2).

5.2) Sinon la solution de référence est la solution finale retenue.

Sur la figure 4, les *waypoints* sont représentés par des cercles. La trajectoire en trait plein est la plus courte existante car elle relie *waypoints* consécutifs par des droites. Toutes les courbes en pointillés représentent des trajectoires qui ont été testées. La trajectoire en pointillés épais est également une courbe testée. Cependant, elle est la plus courte.

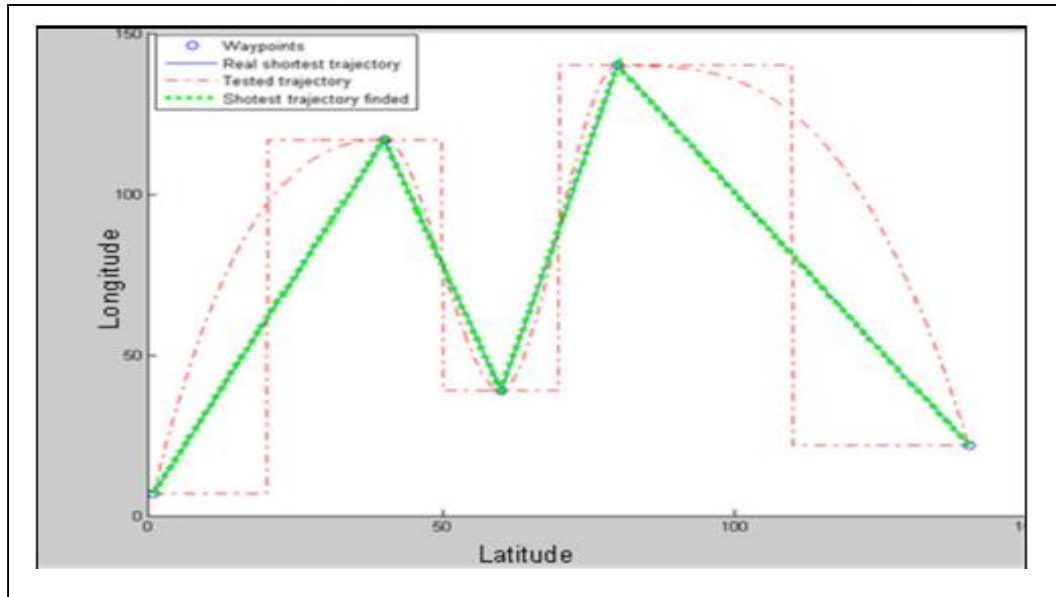


Figure 4 : Le plus court chemin trouve par la combinaison de la méthode taboue et de la descente.

### 3) Applications sur les trajectoires de vol :

#### a) En deux dimensions :

##### Hypothèses:

- Les NFZ sont considérées comme fixes.
- L'altitude de l'avion est constante.
- La vitesse de l'avion est constante.

##### Mise en place:

Pour résoudre ce problème, les points considérés sont disposés dans un espace en deux dimensions dont les limites sont  $X_{\min} = -15$  unités,  $X_{\max} = 15$  unités,  $Y_{\min} = -15$  unités et  $Y_{\max} = 15$  unités. Les waypoints initiaux ont les coordonnées (X, Y) suivantes : **A** (-14,14), **B** (-5,-7), **C** (0,-2), **D**(10,3) et **E**(14,5). Deux NFZ sont présentes sur la trajectoire de l'appareil et ont les coordonnées (X, Y, r): **NFZ1** (-10, 10, 1) et **NFZ2** (5, 0, 0.5).

##### Fonctionnement de l'algorithme de résolution :

La première étape dans la résolution du problème est d'entrer les données dans le programme, ce qui se fait directement par une l'interface en Matlab.

Le logiciel nous demande d'entrer les coordonnées des *waypoints* un par un, après l'entrée des NFZ se fait de la même manière. Une fois que les données sont entrées dans le programme, l'algorithme fonctionne en trois parties :

La première partie : il détecte si la trajectoire pénètre des NFZ et, si oui, à quels endroits. Chaque portion de la trajectoire est étudiée dans l'ordre suivant: la portion entre les deux premiers *waypoints*, puis la portion entre le deuxième et le troisième *waypoint* et ainsi de suite.

Dans le cas présent, il y a une violation de NFZ entre les points **A** et **B** et une autre entre les points **D** et **E**. Quand une violation est constatée sur une portion de trajectoire, l'algorithme alerte l'utilisateur par le message: **No\_flying\_zone =1**. Dans le cas contraire, le message annonce **No\_flying\_zone = 0**.les deux NFZ sont traitées indépendamment, mais la chaîne de *waypoints* d'évitement est choisie de manière à éviter toutes les NFZ de cette portion.

Dans la première étape la proposition d'évitement faite par l'algorithme donne le figure 5 avec : Les cercles en pointillés sont les NZF et les trajectoires en tirets sont les routes directes, le chemin d'évitement valide a été présenté pour chaque NFZ présentée par des courbes en traits pleins, et les cercles autour des NFZ sont les points d'évitement à chaque itération.

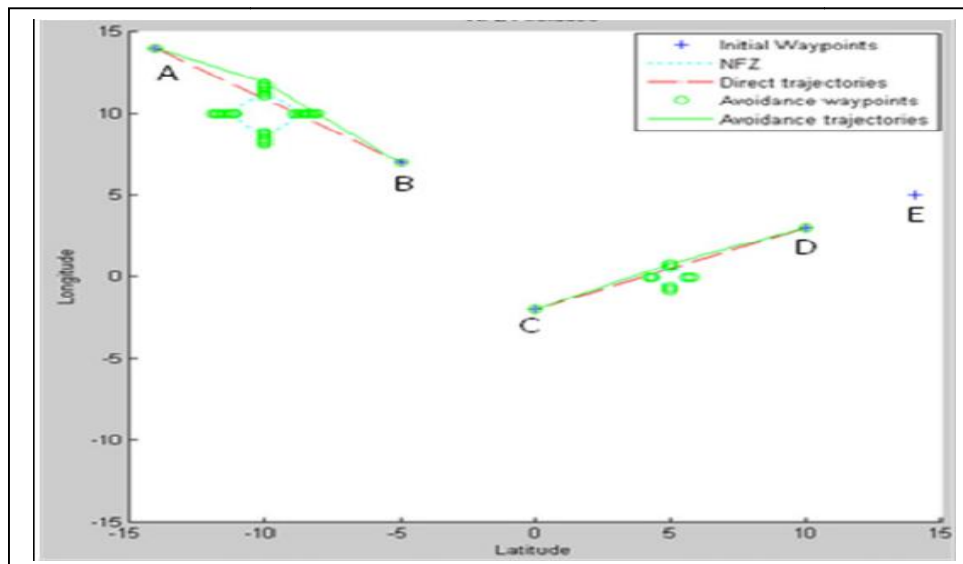


Figure 5 : Première étape de l'algorithme l'évitement des NFZ en 2D.

