



UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES



PROJET DE FIN D'ETUDES

Pour l'Obtention du diplôme

LICENCE SCIENCES ET TECHNIQUES (LST)

Spécialité : Mathématiques et Applications (MA)

Intitulé

Ordonnancement et planification des tâches d'un projet
industriel

Réalisé à

SEWS CABIND Maroc

Présenté à

La Faculté des Sciences et Techniques De Fès
(Département de Mathématiques)

Par

Ismail RBIBI

Sous la direction de

Pr. Rachid EL KHAOULANI

Soutenu le 17 juin 2015 devant le jury de soutenance

Prof. Rachid EL KHAOULANI

FST de Fès, Encadrant

Prof. Anisse OUADGHIRI

FST de Fès

Prof. Mohamed ETTAOUIL

FST de Fès

Prof. Abdelmajid HILALI

FST de Fès

Année universitaire 2014/2015

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

« هذا من فضل ربي ليبلونني الأتسكرا ثم الأفر »

سورة النمل الآية 40

Dédicace

A mes chers parents qui ont tant donné

A mon frère et mes sœurs que j'adore

A toute ma famille dont je ne peux pas m'en passer

A tous mes chers amis

Je vous dédie ce travail

Remerciements

Nombreux sont ceux qui ont contribué à ce que mon projet de fin d'études se déroule dans les meilleures conditions.

*A ce titre, Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon encadrant **M. Rachid EL KHAOULANI**, pour son encouragement, ses directives et ses précieux conseils tout au long de mon Projet de fin d'Etudes.*

*J'adresse également mes vifs remerciements à mon encadrant de stage **M. Omar MAHBOUBE**, pour l'importance et le soutien qu'il a accordé à mon travail.*

*Mes remerciements vont aussi à **M. Anisse OUADGHIRI**, **M. Mohamed ETTAOUIL** et **M. Abdelmajid HILALI** pour avoir sacrifier du temps pour examiner ce modeste travail.*

*Je tiens aussi à remercier vivement tout le personnel de **SEWS CABIND Maroc à BERRECHID**, qui a contribué de loin ou de près à la réalisation de ce présent travail, et spécialement toute l'équipe du service Programmation et Planification*

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'accomplissement de ce projet.

Glossaire

- **KANBAN** : Un mot japonais du vocabulaire courant qui signifie étiquette, le fonctionnement de cette méthode est fondé sur la circulation d'étiquettes.
- **Schunk** : Machine qui consiste à souder deux câbles électriques ou plus.
- **Gaine** : Isolant enveloppant un matériau conducteur dans lequel sont protégés des câbles.
- **Epissurage** : Jonction des deux fils électriques ou plus par un manchon (cylindre de plastique destiné à relier deux câbles ou plus).
- **Sertissage** : Fixer des pièces métalliques (connexion) à l'extrémité du câble en rabattant leurs bords.

Liste des abréviations

- **SEWS** : Sumitomo Electric Wiring Systems.
- **SCM** : SEWS CABIND MAROC.
- **SMED** : Single Minute Exchange of Die.
- **GDX** : Guida Didtra.
- **GSX** : Guida Sinstra.
- **PVC** : Poly Vélín de Chlorure.
- **ABS** : Antilock Braking System.
- **PERT** : Program Evaluation and Review Technique.
- **MPM** : Méthode des Potentiels Métra
- **CPM** : Critical Path Method

Liste des figures

Figure 1 : Réseau mondial du groupe SUMITOMO, secteur Câblage Industriel. _____	12
Figure 2 : Organigramme de SEWS CABIND Maroc. _____	14
Figure 3 : Faisceau automobile. _____	17
Figure 4 : Schéma des faisceaux électriques d'une voiture. _____	18
Figure 5 : Les flux physiques du faisceau. _____	19
Figure 6 : Exemple de diagramme de Gantt. _____	27
Figure 7 : Organigramme des principales tâches de production _____	33
Figure 8 : Graphe $G=(X,U)$ de tableau d'échéancier des antériorité des tâches. _____	38
Figure 9 : Organigramme des différentes étapes de construction du réseau PERT _____	44
Figure 10 : Le réseau PERT de problème d'ordonnancement et de planification des tâches. _____	45

Liste des tableaux

Tableau 1 : Familles produits dans SEWS CABIND Maroc. _____	13
Tableau 2 : Échéancier des différentes tâches de production. _____	34
Tableau 3 : les tâches de chaque niveau de réseau PERT. _____	37
Tableau 4 : Calendrier d'ordonnancement au plus tôt et au plus tard des tâches. _____	42
Tableau 5 : les marges libres et les marges totales des tâches du réseau. _____	43
Tableau 6 : Les tâches critiques du réseau avec ses arcs du chemin critique. _____	43

Table des matières

<i>Dédicace</i>	2
<i>Remerciements</i>	3
Glossaire	4
Liste des abréviations	5
Liste des figures	6
Liste des tableaux	6
Table des matières	7
Introduction générale	9
<i>Chapitre I : Présentation de la société d'accueil</i>	11
<i>Introduction</i>	12
I. Présentation du groupe SUMITOMO	12
1. HISTORIQUE	12
2. IMPLANTATION DU GROUPE SUMITOMO, SECTEUR CABLAGE INDUSTRIEL	12
3. IMPLANTATION AU MAROC	13
II. Présentation du site de SCM à BERRECHD	13
1. IMPLANTATION DE SCM A BERRECHID	13
2. CHIFFRE D'AFFAIRES ET INVESTISSEMENTS	14
3. ORGANIGRAMME DES DIFFERENTES DIRECTIONS DE SCM	14
4. DESCRIPTION DES DIFFERENTS SERVICES DE SCM	15
4.1. Service Programmation & Planification	15
4.2. Service Production	15
4.3. Service Maintenance	15
4.4. Service KAIZEN	16
4.5. Service Formation & Moyens	16
4.6. Service Méthodes	16
4.7. Service Logistique & Approvisionnement	16
4.8. Service Qualité	16
5. PRESENTATION DU PRODUIT	17
5.1. Définition d'un faisceau	17
5.2. Description physique des faisceaux	17
5.3. Processus de production des faisceaux	18
<i>Conclusion</i>	19
<i>Chapitre II : Contexte général</i>	20
<i>Introduction</i>	21
I. Cahier des charges	21
1. CONTEXTE	21
2. PROBLEMATIQUE	22
3. INTERETS DE L'ORDONNANCEMENT ET LA PLANIFICATION	22

II. Modèles d'ordonnancement	23
1. METHODE PERT	23
1.1. Modélisation en graphe	23
1.2. Ordonnancement au plus tôt.....	24
1.3. Ordonnancement au plus tard	25
1.4. Marges libres et marges totales.....	26
1.5. Tâches critiques et chemins critiques	26
2. DIAGRAMME DE GANTT.....	26
3. METHODE DES POTENTIELS METRA (MPM).....	27
4. METHODE CPM.....	28
5. ALGORITHMES DE PLUS LONG CHEMIN.....	29
5.1. Algorithme de Ford.....	29
5.1.1. Cas générale	29
5.1.2. Cas d'un graphe sans cycle	29
5.2. Algorithme de Moore-DIJKSTRA (ou DANTZIG)	30
Conclusion.....	30
Chapitre III : Ordonnancement et planification des tâches de production	31
Introduction.....	32
I. Ordonnancement et planification des tâches	32
1. ORGANIGRAMME DE PRODUCTION.....	32
2. ÉCHEANCIER DES TACHES	34
3. NIVEAUX DES TACHES	35
3.1. Définition	35
3.2. Exemple d'application	35
4. LES TACHES COMMENÇANTES, CONVERGENTES ET FINISSANTES.....	37
4.1. Les tâches commençantes.....	37
4.2. Les tâches convergentes.....	37
4.3. Les tâches finissantes	38
5. MODELISATION EN GRAPHE	38
6. LES DATES, LES MARGES ET LES TACHES ET CHEMINS CRITIQUES	39
6.1. Calcul de l'ordonnancement au plus tôt	39
6.2. Calcul de l'ordonnancement au plus tard.....	40
6.3. Calcul des marges des tâches	42
6.4. Détermination des tâches critiques et chemins critiques	43
II. Construction d'un réseau PERT.....	44
1. LES ETAPES DE CONSTRUCTION DU RESEAU	44
2. RESEAU PERT	44
Remarques.....	46
Conclusion.....	46
Conclusion générale	47
Bibliographie et Webographie	48

Introduction générale

Face à la mutation des marchés, l'industrie automobile est assujettie à une compétitivité de plus en plus pointue. Par conséquent, les équipementiers automobiles doivent être en développement continu pour répondre aux exigences des clients en respectant le triptyque : délais, coûts et qualité.

Afin de mener à bien cette mission, ces entreprises visent à définir des nouvelles orientations (stratégie/politique/objectifs), à éliminer toutes les anomalies existantes dans le système de leurs actions et à développer des relations à long terme avec leurs clients.

Dans cette perspective les managers de SEWS CABIND Maroc sont plus que jamais déterminés à atteindre deux objectifs stratégiques :

- ❖ L'amélioration de la satisfaction client.
- ❖ L'amélioration de la qualité des produits et des procédures.

La maîtrise des processus de fabrication des produits, qui englobent toute les transformations de la matière première jusqu'au produit final, et l'un des principaux points sur lequel SEWS CABIND Maroc souhaite faire davantage de progrès. Cette maîtrise nécessite de prévenir et éviter les différents types d'erreur au sein des processus de fabrication et qui peuvent conduire à des retards de livraison des produits ou à une production moins faible que prévu. L'ordonnancement et la planification des tâches d'un projet sont devenus des outils indispensables dans la gestion et le pilotage de projet, ils permettent la maîtrise des processus de fabrication et une rationalisation de cette gestion à travers l'établissement un planning relatif à la réalisation des différentes tâches du projet dont le suivi et le contrôle d'avancement sont simplifiés grâce aux multiples informations figurant sur le planning, à savoir la date de début au plus tôt ou au plus tard d'une tâche, la flexibilité des délais sans retarder le projet complet.

Le sujet de mon stage de fin d'études s'inscrit dans le cadre de l'amélioration continue des processus de la fabrication des faisceaux électriques et la maîtrise des problèmes d'ordonnancement et de planification des tâches de production au sien de l'entreprise SEWS CABIND Maroc. Ce processus de fabrication est constitué des tâches indépendantes mais qui ont des contraintes de précédences. L'objectif principal de cette étude est de déterminer un calendrier

d'exécution de toutes les tâches du projet, respectant les contraintes de précédence, de manière à terminer les travaux dans les meilleurs délais.

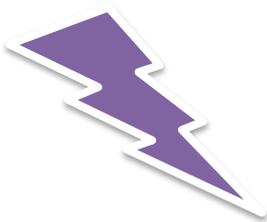
Différents modèles, d'ordonnancement et planification des tâches, ont été développés dans la littérature, on trouve notamment le diagramme GANTT, le réseau PERT (Program Evaluation and Review Technique), la méthode CPM (Critical Path Method) et la méthode MPM (Méthode des Potentiels Métra). Nous allons présenter ces modèles dans le chapitre 2, une attention particulière sera consacrée au réseau PERT, pour lequel nous avons opté dans l'application industrielle de cette étude.