La deuxième partie : est la transmission de toute la chaîne en simplifiant l'information le plus possible pour en faciliter le traitement. Les étoiles sont les points de cheminement de la chaîne et



ceux entourés d'un cercle correspondent aux points de cheminements initiaux (A, B, C, D et E). La suite du programme n'utilise donc pour entrée que la chaîne résultante de *waypoints* en étoiles, que nous pouvons visualiser sur la figure suivante.

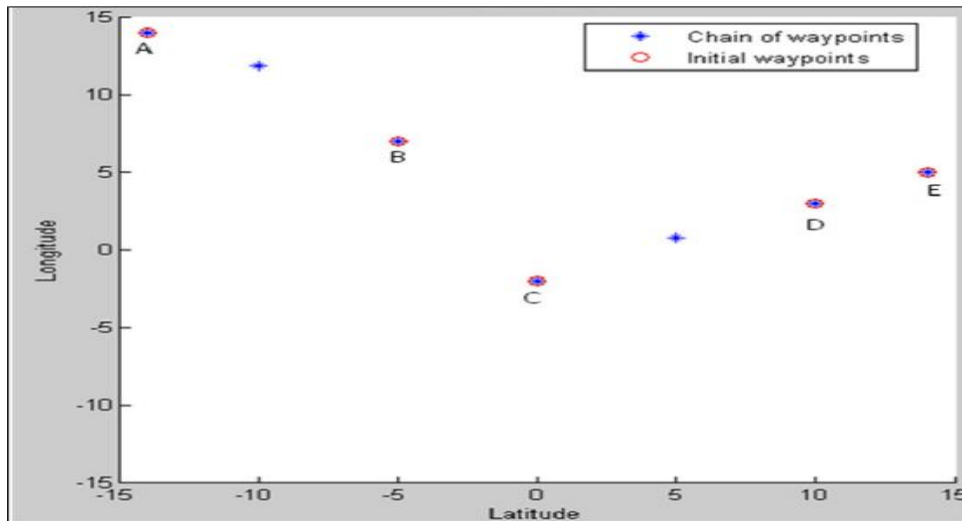


Figure 6 : Deuxième étape de l'algorithme Création de la chaîne des waypoints en 2D.

La troisième partie : consiste à relier les *waypoints* en créant la plus courte trajectoire possible.

Le choix de la trajectoire optimisée est donné sur la figure 7. Encore une fois, les routes en pointillés sont toutes les routes testées et la route en trait plein est celle qui est retenue.

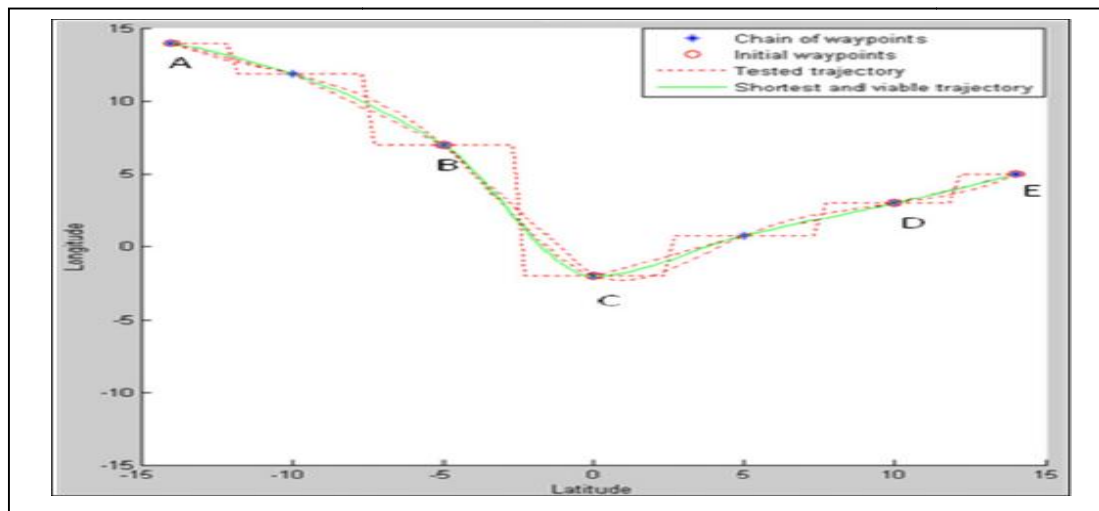


Figure7 : Troisième étape de l'algorithme Détection du chemin le plus court en 2D.

b) En trois dimensions :

**Hypothèses** :

-Les NFZ sont considérées comme fixes.

- La vitesse de l'avion est constante.

**Mise en place** :

Pour résoudre ce problème, les points considérés sont disposés sur un espace en trois dimensions dont les limites sont  $X_{\min} = -15$  unités,  $X_{\max} = 15$  unités,  $Y_{\min} = -15$  unités,  $Y_{\max} = 15$  unités,  $Z_{\min} = -15$  unités et  $Z_{\max} = 15$  unités. Les *waypoints* du plan de vol ont les coordonnées (X, Y, Z) suivantes : **A** (-14,-14, -5), **B** (- 10, -10, -2), **C** (-5, -5, 0), **D** (5, 3, 0), **E** (8, 6, 0), **F** (12, 6, 1) et **G** (14, 6, 1). Une NFZ est présente sur la trajectoire de l'appareil et a les coordonnées (X, Y, Z, r) = (0, 0, 0, 1).