L'établissement du planning de pilotage, à l'aide du modèle PERT, passe par la modélisation du problème par un graphe orienté et valué. Nous verrons, par la suite, que l'ordonnancement des tâches est modélisé par un problème de plus long chemin dans ce graphe et que la détermination de cet ordonnancement revient à déterminer des plus longs chemins sur ce graphe. Une partie du chapitre 2 est consacré aux algorithmes qui permettent de déterminer ces plus longs chemins, notamment l'algorithme de Ford. Nous donnons, dans le dernier chapitre, les étapes suivies pour établir un planning de pilotage, suivant le modèle PERT, sur un exemple industriel concret.

Chapitre I

Présentation de la société d'accueil

« Ce chapitre présente l'activité de la société, ainsi que son service
Programmation & Planification où s'est déroulé ce projet de fin d'études. »



- I- Présentation du groupe SUMITOMO**
- II- Présentation du site de SCM à BERRECHID**

Introduction

Ce chapitre donne un aperçu sur le groupe SUMITOMO qui sera présentée de la manière suivante: l'historique et l'implantation du groupe dans le monde et au Maroc. Ensuite on donne une présentation des différentes directions et une description du processus de production, particulièrement ceux relatifs à la zone d'assemblage. Ce processus comprend les postes les postes suivants: pré-montage, montage, contrôle électrique et contrôle final.

I. Présentation du groupe SUMITOMO

1. Historique

Le groupe SUMITOMO a été fondé depuis quatre siècles, il a commencé ses activités par l'exploitation et la transformation des matières premières. Depuis lors, les domaines d'activité du groupe se sont diversifiés et intéressent de plus en plus les secteurs d'industrie, de commerce, de finance, des télécommunications et des services... Aussi ses unités de production, ses centres techniques, d'ingénierie et ses centres de distribution se sont multipliés.

En 1985, la filiale du groupe SUMITOMO dont les activités se sont concentrées autour du secteur du câblage industriel, a pris le nom de SUMITOMO ELECTRIC WIRING SYSTEMS, son réseau mondial s'étend sur les cinq continents et occupe le troisième rang mondial en son domaine.

2. Implantation du groupe SUMITOMO, secteur Câblage Industriel

Le continent Africain abrite plusieurs sites du groupe SUMITOMO spécialisés au câblage industriel, notamment au Maroc et en Afrique du Sud. (Figure 1)



Figure 1 : Réseau mondial du groupe SUMITOMO, secteur Câblage Industriel.

3. Implantation au Maroc

Avant l'entrée du groupe SUMITOMO, la société CABIND MAROC créée en 1998, faisait partie de la société mère CABIND Italie. En 2001, la société a pris le nom SEWS CABIND MAROC. Depuis lors, son activité s'est concentrée sur le montage des faisceaux électriques pour voitures.

Située à la Zone Industrielle Moulay RACHID, la société CABIND MAROC a commencé avec un effectif de 226 personnes. Trois années plus tard, la société a connu une grande croissance, qui est due principalement à la qualité de ses produits et au mode managérial adopté. Sa superficie est passée de 8.300 m² à plus de 20.000 m² et son effectif atteint les 1400 personnes.

II. Présentation du site de SCM à BERRECHID

1. Implantation de SCM à BERRECHID

L'unité de BERRECHID, située à sa zone industrielle, s'étend sur une superficie de quatre hectares, dont 20.000 m² couverts et employait 1580 personnes environ en 2007.

Depuis son installation au Maroc en 2001, le groupe a investi une enveloppe globale d'un milliard de DHS, et son effectif atteint actuellement 9500 personnes.

La société exporte ses produits vers deux grands clients : FIAT, ENGINE en Italie et IVECO en Espagne. L'exportation couvre toutes sortes de faisceaux pour voitures tel que : faisceaux moteurs, portes, plafonniers, air bague etc... . Pour le site de BERRECHID le client exclusif est la compagnie FIAT et ENGINE (Tableau 1).

Client	Véhicule	Famille
FIAT	 <p>DUCATO 250</p>	ANTERIORE GSX & GDY
		POSTERIORE GSX & GDY
		CABINA GSX & GDY
		CABINA OPT GSX & GDY
		PLANCIA GSX & GDY
		PORTA ANTERIORE GSX & GDY
		PORTA BATANTE GSX & GDY
		RADIATORE
		BRIGLIA
		RISCA GSX & GDY
 <p>ENGINE</p>	ENGINE OLD	DAILY
	ENGINE NEW	ENGINE FUSO
		CHRYSLER
		ENGINE 1.8
		SUZUKI
VM MOTORE		

Tableau 1 : Familles produits dans SEWS CABIND Maroc.

2. Chiffre d'affaires et investissements

SEWS CABIND Maroc a démarré avec un capital de 8.000.000 de DHS dont 20% de participation du groupe TAGMAT HOLDING (Maroc) ; le leader dans son activité industrielle au niveau national, et 80% partagée entre le groupe SUMITOMO (Japon) et CABIND (Italie).

En 2003, la société SEWS CABIND Maroc a réalisé un chiffre d'affaires d'environ 452.212.000,00 DHS, cela veut dire une augmentation de 95% par rapport à l'année 2001. Des investissements importants sont également mis en place et valent 21.500.000,00 DHS pendant l'année 2003.

3. Organigramme des différentes directions de SCM

L'organigramme général de la société se présente comme suit :

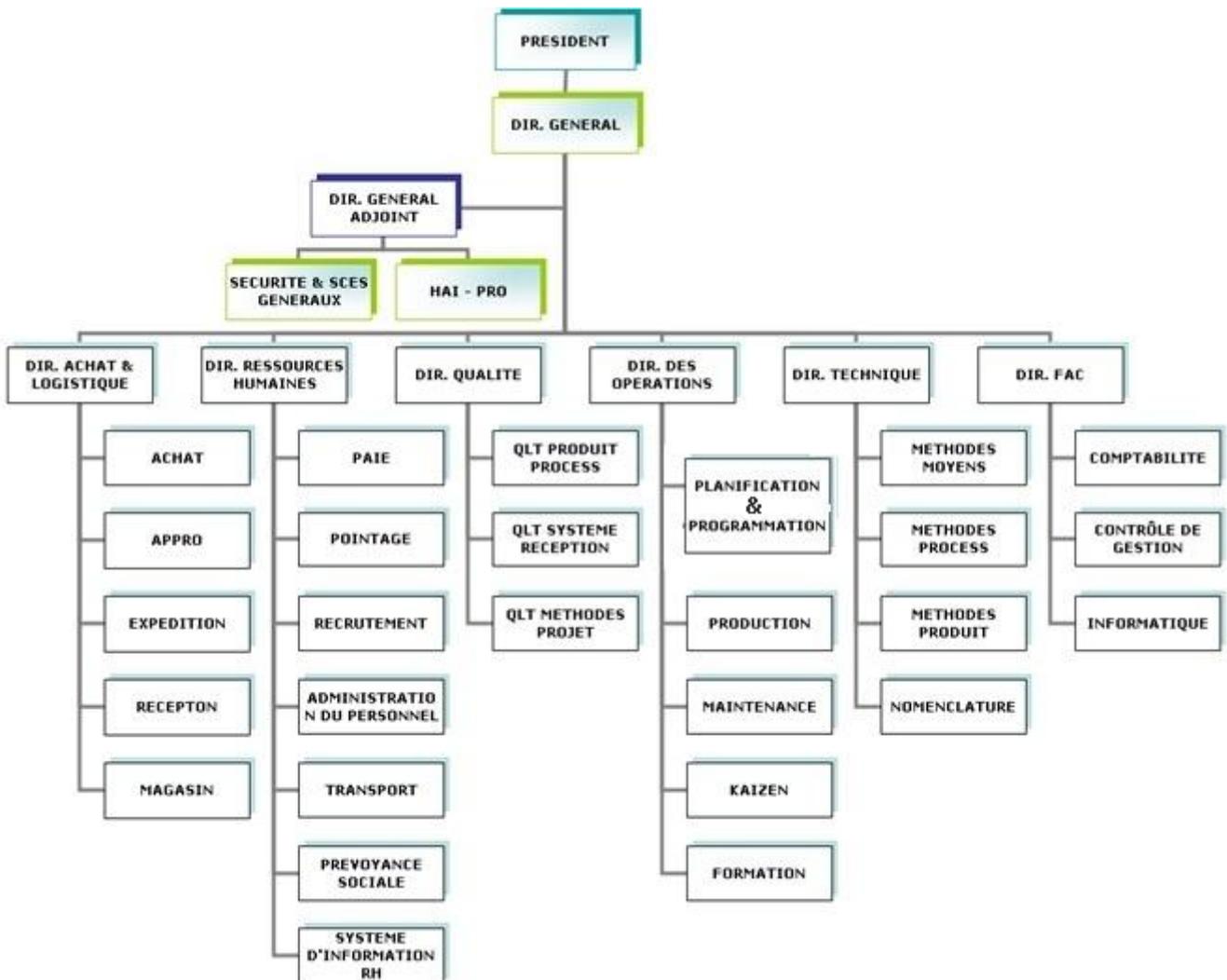


Figure 2 : Organigramme de SEWS CABIND Maroc.

4. Description des différents services de SCM

La société se compose de plusieurs services qui veillent à la maîtrise de la production des faisceaux à savoir :

- Service Programmation & Planification.
- Service Production.
- Service Maintenance.
- Service KAIZEN.
- Service Formation & Moyens.
- Service Méthodes.
- Service Logistique & Approvisionnement.
- Service Qualité.

4.1. Service Programmation & Planification

C'est le service où se sont déroulées mes études. Il s'occupe d'établir le planning hebdomadaire de production selon le programme du client tout en tenant compte des moyens disponibles, les postes de travail et la cadence de production.

Le service suit chaque jour l'état d'avancement de production dans les lignes et communique avec le service logistique et production pour assurer la continuité du flux de fabrication.

4.2. Service Production

C'est le service qui veille à assurer la production des faisceaux et garantir les flux de fabrication pour les grandes et les moyennes séries. Le service exige ainsi la réalisation des choses suivantes:

- L'implantation des machines.
- Les moyens de fabrication.
- Les gammes de production.
- Les quantités à produire.
- La maîtrise du processus.

4.3. Service Maintenance

En vue de réduire les charges de la maintenance, la société a instauré un service qui veille à maintenir les moyens de l'usine en état de bon fonctionnement. Les actions de maintenance se font suivant un plan de maintenance préventif et correctif pour pallier aux problèmes d'arrêt.

4.4. Service KAIZEN

Le service KAIZEN a pour rôle d'apporter des améliorations continues, de tracer des plans et de poser des stratégies nécessaires pour un changement et un progrès permanent.

Pour se faire la société utilise des outils pour proposer et gérer les améliorations à savoir : SMED, KANBAN...

4.5. Service Formation & Moyens

Ce service a pour mission d'assurer la formation des opérateurs et des agents de production ainsi que l'approvisionnement en outillages (Planches, Chariots, Tables) et les instruments de contrôle et de mesure. Il intervient aussi dans la gestion de production par :

- chronométrage des opérations de montage des faisceaux.
- Le calcul des temps standards pour chaque opération.
- Le calcul des effectifs nécessaires pour la production.
- Etablissement de l'équilibrage des tables de montage sur le carrousel.

4.6. Service Méthodes

Pour maîtriser le processus de montage des faisceaux, il a fallu trouver des méthodes de production optimales tout en gardant les mêmes qualités exigées par le client. C'est le souci du service méthode, ce dernier reçoit directement tous les documents contractuels du produit (plan budgétaire, plan client, nomenclature...) et valide par la suite tous les documents de la production (cycles de travail, les gammes...).