**Fonctionnement de l'algorithme de résolution** :

La première étape dans la résolution du problème est d'entrer les données au programme ce qui se fait directement par l'interface Matlab. Les données sont les coordonnées tridimensionnelles des *waypoints*, du *centre* des NFZ et le *rayon* des NFZ. Une fois que les données sont entrées, l'algorithme travaille à nouveau en trois parties. La première partie consiste à détecter si la trajectoire pénètre des NFZ et, si oui, à quels endroits. Dans ce but, chaque portion trajectoire (trajectoire entre deux *waypoints* consécutifs) est étudiée. Dans notre cas, il y a une violation de NFZ entre les points C et D (cette violation est constatable sur la figure 4-1). L'algorithme nous alerte par le message : No\_flying\_zone = 1, comme dans le chapitre précédent. Ensuite, les *waypoints d'évitement* sont calculés afin de déterminer la trajectoire d'évitement. La méthode est toujours la même. A la fin de cette phase, le programme a donc à sa disposition une chaîne de *waypoints* exprimée en trois dimensions d'espace. La dernière phase de la résolution est le choix de la trajectoire la plus courte. Dans le graphe suivant, les cercles en pointillés seront les NFZ, la route en tirets sera la route directe et la route en pointillés sera la trajectoire d'évitement (la trajectoire finale).

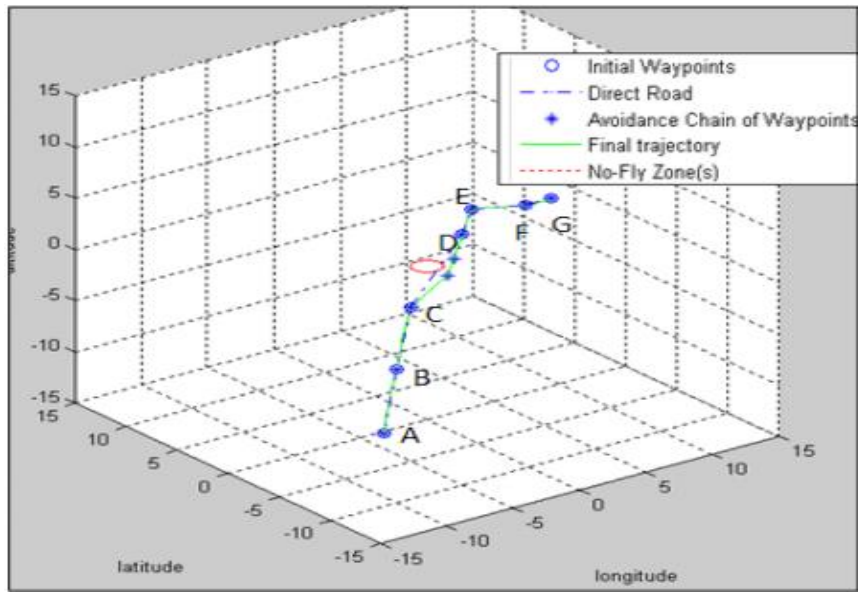


Figure 8 : la trajectoire retenue en 3D.

*Chapitre IV :*

*L'optimisation d'une trajectoire*

*D'avion*

*en 4D*

ALTITUDE DE L'AERODROME

578m (1896 ft) - 68 hpa

APP / TWR

118.600

FES / Saïss (GMFF)

TMA

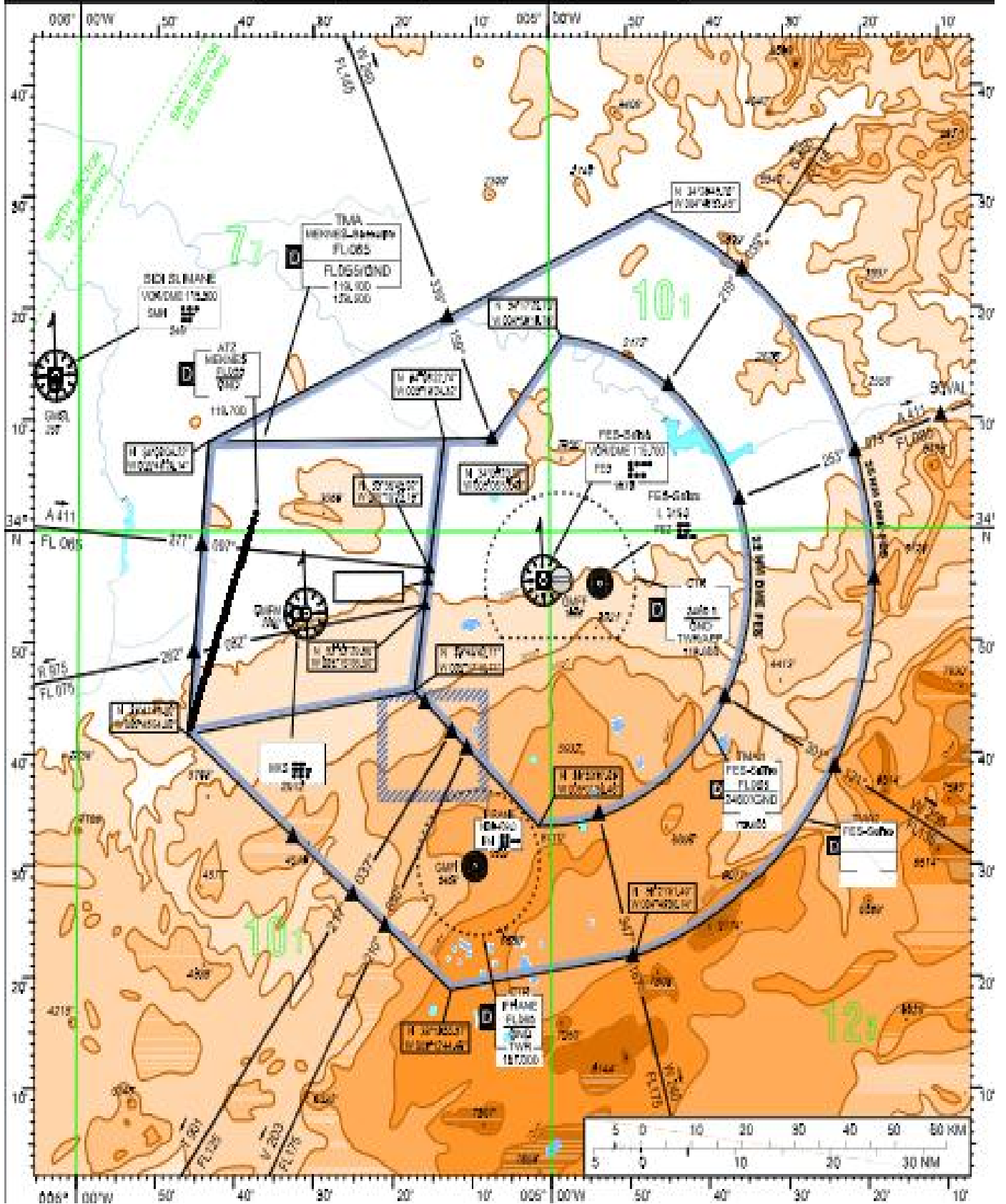


Figure 9: carte régionale

## 1) Présentation de TMA :

### a) Définition de TMA :

TMA ou la région de contrôle terminale, est un espace aérien réglementé destiné à protéger les vols en approche ou au départ d'un ou plusieurs aéroports. Cet espace est le plus souvent un espace de contrôlé. Cet espace contient des CTR, la piste et des zones ....

### b) CTR :

Une CTR, est un espace aérien réglementé, destiné à protéger les vols à l'arrivée ou au départ d'un aérodrome. Les règles de l'air définissent une zone de contrôle (CTR) comme un espace aérien contrôlé s'étendant verticalement à partir de la surface jusqu'à une limite supérieure spécifiée.

### b) la piste :

La piste est le composant majeur d'un aérodrome. C'est une surface rectangulaire adaptée et réservée au décollage et à l'atterrissage des aéroplanes à voilure fixe dont le représentant principal est l'avion. La longueur de la piste doit permettre le décollage, c'est-à-dire l'accélération jusqu'à une vitesse suffisante pour assurer le vol, ainsi que l'atterrissage, c'est-à-dire le freinage jusqu'à la vitesse de roulage permettant d'emprunter les voies de circulation.

Une piste est numérotée à chacune de ses extrémités par un nombre de deux chiffres, inscrit pour être lu dans le sens de l'atterrissage, qui indique son orientation magnétique arrondie à la dizaine de degrés la plus proche. Les numéros vont donc de 01 à 36 et l'écart entre les numéros de chaque extrémité est toujours de 18 (180°).

### c) les zones :

**Zone de contrôle** : Espace aérien contrôlé s'étendant à partir de la surface du sol ou de l'eau jusqu'à une limite supérieure spécifiée.

**Zone dangereuse** : Espace aérien de dimensions définies, à l'intérieur duquel des activités dangereuses pour le vol des aéronefs peuvent se dérouler pendant des périodes spécifiées.

**Zone réglementée** : Espace aérien de dimensions définies, au-dessus du territoire ou des eaux territoriales, dans les limites duquel le vol des aéronefs est subordonné à certaines conditions spécifiées.

**Zone interdite** : Espace aérien, de dimensions définies, au-dessus du territoire ou des eaux territoriales dans les limites duquel le vol des avions est interdit. et parmi ces zones on trouve la ville de Fès.

## 2) L'optimisation :

### a) Problématique :

Dans le cas d'interdiction sur vol de ville de Fès, l'espace de Fès est complexe. C'est pour cela on a pensé d'élaborer une nouvelle trajectoire optimale partant d'un point de piste vers un point d'arrivée, et qui ne coupe plus cette zone interdite (la ville de Fès).

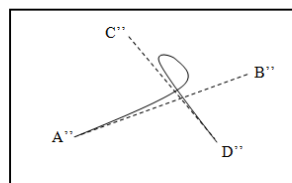
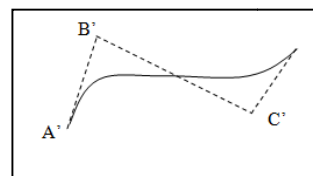
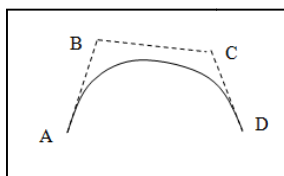
Et pour cela on a choisi les courbes de Bézier pour représenter ce nouvelle trajectoire et c'est à revient au fait qu'ils ont aussi un point de départ et d'arrivée.

Couplés à cette méthode de Bézier, des contraintes sont utilisés afin de détecter le chemin le plus court.

### b) les courbes de Bézier :

Les courbes de Bézier sont des courbes paramétrées polynomiales introduites par un ingénieur de Renault nommé **Pierre de Bézier** dans le but de dessiner des profils de carrosserie, mais qui ont ensuite trouvé des applications intéressantes dans d'autres domaines comme la synthèse d'images, les polices de caractères.....

La situation dans laquelle on peut avoir recours à ces courbes est la suivante : On a n points et on veut dessiner une courbe la plus régulière approchant ces points.



### Un peu de théorie :

Les courbes de Bézier sont définies à partir des polynômes de Bernstein comme suit :

$$M(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t) A_i$$

Avec :

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}; t \in [0,1];$$

Les  $A_i$  sont les points de contrôle (points que l'on veut approcher Par une courbe), et

Si  $A_i$  est le point  $(x_i, y_i)$ , la notation signifie que le point  $M(t)$  a pour coordonnées :

$$x(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t)x_i \text{ et } y(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t)y_i.$$