4.7. Service Logistique & Approvisionnement

L'industrie automobile présente des exigences en termes de qualité et de délais qui déterminent en grande partie la sélection d'un site de production. L'organisation en flux tendus de la production des faisceaux électriques suppose qu'il n'y ait aucune rupture d'approvisionnement pour le client. Cette contrainte nécessite la mise en œuvre de solutions logistiques complexes, afin de permettre la livraison directe au client et sans entrepôt intermédiaire.

Le service logistique au sein de SEWS CABIND Maroc s'occupe essentiellement de la réception, l'expédition, l'approvisionnement, la gestion du magasin et la sous-traitance.

4.8. Service Qualité

Le rôle de ce service est de veiller à améliorer la qualité du produit, des processus et d'assurer des produits conformes aux exigences des clients ainsi que de faire le contrôle de la matière première en réception.

5. Présentation du produit

5.1. Définition d'un faisceau

Les faisceaux électriques sont les premiers composants fixés sur la carrosserie de la voiture, leur rôle est d'alimenter électriquement tous les composants du véhicule. Selon l'emplacement à l'intérieur du véhicule, on distingue plusieurs familles du câblage et chaque famille contient plusieurs références suivant les options souhaitées de la voiture.

L'entreprise SCM est spécialisée dans la fabrication des faisceaux électriques, qui ont pour rôle le transport de l'énergie électrique au sein des véhicules (voir figure 4 ci-dessus).

5.2. Description physique des faisceaux

Un faisceau est constitué de plusieurs câbles appelés repères et des pièces métalliques (connexion), fixées à leurs extrémités. Ces connexions vont être incluses dans des boîtiers différents selon la référence du faisceau électrique. Ce dernier sera enroulé par feutrine, textile et PVC puis par une gaine pour assurer sa protection.

Un exemple de faisceau électrique fournit (figure 3 ci-dessus) :

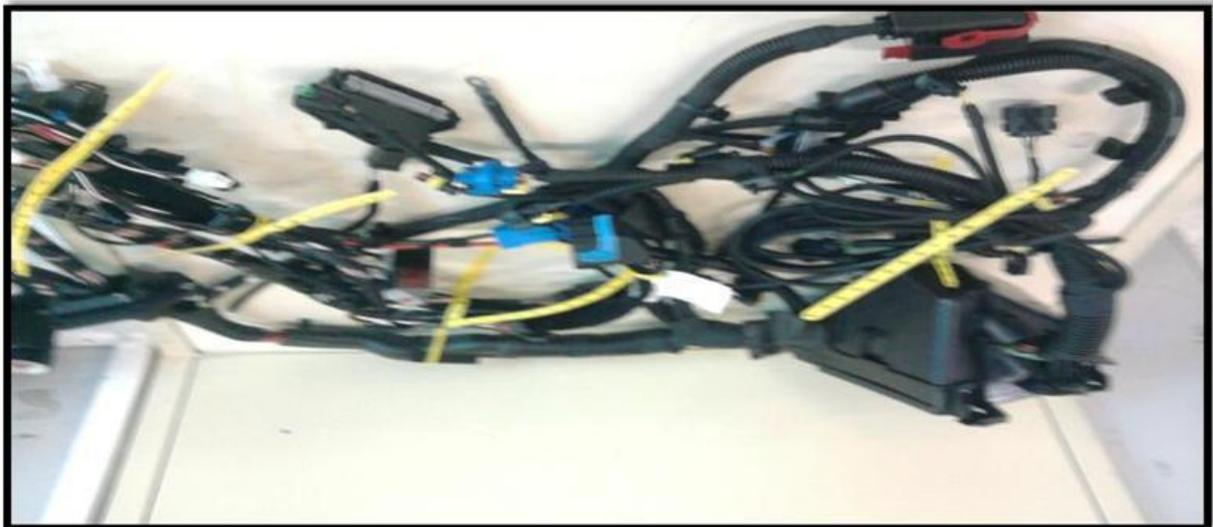


Figure 3 : Faisceau automobile.

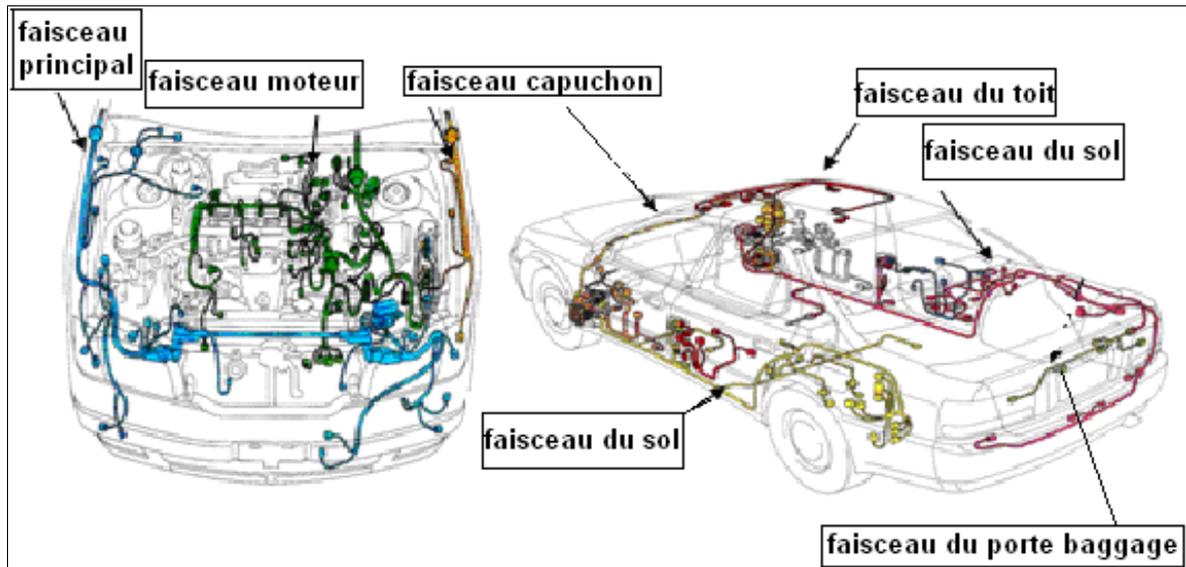


Figure 4 : Schéma des faisceaux électriques d'une voiture.

Les différentes familles des faisceaux électriques fabriquées SCM sont :

- ✚ Faisceaux plafonniers
- ✚ Faisceaux portes
- ✚ Faisceaux planches de bord
- ✚ Faisceaux châssis
- ✚ Faisceaux airbags
- ✚ Faisceaux ABS
- ✚ Faisceaux ouvrants latéraux
- ✚ Faisceaux hayon
- ✚ Faisceaux intermédiaire hayon
- ✚ Faisceaux injection

5.3. Processus de production des faisceaux

L'Organigramme de processus de production :

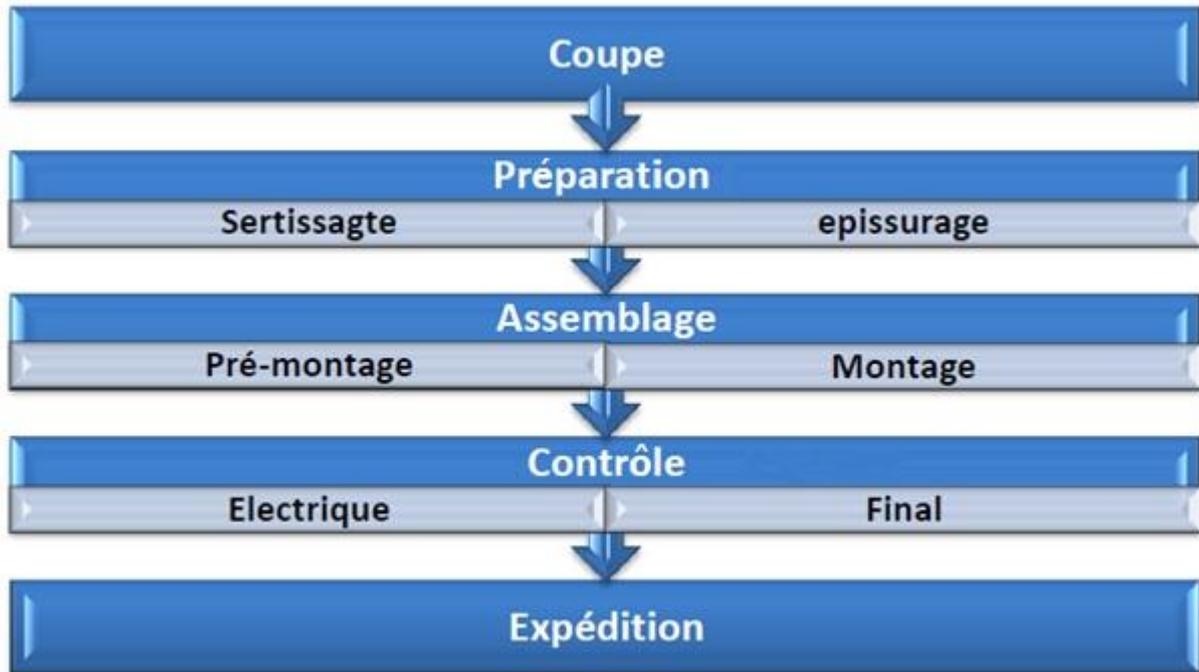


Figure 5 : Les flux physiques du faisceau.

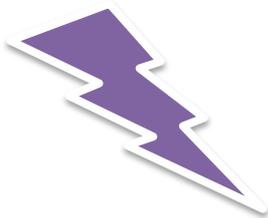
Conclusion

Ce chapitre donne une présentation générale de SEWS CABIND Maroc et de ces différents services ont été données. Nous avons également présenté le processus de production des faisceaux électriques. L'ordonnancement et la planification des tâches de ce processus est le sujet de ce projet de fin d'études.

Chapitre II

Contexte général

« Dans ce chapitre, nous présentons l'environnement du travail et la problématique de notre sujet. »



I- Cahier des charges

II- Modèles d'ordonnancement

Introduction

Gérer un projet cela signifie traditionnellement ordonner, ordonnancer les différentes tâches qui vont permettre de mener à bien ce projet. Cette idée fait habituellement référence à des projets unitaires à lancement répétitif ou non, par exemple, la conception-fabrication des faisceaux électriques où il est nécessaire d'élaborer un processus de production. Ce processus est constitué de tâches indépendantes mais qui ont des contraintes de précédences. L'ordonnancement et la planification des tâches composant un projet complexe, qui consiste à identifier dans un horizon de temps le meilleur découpage et enchaînement des tâches indispensables à la réalisation du projet, est un outil incontournable pour une gestion rationnelle de ce projet. Et ce, à travers l'établissement un planning relatif à la réalisation des différentes tâches du projet dont le suivi et le contrôle d'avancement sont simplifiés grâce aux multiples informations figurant sur le planning, à savoir la date de début au plus tôt ou au plus tard d'une tâche, la flexibilité des délais sans retarder le projet complet.

Les différents modèles, d'ordonnancement et planification des tâches, ont été développés dans la littérature, on trouve notamment le diagramme GANTT, le réseau PERT (Program Evaluation and Review Technique), la méthode CPM (Critical Path Method) et la méthode MPM (Méthode des Potentiels Métra). Nous nous intéressons ici plus au réseau PERT, que nous avons utilisé pour établir un planning de pilotage sur un exemple industriel concret dans le chapitre 3.