### Exemple d'une courbe de Bézier :

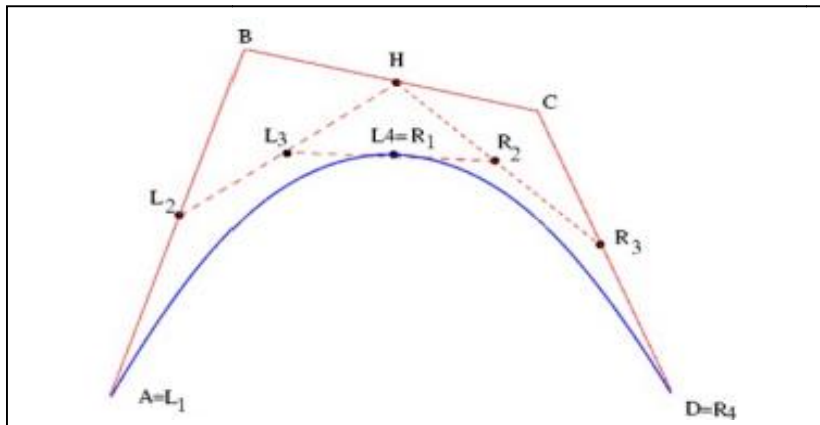


Figure 10 : Méthode de construction la courbe de Bézier

- ✓ On se donne 4 points initiaux A, B, C, D ;
- ✓ On choisit L2 comme barycentre de A affecté de 1/2 et B affecté de 1/2.
- ✓ On choisit H comme barycentre de B affecté de 1/2 et C affecté de 1/2.
- ✓ On choisit R3 comme barycentre de C affecté de 1/2 et D affecté de 1/2.
- ✓ On choisit L3 comme barycentre de L2 affecté de 1/2 et H affecté de 1/2.
- ✓ On choisit R2 comme barycentre de H affecté de 1/2 et R3 affecté de 1/2.
- ✓ Enfin, On choisit L4 comme barycentre de L3 affecté de 1/2 et R2 affecté de 1/2.
- ✓ Les points A, D et L4 sont des points de la courbe de Bézier qui nous serviront donc à approcher nos 4 points initiaux.

### C) Modélisation :

Nous proposons une modélisation sous forme d'une courbe de Bézier du problème d'élaboration d'une trajectoire optimale.

Nous adoptons les notations suivantes :



-  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  : le centre du cercle qui entoure la ville de Fès.

-  $r$  : le rayon du cercle qui entoure la ville de Fès.

-  $V$  : la vitesse d'avion.

-  $\alpha$  : la pente de l'avion.

d) les variables :

Notons par :

$X_i(t)$  : latitude du point  $A_i$  à l' instant  $t$ .

$Y_i(t)$  : longitude du point  $A_i$  à l' instant  $t$ .

$Z_i(t)$  : altitude du point  $A_i$  à l' instant  $t$ .

e) la fonction objectif :

Dans cette formulation, nous nous intéressons à minimiser la longueur de trajectoire :

$$\text{Min } M(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t) A_i.$$

On considère quatre points distincts  $A_0, A_1, A_2, A_3$  du plan, et on pose :

$A_0(x_1(t), y_1(t), z_1(t))$  : point de départ d'avion.

$A_1(x_2(t), y_2(t), z_2(t))$  ; point de décollage d'avion.

$A_2(x_3(t), y_3(t), z_3(t))$  ; point d'évitement (de ville de Fès).

$A_3(x_4(t), y_4(t), z_4(t))$  ; point d'arrivée.

D'où la formule :

$$M(t) = B_{0,3}(t)A_0 + B_{1,3}(t)A_1 + B_{2,3}(t)A_2 + B_{3,3}(t)A_3$$

$$M(t) = B_{0,3}(t) (x_1(t), y_1(t), z_1(t)) + B_{1,3}(t) (x_2(t), y_2(t), z_2(t)) + \\ B_{2,3}(t)(x_3(t), y_3(t), z_3(t)) + B_{3,3}(t) (x_4(t), y_4(t), z_4(t)).$$

$$\underline{O_r} : x(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t) x_i$$

$$= B_{0,3}(t)x_0(t) + B_{1,3}(t)x_1(t) + B_{2,3}(t)x_2(t) + B_{3,3}(t)x_3(t)$$

$$\underline{\text{Et}} : y(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t) y_i$$

$$= B_{0,3}(t)y_0(t) + B_{1,3}(t)y_1(t) + B_{2,3}(t)y_2(t) + B_{3,3}(t)y_3(t)$$

$$\underline{\text{Et}} : z(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t) z_i$$

$$Z(t) = B_{0,3}(t)z_0(t) + B_{1,3}(t)z_1(t) + B_{2,3}(t)z_2(t) + B_{3,3}(t)z_3(t).$$

$$\underline{\text{D'où}} : M(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

Et par suite la fonction objectif sera :

$$\text{Min } M(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

f) les contraintes :

- Contrainte sur la ville de Fès :

Tout les points de trajectoire proposés doivent éviter la ville de Fès par une distance supérieur ou égale à la distance critique  $=r^2$ .

$$(x-a)^2 - (y-a)^2 \geq r^2.$$

- Contrainte sur la pente de l'avion :

Le meilleur angle de montée d'un avion, doit être entre 0 et 30, donc la trajectoire doit vérifier la contrainte suivante :

$$0 \leq \tan \alpha = \frac{\Delta z}{\Delta y} \leq 30$$

- Contrainte sur les positions des points à partir de la vitesse :

On sait que :

$$V = \frac{\Delta D}{\Delta t}$$

$$\implies \Delta D = V \Delta t$$

$$\implies D_f - D_i = V \Delta t$$

Alors la vitesse a une influence directe sur la courbe d'un avion, elle nous impose la contrainte suivante :

$$D_f = V\Delta t + D_i$$

D'où le module mathématique se résume ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } M(t) = (x(t), y(t), z(t)) \\ \text{sujet à:} \\ (x - a)^2 - (y - a)^2 \geq r^2 \\ 0 \leq \tan \alpha = \frac{\Delta z}{\Delta y} \leq 30 \\ D_f = V\Delta t + D_i \end{array} \right.$$

### 3) La résolution par Matlab :

MATLAB est une application scientifique interactive orientée au calcul vectoriel et matriciel avec une puissante librairie de visualisation. Qui nous permet résoudre des problèmes de calcul très complexes d'une façon simple et rapide.

#### a) Présentation des courbes de Bézier sans contraintes :

- **Le principe de travail :**

Dans l'utilisation réelle de notre programme, les trajectoires seront des entrées automatiques dépendantes du radar de trafic aérien.

En période de développement, de simulation et de validation, les trajectoires sont entrées manuellement par l'opérateur. Le principe actuel est de lier le point de départ de l'avion et d'arrivée par une trajectoire optimale.

- **Fonctionnement de l'algorithme de résolution :**

Pour commencer, rappelons que les solutions étudiées sont des trajectoires liant les points de contrôle.

La solution retenue par cet algorithme reprend le principe de la méthode de Bézier.

En effet, quand les quatre points de contrôle sont entrées, le programme crée automatiquement la route qui lie ces points. L'étape suivante est alors l'optimisation de ce trajectoire ;par exemple si on considère les points A ,B,C et D comme des points de contrôle, le programme détermine les centres(a,b,c) entre les points A et B, B et C et Cet D. les points a,b et c seront les nouveaux points de contrôle et la même procédure se répète ,et ainsi de suite jusqu'à trouver la dernière point et qui sera l'optimal. Quand ce dernier est trouvé le programme crée automatiquement une nouvelle route optimale partant du point de départ, d'arrivée et de ce point.

Tel qu'il précisé dans la figure11, Les points de contrôle sont représentés par des cercles, La trajectoire en trait plein est la plus courte existante, La trajectoire en pointillés épais est également la courbe non optimale.

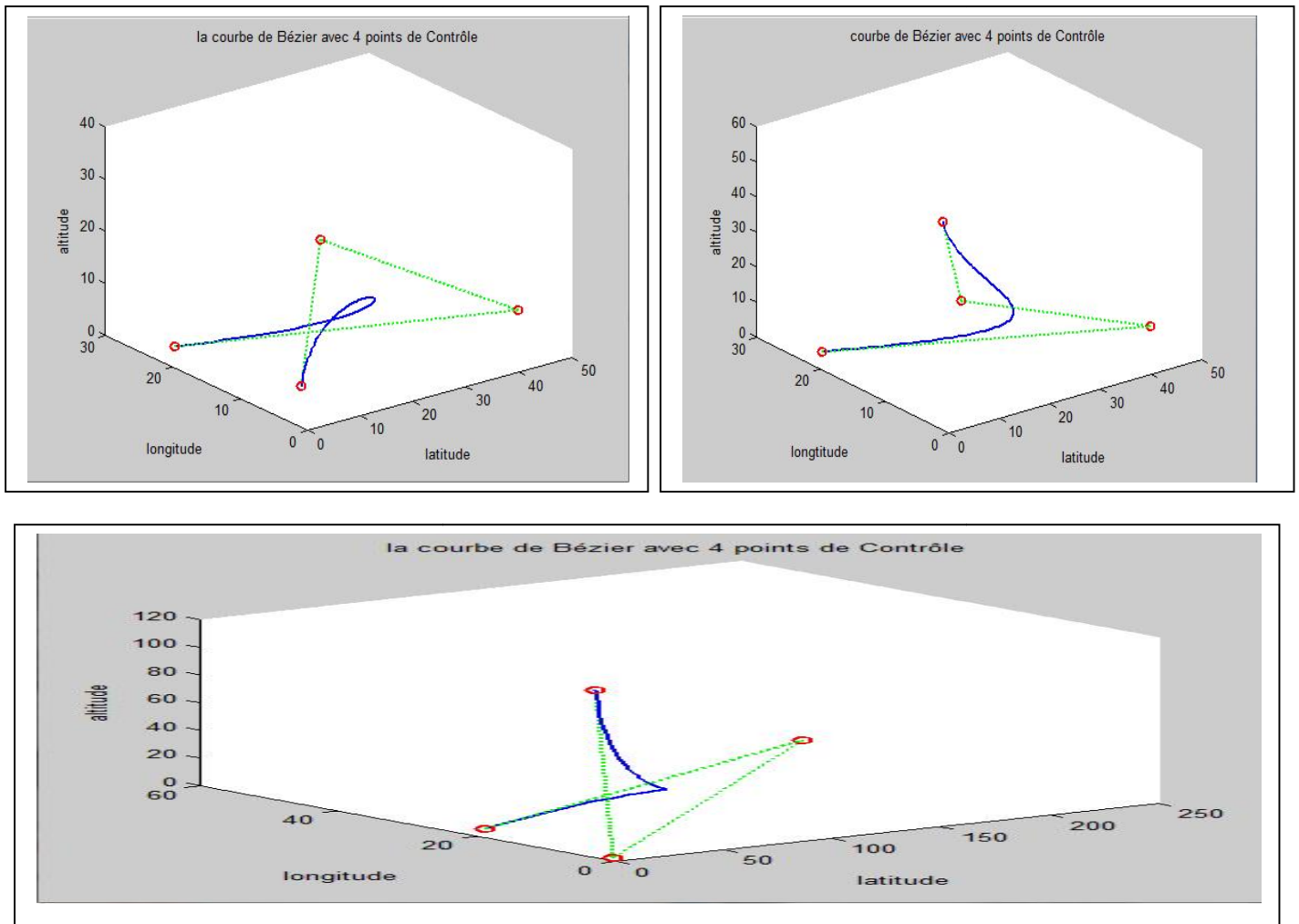


Figure 11: Des courbes de Bézier avec 4 points de contrôle.

b) Représentation des courbes de Bézier sous des contraintes :

**Le principe de travail :**

Dans cette partie des hypothèses seront considérés :

-la contrainte sur l'évitement de la ville de Fès est vérifiée.

-la contrainte sur la pente de déviation de l'avion est vérifiée.

On va traitées seulement la troisième contraintes, et voir comment les positions des points changent ainsi que la longueur de la trajectoire optimale en trois cas :

- Si la vitesse est constante.
- Si la vitesse est linéaire.
- Si la vitesse est aléatoire.

### **Fonctionnement de l'algorithme de résolution :**

Le fonctionnement du programme reste le même, on va seulement modifier la position des points de contrôle à partir de la contrainte suivante :

$$D_f = V\Delta t + D_i$$

La vitesse d'arrivée au point  $D_f$  est connue, ainsi que la position du point  $D_i$ , dans ce cas l'algorithme part du point  $D_i$  et calcul la position de  $D_f$ .

Les figures suivantes montrent les résultats obtenus si :

#### La vitesse est constante :

J'ai fixé un point de départ ainsi la vitesse, le programme va calculer automatiquement la position du point suivante, c'est exactement la même procédure de la construction de les courbes de Bézier se qui change si seulement la position des points.

Tel que précisé dans la figure11 ; Les points de contrôle sont représentés par des cercles, La trajectoire en trait plein est la plus courte existante, La trajectoire en pointillés épais est également la courbe non optimale.