L'établissement du planning de pilotage conduit à considérer un graphe valué possédant une entrée (début des travaux) et une sortie (fin des travaux), dans lequel tout arc représente une tâche, auquel on associe la durée de réalisation de cette tâche. Nous verrons par la suite que l'ordonnancement des tâches est modélisé par un problème de plus long chemin dans ce graphe et que la détermination de cet ordonnancement revient à déterminer les plus long chemins reliant le sommet "début" et les autres sommets de ce graphe.

Donc, ce chapitre donne la problématique de notre sujet, et les objectifs d'ordonnancement, et aussi les modèles d'ordonnancement et planification pour la résolution du problème de stage.

I. Cahier des charges

1. Contexte

Les retards apportées aux réalisations de projets aux livraisons ponctuelles aux clients dus en général à :

- La mauvaise conception du produit à fabriquer,
- La mauvaise gestion des stocks,

- La fixation arbitraire d'un calendrier de fin des travaux sans rapport ni avec l'évolution réelle des différentes tâches ni avec les moyens dont on dispose effectivement,
- Le manque de coordination entre les responsables des opérations concernant l'ordre de passage des différentes tâches et leur fin,

Donc les apports d'une meilleure organisation des tâches sont une réduction des stocks et des temps de production ainsi qu'une diminution du coût de fabrication, moins de dommages et des pertes, et une plus grande flexibilité grâce à une organisation autour des processus.

Alors, quel est le temps nécessaire pour réaliser l'ensemble du projet ? Et quelles sont les tâches critiques qui ne prennent pas de retard ? A quel moment doit-on lancer une tâche ? Et quelle flexibilité pourrions-nous se permettre sur ce lancement ? Autant de questions sur lesquelles l'ordonnancement et la planification des tâches apportent des réponses détaillées.

2. Problématique

Le problème qui se pose c'est de déterminer un calendrier d'exécution de toutes les tâches du projet, respectant les contraintes de précédence, de manière à terminer les travaux dans les meilleurs délais. Egalement, il faudra avoir un calendrier comprenant suffisamment d'informations afin qu'il servira comme un outil d'aide pour le contrôle de l'avancement du projet et le respect des délais.

3. Intérêts de l'ordonnancement et la planification

L'ordonnancement et la planification des tâches composant un projet complexe sont devenues des outils incontournables dans la gestion des projets, notamment les projets de grande envergure. Elles consistent à :

- ✓ Planifier et piloter la réalisation d'un projet,
- ✓ Améliorer l'organisation des ateliers,
- ✓ Prévoir la chronologie du déroulement des tâches,
- ✓ Organiser et optimiser l'utilisation des outils disponibles,
- ✓ Augmenter le rendement de chaque tâche dans la zone de production,
- ✓ Garantir la réalisation des projets dans les temps prévus,
- ✓ Définir le suivi des échéances afin de contrôler l'avancement et la fin des tâches, et prendre en compte les écarts entre les prévisions et les réalisations.

II. Modèles d'ordonnancement

Un **ordonnancement** est un calendrier possible pour la réalisation de toutes les tâches du projet, et ce en respectant les contraintes de précédences. Lorsque ce calendrier conduit à la durée totale la plus courte on dit l'**ordonnancement est optimal**.

Dans la perspective de répondre aux besoins des entreprises en termes d'amélioration de la gestion des projets, plusieurs techniques ont été développées dans la littérature, nous allons donner au-dessous, les plus pertinents modèles d'ordonnancement et planification.

1. Méthode PERT

C'est une modélisation du problème central de l'ordonnancement par un graphe, elle permet d'évaluer la durée de réalisation d'un projet complexe et de détecter les parties de ce projet ne supportant aucun retard. Ce graphe porte le nom de graphe PERT (**P**rogram **E**valuation and **R**evue **T**echnique) ou graphe potentiel-étape. Nous donnons ici quelques éléments sur cette modélisation.

Dans cette représentation, les arcs sont associés aux tâches; ils sont valués par la durée des tâches, et les sommets représentent certains événements qui regroupent en général la fin de certaines tâches et le début d'autres.

1.1. Modélisation en graphe

Le graphe orienté et valué $G = (X, U)$ (un graphe où chaque arc de U est associée une valeur réelle de la durée d'une tâche) défini par :

- A chaque tâche x on associe un sommet $i \in X$ de départ et un sommet $j \in X$ de fin tel que $i < j$.
- On définira un arc (i, j) de longueur $d_{i,j}$ pour chaque tâche x avec $d_{i,j}$ la durée d'exécution de la tâche.

Le graphe reflète les précédences requises dans l'exécution des différentes tâches du projet. Ce graphe est sans circuit du fait que l'existence d'un circuit impliquerait une contradiction dans les précédences; une tâche devant en même temps précéder et succéder à une autre. Il est moins facile à représenter ; il faut définir les événements correspondant aux sommets. Certaines contraintes de succession nécessitent l'introduction de tâches fictives. Enfin, la prise en compte de contraintes qui ne sont pas des contraintes de succession peut être plus délicate.

Supposons par exemple que l'on ait les tâches suivantes A, B, C, D avec :

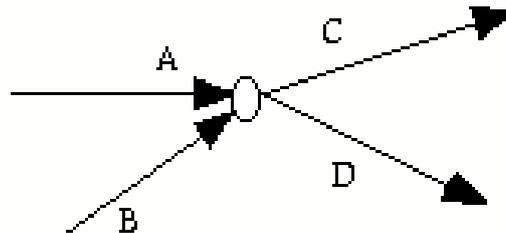
A précède C et D

B précède D

A ces 4 tâches sont associés 4 arcs : A, B, C, D.

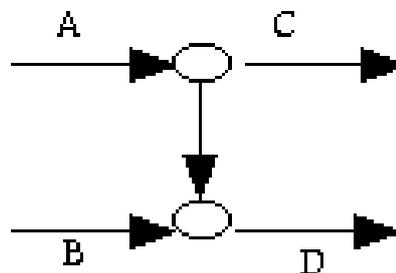
A précède C et D se traduit par : l'extrémité de l'arc correspondant à la tâche A coïncide avec l'origine de l'arc correspondant à la tâche C et avec l'origine de l'arc correspondant à la tâche D.

B précède D est traduit par : l'extrémité de l'arc correspondant à la tâche B coïncide avec l'origine de l'arc correspondant à la tâche D. Cela peut conduire à la représentation suivante :



Dans cette représentation, C et D ont même origine ce qui impose la contrainte : B précède également C qui n'était pas dans les données du problème.

Il faut alors introduire une **tâche fictive** de longueur 0.



1.2. Ordonnancement au plus tôt

On appelle **date de début au plus tôt** d'une tâche la plus petite date à laquelle elle peut être lancée.

Le calendrier de l'ensemble des tâches est appelé "**ordonnancement au plus tôt**".

Proposition 1

La date de début au plus tôt d'une tâche est égale à la longueur du plus long chemin entre le sommet "début" et le sommet représentant cette tâche dans le graphe.

Preuve

A chaque **contrainte de précédence** on associe un arc (i, j) : la contrainte $t_j \geq t_i + d_{i,j}$ est associée l'arc (i, j) de **longueur** $d_{i,j}$, où t_i représente la date de début de la tâche i .

Si on additionne ces inégalités pour tous les arcs du chemin, on arrive à $t_i \geq t_{\text{début}} +$ somme des longueurs des arcs de n'importe quel chemin reliant le sommet début et au sommet i .

Comme $t_{\text{début}} = 0$, on en déduit que la date de début de la tâche i est au moins égale à la longueur du plus long chemin.

Ce résultat est vrai pour tous les chemins reliant le sommet "début" au sommet i , la date de début au plus tôt de la tâche i est égale à la longueur du plus long chemin du sommet "début" au sommet i .

Remarque

Si on considère le sommet "fin" associé à la fin des travaux, la date t_{fin} qui représente la durée des travaux est au moins égale à la longueur de n'importe quel chemin du sommet "début" au sommet "fin", donc au plus long d'entre eux.

Calcul des dates au plus tôt

D'après la proposition précédente, le calcul des dates au plus tôt revient à calculer celui de la longueur d'un plus long chemin. On peut donc utiliser les algorithmes adaptés à la détermination de plus longs chemins.

Nous allons nous intéresser aux algorithmes qui permettent la détermination des plus longs chemins sur un graphe orienté, valué et sans circuit dans la section suivante.

1.3. Ordonnancement au plus tard

Il s'agit en l'occurrence de déterminer la date à laquelle chacune des tâches doit impérativement avoir commencé si on veut que la durée totale des travaux soit respectée.

Définition

On appelle **date de début au plus tard** d'une tâche la date à laquelle elle doit impérativement avoir commencé afin que la date de fin de travaux soit respectée.

Le calendrier correspondant est l'**ordonnancement au plus tard**.

Proposition 2

La date de début au plus tard d'une tâche est égale à la différence entre la date de fin des travaux et la longueur du plus long chemin du sommet représentant cette tâche dans le graphe au sommet "fin".

Calcul des dates au plus tard

Pareillement au calcul de date au plus tôt, le calcul des dates au plus tard revient à un calcul de plus long chemin dans un graphe valué. Plus précisément, on détermine, en suivant un ordre de

sommet décroissant, le plus long chemin entre chaque sommet i et le sommet "fin" à l'aide d'un algorithme du plus long chemin. On en déduit ensuite la date au plus tard par une simple soustraction (d'après la proposition 2).

1.4. Marges libres et marges totales

Définition

La **marge libre** d'une tâche représentera concrètement le retard maximal qu'on pourra prendre dans la réalisation d'une tâche sans retarder le début des tâches suivantes, on la notera **ML**.

La **marge totale** d'une tâche représentera concrètement le retard maximal qu'on pourra prendre dans la réalisation d'une tâche sans retarder l'ensemble du projet, on la notera **MT**.

Calcul des marges

Soit ij la tâche allant du sommet i au sommet j , donc la marge libre et la marge totale d'une tâche ij sont calculer respectivement :

$$ML_{ij} = t_j - t_i - d_{ij}$$

$$MT_{ij} = T_j - t_i - d_{ij}$$

1.5. Tâches critiques et chemins critiques

On qualifiera de **critique**, une tâche dont la marge totale est nulle, c'est en quelque sorte une tâche "urgente", une tâche sur laquelle il ne faut pas prendre de retard si l'on ne veut pas augmenter la durée totale du projet.

Le **chemin critique** est le plus long chemin du sommet "début" au sommet "fin". Il est constitué des arêtes associées à des tâches critiques. Il n'est pas nécessairement unique.

2. Diagramme de Gantt

Le diagramme de Gantt, couramment utilisé en gestion de projet, est l'un des outils les plus efficaces pour représenter visuellement l'état d'avancement des différentes activités (tâches) qui constituent un projet.

- Chaque tâche est représentée par une barre de longueur proportionnelle à sa durée.
- Les contraintes de succession entre tâche sont matérialisées par des flèches.

Si les tâches sont positionnées à leur date de début au plus tôt, on dit que les tâches sont calées à gauche.

On constate sur ce diagramme qu'il est possible de déplacer les tâches A, C et F tout en respectant les contraintes de succession sans retarder la fin des travaux.