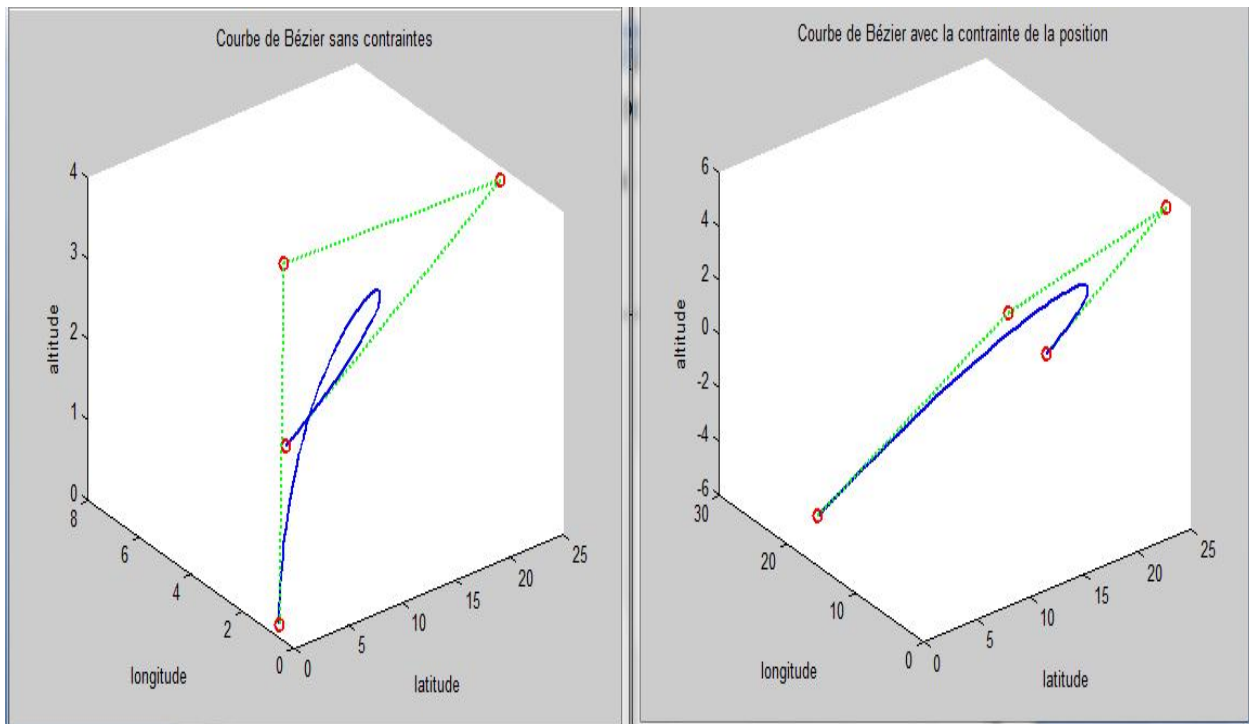
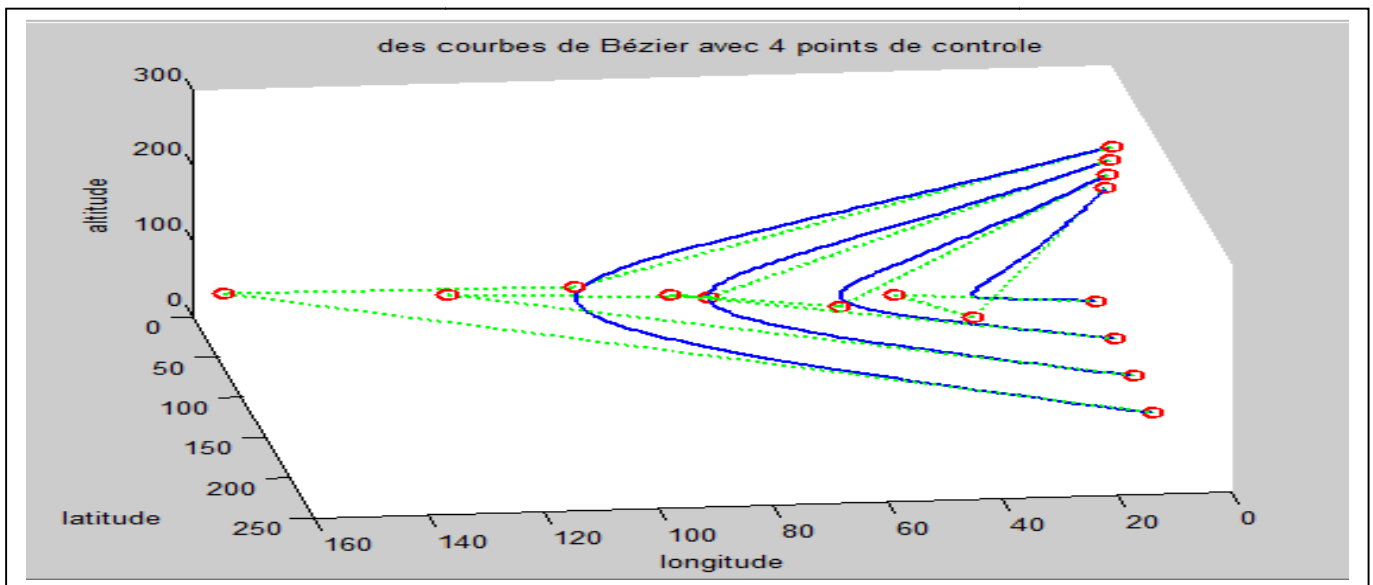


Figure 12 : courbe de Bézier avant et après l'ajoute de la contrainte de positionnement.

- la vitesse est linéaire :

Quand la vitesse est linéaire à chaque exécution de programme, la courbe obtenue a un point de départ et un point d'arrivée, ainsi une trajectoire de longueur différente de la précédente.