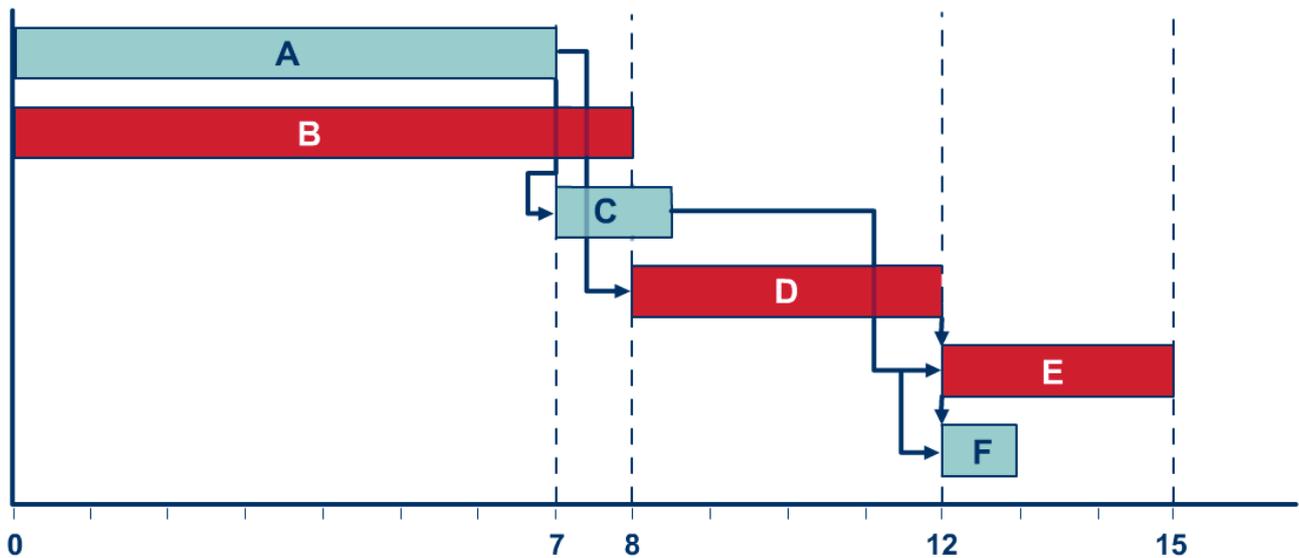


Figure 6 : Exemple de diagramme de Gantt.

Ce diagramme permet donc de visualiser d'un seul coup d'œil :

- Les différentes tâches à envisager
- La date de début et la date de fin de chaque tâche
- La durée escomptée de chaque tâche
- Le chevauchement éventuel des tâches, et la durée de ce chevauchement
- La date de début et la date de fin du projet dans son ensemble

En résumé, un diagramme de Gantt répertorie toutes les tâches à accomplir pour mener le projet à bien, il indique la date à laquelle ces tâches doivent être effectuées (le planning).

3. Méthode des Potentiels Métra (MPM)

Définition

La Méthode des Potentiels et antécédents Métra (MPM) est une méthode d'ordonnancement basée sur la théorie des graphes, et visant à optimiser la planification des tâches d'un projet. Semblable au PERT, les principales différences entre les deux méthodes reposent essentiellement dans la construction du graphe.

Les conditions préalables à la construction du graphe MPM

La méthode MPM suit une démarche logique qui impose au préalable de satisfaire les étapes suivantes :

- Etablir une liste des tâches à réaliser et déterminer la durée de chaque tâche.
- Pour chacune des tâches, déterminer les tâches précédentes (relations d'antécédence et de succession).

- Identifier les tâches dépendantes (qui ne peuvent commencer que si certaines autres tâches sont exécutées partiellement ou terminées).
- Identifier les tâches pouvant être réalisées simultanément (sous réserve d'une disponibilité des ressources nécessaires).

Modélisation en graphe

Le graph MPM se présente tel qu'il suit :

- Chaque tâche est représentée par un sommet, et les arcs entre les sommets traduisent uniquement les relations d'antériorité des tâches.
- chaque tâche (ou sommet) est renseignée sur la date à laquelle elle peut commencer au plus tôt (date de début au plus tôt) et terminer au plus tard (date de fin au plus tard) pour respecter le délai optimal de réalisation du projet.
- A chaque arc est associée une valeur numérique qui représente soit une durée d'opération, soit un délai, et la longueur des arcs n'est pas proportionnelle à cette durée.
- le graphe commence et termine sur 2 sommets, respectivement appelés « Début » et « Fin » symbolisant les début et fin des opérations. Ces deux sommets ne correspondent pas une tâche.
- Le graphe se lit de gauche à droite (du sommet "DÉBUT" à celui de "FIN").

4. Méthode CPM

La méthode CPM (Critical Path Method) est une technique de schématisation d'un ensemble d'activités (un réseau d'activités) sous forme de diagramme fléché ou les boîtes (ou nœuds) représentent les activités et les flèches les relations logiques entre les activités. CPM est une technique d'analyse dont le but est d'identifier le chemin critique, c'est-à-dire la série d'activités sur lesquelles le Project Manager devra focaliser son attention en termes de contrôle de délais et de respect des jalons. En effet, c'est le chemin critique qui représente le risque le plus important en termes de décalage projet. Cette technique d'analyse se déroule en 3 étapes :

- 1) Calculer la date de fin du projet.
- 2) Calculer les marges possibles de décalage de chaque activité du projet sans que cela ne décale la date de fin du projet lui-même.
- 3) Identifier les activités critiques, c'est-à-dire les activités pour lesquelles un décalage entraîne un décalage de l'ensemble du projet.

5. Algorithmes de plus long chemin

Nous avons vu que l'établissement d'un calendrier optimal, en adoptant le modèle PERT, nécessite la résolution des deux problèmes d'ordonnancement (au plus tôt et au plus tard) et que eux-mêmes se ramènent à la détermination des plus longs chemins sur un graphe orienté, valué (avec des poids positifs) et sans circuit. Ce paragraphe est consacré aux algorithmes qui permettent de déterminer ces plus longs chemins.

5.1. Algorithme de Ford

5.1.1. Cas générale

$G=(X,U)$ un graphe valué avec $X=\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$

Déterminer la longueur du plus long chemin de x_0 à tout autre sommet x_i de G

On associe à tout sommet x_i une pondération (poids) λ_i .

Initialisation : Prendre : $\lambda_0 = 0$

Et : $\lambda_i = -\infty$ pour tout $i \neq 0$.

Itération de base: Étant donné l'arc (x_i, x_j) de G

Si $\lambda_i + l(x_i, x_j) > \lambda_j$ Alors faire $\lambda_j = \lambda_i + l(x_i, x_j)$

Répéter l'itération de base jusqu'à la stabilisation de toutes les pondérations λ_i .

Fin.

Remarque 1 : On démontre qu'à la fin de l'algorithme, la pondération λ_i représente la longueur du plus long chemin du sommet x_0 au sommet x_i . En plus, ce résultat est valable indépendamment des signes des valeurs des arcs.

Remarque 2 : Si on effectue l'initialisation $\lambda_i = +\infty$ (pour $i \neq 0$), et on remplace la condition de l'itération de base par : « Si $\lambda_i + l(x_i, x_j) < \lambda_j$ Alors faire $\lambda_j = \lambda_i + l(x_i, x_j)$ »

Alors λ_i représente la longueur du plus court chemin.

Remarque 3 : L'algorithme de Ford est général, mais ne précise pas l'ordre du parcours des arcs du graphe. Le parcours des arcs de G peut se réaliser en visitant tous les sommets de G (dans un ordre donné) et puis en parcourant les arcs incidents vers l'extérieur (ou l'intérieur) de chaque sommet visité.

5.1.2. Cas d'un graphe sans cycle

Remarque : Si x_0 est un point entré de $G=(X, U)$ et si l'on parcourt les sommets de G dans un ordre topologique, les pondérations se stabilisent à la fin du premier parcours.

L'algorithme de FORD de plus long chemin devient :

- Prendre $\lambda_0 = 0$
- Parcourir les sommets de G suivant un ordre topologique. Pour chaque sommet x_i visité faire : $\lambda_j = \text{Max} (\lambda_i + l(x_i, x_j))$ tel que : $x_i \in U^-(x_j)$ ' Prédécesseurs de x_j '

Fin.

5.2. Algorithme de Moore-DIJKSTRA (ou DANTZIG)

Considérons sur le graphe $G = (X,U)$ le sommet de départ x_1 , le sommet d'arrivée x_n et déterminons pour tout sommet x_i un nombre $\lambda(x_i)$, qui sera la distance (respectivement le temps) minimale d'arrivée en x_i .

Étape 0. Au début, on pose $\lambda(x_1) = 0$, $A_1 = \{x_1\}$

Étape 1. Supposons qu'à la $K^{\text{ème}}$ itération, on ait défini la fonction λ sur un ensemble $A_k = \{x_1, \dots, x_k\}$;

On associera à chaque sommet $x_j \in A_k$ un sommet $y_j \notin A_k$ tel que : $(x_j, y_j) \in U$ et tel que : la longueur $l(x_j, y_j)$ soit minimale.

Étape 2. On cherchera le sommet $x_q \in A_k$ tel que : $\lambda(x_q) + l(x_q, y_q) = \min (\lambda(x_j) + l(x_j, y_j))$

On suppose alors $A_{k+1} = A_k \cup \{y_q\}$

$\lambda(y_q) = \lambda(x_q) + l(x_q, y_q)$

Étape 3. On revient à l'étape 1 jusqu'à atteindre x_n (si l'on veut seulement déterminer le chemin de valeur minimal entre x_1 et x_n).

Fin

Remarque 1 : L'algorithme de DANTZIG est valable lorsque les valuations des arcs sont positives.

Remarque 2 : Il n'est pas possible de transformer cet algorithme en un algorithme pour la détermination des longueurs des plus longs chemins.

Conclusion

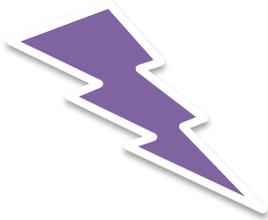
Plusieurs modèles d'ordonnancement et de planification des tâches d'un projet ont été exposés ; le réseau PERT, le Diagramme de GANTT, et les modèles MPM et CPM. Les étapes nécessaires à la construction du réseau PERT ont été données en détail, la détermination des plus longs chemins est l'étape la plus difficile. Nous avons présenté l'algorithme de Ford qui permet la résolution d'un problème de plus long chemin entre deux sommets sur un graphe valué sans cycle.

Nous allons mettre en pratique, dans le chapitre suivant, ses aspects théoriques afin de réaliser un calendrier d'un projet de production de faisceau électrique au sein de l'entreprise SEWS CABIND Maroc.

Chapitre III

Ordonnancement et planification des tâches de production

« Ce chapitre présente les différentes étapes de la résolution de problème d'ordonnancement et planification des tâches de la production dans la société. »



- I- Ordonnancement et planification des tâches**
- II- Construction d'un réseau PERT**

Introduction

Dans ce chapitre nous allons voir les différentes étapes de la résolution de problème d'ordonnancement des tâches de la production dans la société et qui sont les suivant :

Définir les tâches de passage de produit.

Détermination des durées de chaque tâche.

Ordonnancement et la planification des tâches sa dépend de la priorité.

Résoudre par le model PERT.

L'utilisation des algorithmes de la recherche opérationnelle.

L'utilisation de logiciel pour la construction des graphes et réseaux : Smart Draw.

I. Ordonnancement et planification des tâches

1. Organigramme de production

La description de procédure de la production pour un faisceau électrique (Famille ENGINE_1.8) dans la société est représenté par l'organigramme suivant :

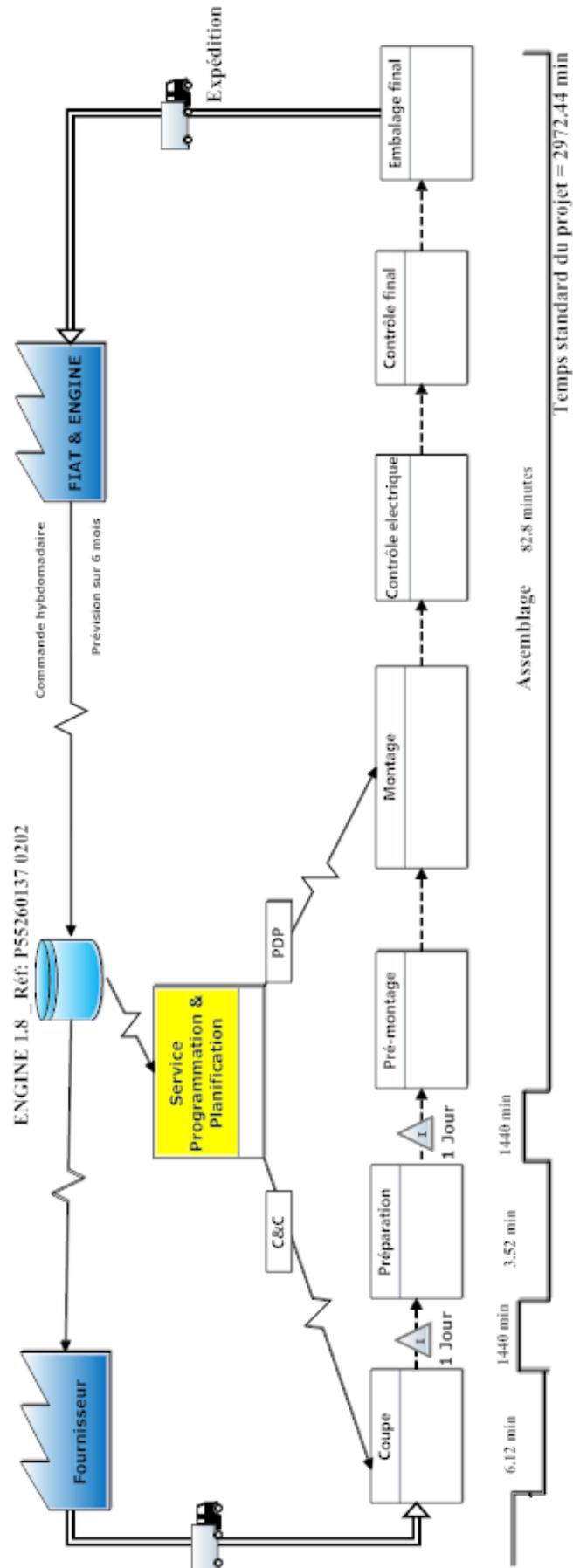


Figure 7 : Organigramme des principales tâches de production

2. Échéancier des tâches

La fabrication d'un faisceau électrique se réalise en plusieurs étapes de production, chaque étape est indépendante mais elle peut nécessiter que d'autres étapes soient préalablement réalisées avant de commencer sa réalisation, ce qui s'exprime dans le tableau ci-dessous par les contraintes d'antériorités. Le programme complet de la matricule P55260137_0202_ENGINE 1.8 d'un faisceau électrique est présenté dans le tableau suivant, appelé **échéancier**, il fait apparaître : les tâches de production, leurs codes, leurs durées de réalisation en seconde ainsi que les relations de précédences (ou d'antériorité) entre les différentes tâches.

Tâches	Code Tâches	Durée (en second)	Antériorité
Coupe des fils non finis	A	148	--
Coupe des fils finis	B	186	--
Coupe des fils twisté (tordus)	C	120	--
Magasin des fils non finis	D	86400	A
Magasin des fils finis	E	172800	B
Magasin des fils twisté	F	86400	C
Twistage	G	140	D, F
Lovage	H	24	D, G
Manchonnage	I	20	D
Shunk	J	103	D, G, H, I
Stock Twistage	K	86400	G
Stock de Préparation	L	86400	J
Pré montage	M	1806	E, F, K, L
Montage	N	2700	M
Déclaration Initial	O	15	N
Contrôle Electrique	P	337	O
Contrôle Final	Q	230	P
Emballage Final	R	6	Q
	Tâches de la Coupe.		
	Tâches du Stock.		
	Tâches de la Préparation.		
	Tâches d'Assemblage.		

Tableau 2 : Échéancier des différentes tâches de production.

3. Niveaux des tâches

3.1. Définition

Un niveau désigne le commencement ou bien le départ d'une ou plusieurs tâches, il est distingué à l'aide d'une matrice, appelé matrice d'antériorité.

3.2. Exemple d'application

D'après l'échéancier au-dessus (Tableau 1), on détermine les niveaux des tâches selon les étapes suivantes :

Soit la matrice représentant la priorité entre les tâches de production. Cette matrice est défini par :

- Si il existe une antériorité, on tape 1 dans l'intersection de la ligne de la tâche avec la colonne de la tâche antérieure
- Sinon on tape 0.

Antériorité Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
M	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
O	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
R	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Algorithme de détermination des niveaux des tâches

- Cherchons les lignes des tâches qui contiennent seulement des 0.

Donc dans la 1^{ère} itération, les tâches de niveau 0 sont : **A, B et C**

- On barre les lignes et les colonnes des tâches A, B et C.

Antériorité Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
A	0																	
B	0																	
C	0																	
D	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
M	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
O	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
R	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

- Cherchons encore dans la nouvelle matrice les lignes des tâches qui contiennent seulement des 0.

2^{ème} itération : les tâches de niveau 1 sont **D, E et F**.

- On barre les lignes et les colonnes des tâches D, E et F.

3^{ème} itération : les tâches de niveau 2 sont **G et I**

- On barre les lignes et les colonnes des tâches G et I.

Antériorité Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
M	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
O	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
R	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

- Cherchons dans la matrice les nouvelles lignes des tâches qui contiennent seulement des 0.

On trouve la ligne de la tâche H et K qui construis seulement avec des 0.

Alors la 4^{ème} itération : c'est des tâches H et K de niveau 3.

Et ainsi de suite jusqu'à la suppression de tous les lignes et les colonnes de la matrice.

On détecte 11 niveaux des tâches, l'ordonnancement par niveaux donne le tableau suivant :

Niveau	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Tâches	A,B,C	D,E,F	G,I	H,K	J	L	M	N	O	P	Q	R

Tableau 3 : les tâches de chaque niveau de réseau PERT.

4. Les tâches commençantes, convergentes et finissantes

4.1. Les tâches commençantes

Ce sont les tâches sans tâche antérieure, elles partent d'entrée du graphe (sommet 1), dans notre exemple les tâches commençantes sont : **A, B et C**

4.2. Les tâches convergentes

Ce sont les tâches que l'on rencontre toujours ensemble c'est à dire jamais l'une sans l'autre, ces tâches auront le même sommet terminal dans le graphe. Dans notre exemple elles sont : **H et I ; E K et L**

4.3. Les tâches finissantes

Les tâches qui ne sont pas antérieures à d'autres tâches, elles arrivent à la sortie du graphe (sommet terminal). Dans notre exemple c'est la tâche **R**.

5. Modélisation en graphe

A partir des données précédent du projet ; on construit un graphe valué $G = (X, U)$ (un graphe où chaque arc de U est associée une valeur réelle de la durée d'une tâche) défini par :

- A chaque tâche x on associe un sommet $i \in X$ de départ et un sommet $j \in X$ de fin tel que $i < j$.
- On définira un arc (i, j) de longueur $d_{i,j}$ pour chaque tâche x avec $d_{i,j}$ la durée d'exécution de la tâche.

Pour compléter le graphe parfois on utilise des tâches fictives (une tâche fictive est une tâche de durée nulle). En effet la finalisation de la tâche D est nécessaire pour commencer les tâches G et H, donc il est nécessaire d'ajouter une tâche fictive dans l'arc (5,6). On trace les tâches par ordre de niveau croissant, ce graphe sera un graphe valué dont les arcs seront les tâches, les valeurs des arcs représentent les durées des tâches et les sommets représentent les états d'avancement du projet, numérotés de 1 à n.

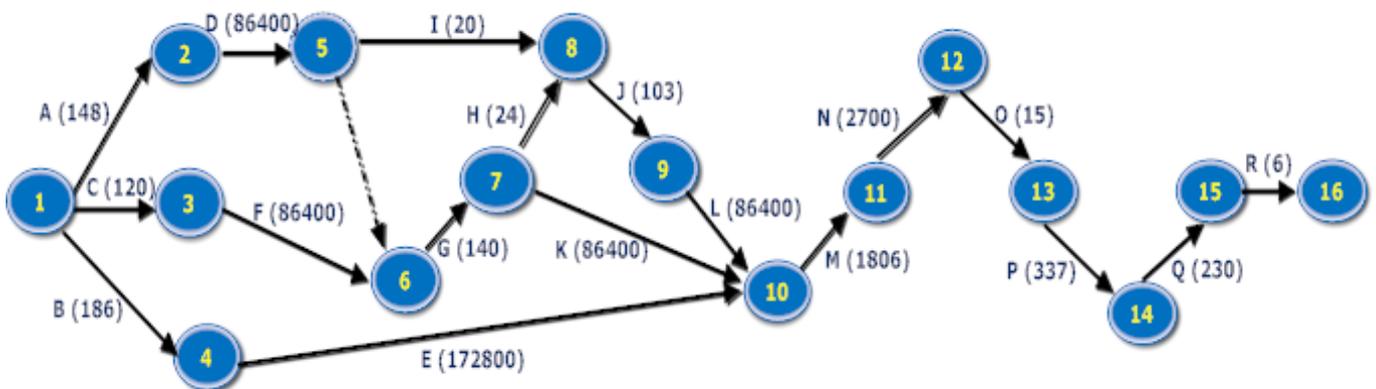


Figure 8 : Graphe $G=(X,U)$ de tableau d'échéancier des antériorité des tâches.

Remarque :

- Le graphe reflète les précédences requises dans l'exécution des différentes tâches du projet. Ce graphe orienté est **sans cycle** (sans circuit) du fait que l'existence d'un circuit impliquerait une contradiction dans les précédences; une tâche devant en même temps précéder et succéder à une autre.

- Pour tous les arcs (i, j) du graphe sans circuit G , on a $i < j$ donc l'ordre des sommets du graphe est dit **ordre topologique**.

6. Les dates, les marges et les tâches et chemins critiques

6.1. Calcul de l'ordonnancement au plus tôt

Pour un sommet j , la date de début au plus tôt représente concrètement le temps minimum nécessaire pour atteindre ce sommet. Elle se déterminera à partir de l'entrée du graphe par ordre de sommet croissant (ordre topologique), à l'aide de l'algorithme de FORD dans le cas d'un graphe sans cycle, qui permet de chercher de la longueur du plus long chemin du sommet 1 à j :

$$t_j = \text{Max} (t_i + d_{i,j}) \text{ tel que } : i \in U_j$$

Tel que :

- t_j = la date au plus tôt de début des tâches qui commence du sommet j .
- d_{ij} = la durée de la tâche ij (i.e. la tâche qui contient entre les sommets i et j).
- t_{Fin} = la durée minimale du projet.

Principe de l'algorithme : Recherche des dates au plus tôt des tâches dans le problème d'ordonnancement représente le graphe G orienté, valué et sans cycle.