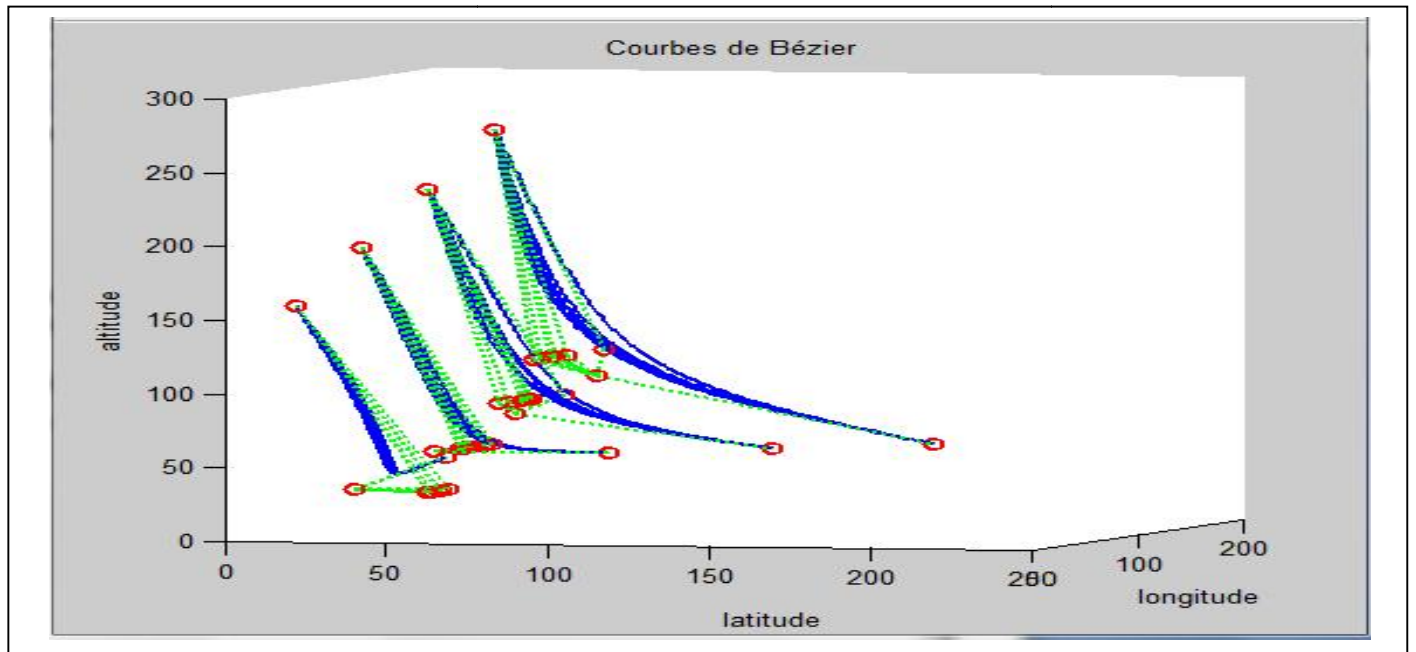


**Figure 13 : Des courbes de Bézier avec 4 points de contrôle, qui ont une vitesse linéaire.**

- la vitesse est aléatoire :

En premier exécution on obtient plusieurs courbes chacun d'elle a un point de départ et un point d'arrivée, et a chaque exécution on obtient des nouvelles courbes au dessous des courbes asiennes.

La figure ci- dessous montre les résultats obtenus :



**Figure 14 : Des courbes de Bézier avec 4 points de contrôle et qui variant en fonction de la vitesse.**

# Conclusion

En conclusion de ce rapport, nous pouvons dire que la démarche scientifique a été efficace. Il est certes plus long de programmer d'abord des cas simples puis de les complexifier par la suite que de se confronter tout de suite à un problème difficile, mais le résultat montre que la stratégie est efficace.

## La méthode de travail :

Pour résumer cette stratégie, les points clés sont les suivants :

- codage des algorithmes principaux;
- travail en 2D avec des unités arbitraires;
- travail en 3D avec des unités arbitraires;
- travail en 4D avec des unités arbitraires;

Chaque étape s'est conclue avec une étape de validation dont quelques exemples ont été retranscrits dans cette étude. Ainsi, le suivi de progression était très simple et quand une erreur apparaissait, des bases justes et validées étaient disponibles pour la rechercher et la corriger.

## Les apports de la recherche :

Le premier apport est la méthode de méta-heuristique créée pour résoudre le problème d'optimisation. Même si elle est une combinaison de deux méthodes connues et maîtrisées, elle offre l'avantage de présenter une alternative aux autres méthodes existantes en combinant les avantages de ces deux méthodes.

Un autre apport est la méthode de Bézier. Il s'agit d'une méthode qui permet de trouver une solution optimale à un problème posé. Couplés à cette méthode de Bézier, des contraintes sont utilisés afin de détecter les chemins les plus courts. Ce travail a été réalisé en quatre dimensions.

Tous ces travaux représentent ma contribution dans la présente recherche.

Cependant, pour que le projet soit implémentable sur les avions, il faut disposer d'un système de communication entre les appareils qui soit très performant pour que tous les avions d'une zone soient informés des changements de trajectoires des autres avions de cette même zone. Il faudra aussi avoir un puissant algorithme de résolution de conflits en route.



# *Bibliographie*

-Vu N. Duong et Eric G. Hoffman. [1997]. «Conflict resolution advisory service in autonomous aircraft operations», Digital Avionics Systems Conference, 16th DASC. AIAA/IEEE volo2, p 9.3-10, 9.3-17.

-EUROCONTROL EXPERIMENTAL CENTER. [2008]. 4D Trajectory management pilot simulation, EEC Report n° 408

-Vormer, Frizo Jan-Peter. [2005]. «Theoretical and operational aspects of optimal airport arrival trajectories», thèse de doctorat. Technische Universiteit Delft, PaysBas, 253 p.

-Bichot Charles-Edouard. [2004]. «Optimisation du découpage de l'espace aérien par diverses méta-heuristiques», thèse de D.E.A., Toulouse, ENAC, 89p.

-Ravelin Olivier. [2005]. «Utilisations de méta-heuristiques pour la résolution en vitesse de conflits aériens», Mémoire de Maitrise, Toulouse, ENAC, 41p.

-GERAD. [2007]. «Métaheuristiques». En ligne. 12p.

<<http://www.gerad.ca/~alainh/Metaheuristiques.pdf>>. Consulté le 5 Juillet 2009.

-The Matworks Inc., The Matlab User's Guide.

# *Webographie*

- Le site officiel de l'ONDA : [www.onda.ma](http://www.onda.ma).
- Encyclopédie : [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org).
- [www.google.com](http://www.google.com).
- [www.youtube.com](http://www.youtube.com).