De sommet en sommet, on retient l'arc de plus grand valuation. On associe à chaque sommet j une date au plus tôt t_j :

- a) Prendre $t_{\text{début}} = 0$
- b) Parcourir les sommets de G suivant un ordre topologique. Pour chaque sommet j visité faire : $t_j = \text{Max} (t_i + d_{i,j})$ tel que : $i \in U_j$ (les i sont les précédents de j).

t_n on représente alors la valeur maximale du chemin (plus long chemin) du sommet initial 1 jusqu'à le sommet final n .

Fin.

On a 16 sommets dans notre graphe $G=(X, U)$, donc les dates de début au plus tôt des sommets $j=\{1,2,3,\dots,16\}$ devient :

Pour $j = 1$: $t_1 = t_{\text{début}} = 0$

- Les sommets 2, 3, 4, 5, 7 et 9 ont un seul précédent respectivement 1, 1, 1, 2, 6 et 8 donc :

Pour $j = 2$: $t_2 = \text{Max} (t_1 + d_{1,2}) = 148$

Pour $j = 3$: $t_3 = \text{Max} (t_1 + d_{1,3}) = 120$

Pour $j = 4$: $t_4 = \text{Max} (t_1 + d_{1,4}) = 186$

Pour $j = 5$: $t_5 = \text{Max} (t_2 + d_{2,5}) = 148 + 86400 = 86548$

- Le sommet 6 a deux précédents 3 et 5 donc :

Pour $j = 6$: $t_6 = \text{Max} [(t_3 + d_{3,6}), (t_5 + d_{5,6})]$

$$t_6 = \text{Max} [(120 + 86400), (86548 + 0)] = 86548$$

$$\text{Pour } j = 7 : t_7 = \text{Max} (t_6 + d_{6,7}) = 86548 + 140 = 86688$$

- Le sommet 8 a deux précédents 5 et 7 donc :

$$\begin{aligned} \text{Pour } j = 8 : t_8 &= \text{Max} [(t_5 + d_{5,8}), (t_7 + d_{7,8})] \\ &= \text{Max} [(86548 + 20), (86688 + 24)] = 86712 \end{aligned}$$

$$\text{Pour } j = 9 : t_9 = \text{Max} (t_8 + d_{8,9}) = 86712 + 103 = 86815$$

- Le sommet 10 a trois précédents 4, 7 et 9 donc :

$$\begin{aligned} \text{Pour } j = 10 : t_{10} &= \text{Max} [(t_4 + d_{4,10}), (t_7 + d_{7,10}), (t_9 + d_{9,10})] \\ &= \text{Max} [(186 + 172800), (86688 + 86400), (86815 + 86400)] \\ &= 173215 \end{aligned}$$

- Les sommets 11, 12, 13, 14, 15 et 16 ont un seul précédent respectivement 10, 11, 12, 13, 14 et 15 donc :

$$\text{Pour } j = 11 : t_{11} = \text{Max} (t_{10} + d_{10,11}) = 173215 + 1806 = 175021$$

$$\text{Pour } j = 12 : t_{12} = \text{Max} (t_{11} + d_{11,12}) = 175021 + 2700 = 177721$$

$$\text{Pour } j = 13 : t_{13} = \text{Max} (t_{12} + d_{12,13}) = 177721 + 15 = 177736$$

$$\text{Pour } j = 14 : t_{14} = \text{Max} (t_{13} + d_{13,14}) = 177736 + 337 = 178073$$

$$\text{Pour } j = 15 : t_{15} = \text{Max} (t_{14} + d_{14,15}) = 178073 + 230 = 178303$$

$$\text{Pour } j = 16 : t_{16} = \text{Max} (t_{15} + d_{15,16}) = 178303 + 6 = 178309$$

La durée minimale réalisable pour l'ensemble du projet c'est la date au plus tôt du sommet 16 (sortie du graphe).

Donc : $t_{\text{Fin}} = t_{16} = 178309$ second $\approx 49,53$ heure

Le produit doit prendre 49,53 heures comme temps standard pour finalisé toute les tâches.

6.2. Calcul de l'ordonnancement au plus tard

Le calendrier précédent conduit à une durée minimale de 178309 second.

Il s'agit maintenant de déterminer la date à laquelle chacune des tâches doit impérativement avoir commencé si on veut que la durée totale du projet t_{Fin} soit respectée.

Pour un sommet i , la date de début au plus tard représente la date à laquelle cet état doit obligatoirement être atteint, si l'on ne veut pas augmenter la durée totale du projet. Elle se déterminera par ordre de sommet décroissant, depuis la sortie du graphe.

Si on fixe la valeur de t_{Fin} de la longueur de plus long chemin.

Soit :

- T_i = la date au plus tard des tâches qui commencent du sommet j .

- d_{ij} = la durée de la tâche ij (i.e. la tâche qui contient entre les sommets i et j).

Par analogie avec l'algorithme de FORD pour le calcul de la longueur des plus courts chemins, le calcul de la longueur d'un plus long chemin pour le cas d'un graphe valué sans cycle repose sur le résultat :

$\lambda(i) = \text{Max} [l(i, j) + \lambda(j)]$, le max étant pris sur les successeurs de i et $\lambda(j)$ étant égal à la longueur d'un plus long chemin de j à n ,

On a donc:

$$T_i = T_n - \lambda(i) = T_n - \text{Max} [l(i, j) + \lambda(j)] \\ = \min [T_n - l(i, j) - \lambda(j)] \text{ tel que : } i < j.$$

D'où le résultat :

$$T_i = \min [T_j - l(i, j)] \text{ tel que : } i < j.$$

Cette formule permet de calculer directement les dates de début au plus tard de chaque tâche.

On pose: $l(i, j) = d_{i,j}$

Donc on applique un l'algorithme très simple qui permet de déterminer les dates au plus tard du chaque sommet avec la formule précédent :

Algorithme : Si on fixe la date t_{Fin} (la durée de projet), l'ordonnancement au plus tard T_i de chaque tâche i du graphe G sans cycle est donné par l'algorithme suivant :

- Prendre $T_n = t_{\text{Fin}}$
 - Prendre les sommets par rang décroissant et faire $T_i = \min (T_j - d_{i,j})$ tel que: $j \in U^+_i$
- Fin.

On a $i = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$, l'ordonnancement au plus tard pour chaque sommet du graphe G devient :

Pour $j = 16$: $T_{16} = t_{\text{Fin}} = 178309$

Pour $j = 15$: $T_{15} = \min (T_{16} - d_{15,16}) = 178309 - 6 = 178303$

Pour $j = 14$: $T_{14} = \min (T_{15} - d_{14,15}) = 178303 - 230 = 178073$

Pour $j = 13$: $T_{13} = \min (T_{14} - d_{13,14}) = 178073 - 337 = 177736$

Pour $j = 12$: $T_{12} = \min (T_{13} - d_{12,13}) = 177736 - 15 = 177721$

Pour $j = 11$: $T_{11} = \min (T_{12} - d_{11,12}) = 177721 - 2700 = 175021$

Pour $j = 10$: $T_{10} = \min (T_{11} - d_{10,11}) = 175021 - 1806 = 173215$

Pour $j = 9$: $T_9 = \min (T_{10} - d_{9,10}) = 173215 - 86400 = 86815$

Pour $j = 8$: $T_8 = \min (T_9 - d_{8,9}) = 86815 - 103 = 86712$

Pour $j = 7$: $T_7 = \min [(T_{10} - d_{7,10}) , (t_8 - d_{7,8})]$

$$T_7 = \min [(173215 - 86400), (86712 - 24)] = 86688$$

Pour $j = 6$: $T_6 = \min (T_7 - d_{6,7}) = 86688 - 140 = 86548$

Pour $j = 5$: $T_5 = \min [(T_8 - d_{5,8}), (t_6 - d_{5,6})]$
 $= \min [(86712 - 20), (86548 - 0)] = 86548$

Pour $j = 4$: $T_4 = \min (T_{10} - d_{4,10}) = 173215 - 172800 = 415$

Pour $j = 3$: $T_3 = \min (T_6 - d_{3,6}) = 86548 - 86400 = 148$

Pour $j = 2$: $T_2 = \min (T_5 - d_{2,5}) = 86548 - 86400 = 148$

Pour $j = 1$: $T_1 = 0$

Le tableau suivant montre le calendrier d'ordonnancement au plus tôt et au plus tard des tâches :

Tâches	Code Tâches	Durée (Second)	Date de début au plus tôt	Date de début au plus tard
Coupe des fils non finis	A	148	0	148
Coupe des fils finis	B	186	0	415
Coupe des fils twisté	C	120	0	148
Magasin des fils non finis	D	86400	148	86548
Magasin des fils finis	E	172800	186	173215
Magasin des fils twisté	F	86400	120	86548
Twistage	G	140	86548	86688
Lovage	H	24	86688	86712
Manchonnage	I	20	86548	86712
Shunk	J	103	86712	86815
Stock Twistage	K	86400	86688	173215
Stock de Préparation	L	86400	86815	173215
Pré montage	M	1806	173215	175021
Montage	N	2700	175021	177721
Déclaration Initial	O	15	177721	177736
Contrôle Electrique	P	337	177736	178073
Contrôle Final	Q	230	178073	178303
Emballage Final	R	6	178303	178309

Tableau 4 : Calendrier d'ordonnancement au plus tôt et au plus tard des tâches.

6.3. Calcul des marges des tâches

On pose ij la tâche allant du sommet i au sommet j , donc la marge libre et la marge totale d'une tâche ij sont calculer respectivement :

$$ML_{ij} = t_j - t_i - d_{ij}$$

$$MT_{ij} = T_j - t_i - d_{ij}$$

Le tableau suivant donne les marges libres et les marges totales pour toutes les tâches de production :

Tâche	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
ML	0	0	0	0	229	28	0	0	144	0	127	0	0	0	0	0	0	0
MT	0	229	28	0	229	28	0	0	144	0	127	0	0	0	0	0	0	0

Tableau 5 : les marges libres et les marges totales des tâches du réseau.

6.4. Détermination des tâches critiques et chemins critiques

Les tâches critiques sont donc les tâches de marge totale nulle, pour notre problème d'ordonnancement les tâches critiques sont : **A, D, G, H, J, L, M, N, O, P, Q et R.**

Le plus long chemin du sommet 1 au sommet n c'est le chemin critique qui englobe les tâches critiques, pour le graphe valué sans cycle $G=(X,U)$, le chemin critique est le chemin qui passe respectivement par les sommets : **1-2-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16.**

Le tableau au-dessous donne les tâches critiques et leurs arcs qui présentent le chemin critique (les lignes colorées en rouge), ainsi que les tâches qui peuvent prendre un retard limité (les lignes colorées en bleu).

Tâches	Code Tâches	Durée (en second)	Arc	Marge totale
Coupe des fils non finis	A	148	(1,2)	0
Coupe des fils finis	B	186	(1,4)	229
Coupe des fils twisté	C	120	(1,3)	28
Magasin des fils non finis	D	86400	(2,5)	0
Magasin des fils finis	E	172800	(4,10)	229
Magasin des fils twisté	F	86400	(3,6)	28
Twistage	G	140	(6,7)	0
Lovage	H	24	(7,8)	0
Manchonnage	I	20	(5,8)	144
Shunk	J	103	(8,9)	0
Stock Twistage	K	86400	(7,10)	127
Stock de Préparation	L	86400	(9,10)	0
Pré montage	M	1806	(10,11)	0
Montage	N	2700	(11,12)	0
Déclaration Initial	O	15	(12,13)	0
Contrôle Electrique	P	337	(13,14)	0
Contrôle Final	Q	230	(14,15)	0
Emballage Final	R	6	(15,16)	0

Tableau 6 : Les tâches critiques du réseau avec ses arcs du chemin critique.

II. Construction d'un réseau PERT

1. Les étapes de construction du réseau

L'organigramme suivant présente les différentes étapes de construction du réseau PERT :

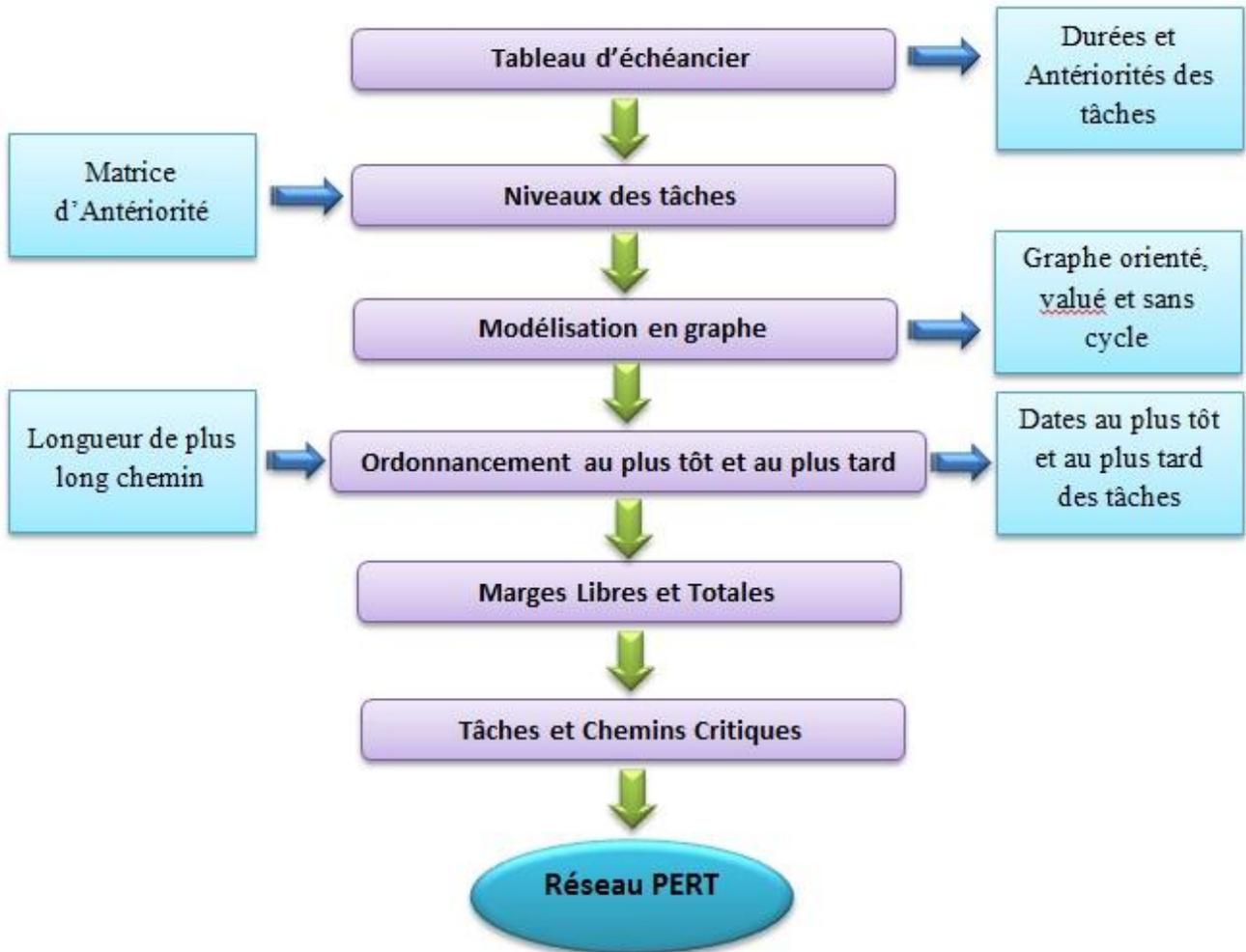


Figure 9 : Organigramme des différentes étapes de construction du réseau PERT

2. Réseau PERT

Le tracé du réseau PERT se fera donc en introduisant les tâches par ordre de niveau croissant et en respectant les contraintes d'antériorités, à l'aide de la figure 8 qui présente le graphe orienté, valué et sans cycle $G=(X,U)$, et les étapes d'ordonnancement et planification des tâches de production on construit le réseau PERT suivant :

- Les arcs en gras expriment le chemin critique.
- Les tâches en rouge sont des tâches critiques.
- Les rectangles en jaune et en bleu expriment respectivement les dates au plus tôt et les dates au plus tard des tâches de production.
- Les carrés en orange expriment les niveaux de départ des tâches.

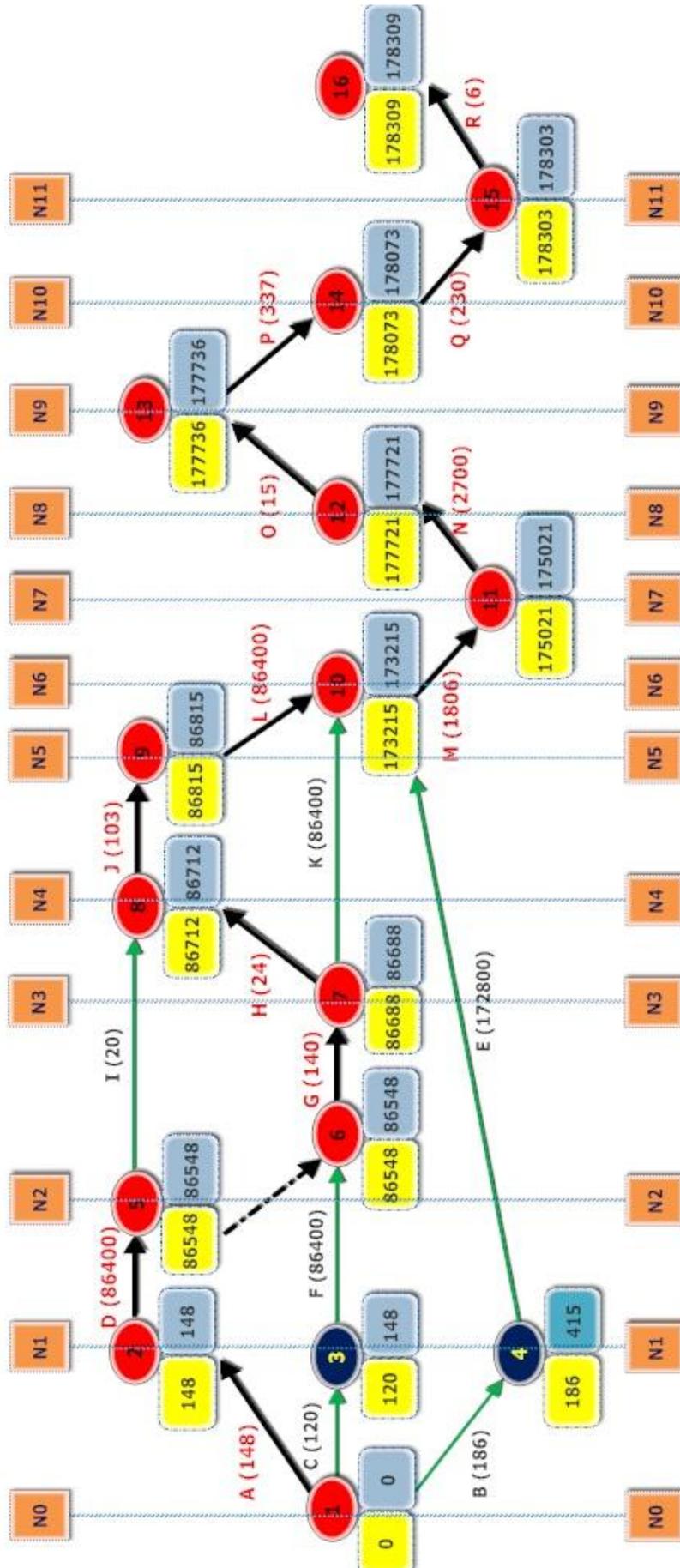


Figure 10 : Le réseau PERT de problème d'ordonnancement et de planification des tâches.

Remarques

- ✚ Les tâches « **D : Magasin des fils non finis ; E : Magasin des fils finis ; F : Magasin des fils twisté ; K : Stock Twistage ; L : Stock de Préparation** » sont des tâches de stock qui ne sont pas nécessaires à réaliser, donc on peut garder leur temps pour la réalisation d'autres tâches.
- ✚ Les tâches « **A : Coupe des fils non finis ; G : Twistage ; H : Lovage ; J : Shunk** » sont des tâches critiques qui ne doivent pas prendre de retard, donc dans la zone de coupe il faut donner la priorité des tâches selon l'ordre suivant : **A, G, H et J**
- ✚ Pour commencer la tâche « **G : Twistage** » il faut finaliser la tâche « **C : Coupe des fils twisté** »
- ✚ La tâche « **B : Coupe des fils finis** » est prioritaire à la tâche « **M : Pré montage** », cette dernière ne doit pas commencer avant que toutes les tâches qui précèdent le niveau 6 soient réalisées.
- ✚ Les tâches « **M : Pré montage ; N : Montage ; O : Déclaration Initial ; P : Contrôle Electrique ; Q : Contrôle Final ; R : Emballage Final** » sont dans un ordre linéaire, la priorité va être donnée dans le même ordre.

Conclusion

Les différentes étapes de détermination d'un planning optimal à l'aide du réseau PERT ont été présentées, ces étapes sont : la construction de l'organigramme et l'échéancier des différentes tâches de production avec leurs antériorités et leurs durées, les niveaux des tâches, la modélisation en graphe valué, l'ordonnancement (au plus tôt et au plus tard) grâce à la résolution des problèmes de plus longs chemins dans ce graphe ainsi que la détermination des marges pour chaque tâche du projet.

Ce planning pourra servir dans la gestion et le suivi de la réalisation des tâches de toute la ligne de production.

Conclusion générale

Ce projet de fin d'études a porté sur l'ordonnancement et planification des tâches d'un projet industriel dans la société SEWS CABIND Maroc à BERRECHID. Il vise à répondre à un problème de décalage observé entre le temps standard programmé et le temps réel de production des faisceaux électriques. Ce décalage est dû à une mauvaise organisation des tâches et des étapes de production. De plus, il peut conduire à un arrêt partiel des lignes de production et donc à un inévitable retard dans la réalisation du projet.

Nous avons vu les différents modèles d'ordonnancement et de planification des tâches, notamment les plus utilisés dans le cadre industriel, à savoir le réseau PERT et le diagramme de GANTT. Nous avons exposé la théorie qui permet d'établir le réseau PERT, particulièrement la modélisation des tâches d'un projet par un graphe valué et la détermination de l'ordonnancement (au plus tôt et au plus tard) à l'aide d'un algorithme de plus long chemin.

Un planning pour un projet concret de fabrication des faisceaux électriques a été établi suivant le modèle PERT. Nous avons donné le détail des étapes suivies dans l'établissement de ce planning ; à savoir : la représentation des tâches dans un organigramme de production, la détermination d'un échancier des tâches, la modélisation par un graphe, la détermination des ordonnancements ainsi que l'établissement finale du réseau PERT contenant toutes les informations nécessaires à un pilotage rationnel du projet.

Ce stage s'est déroulé dans un environnement industriel, il m'a permis de mettre en œuvre et d'appliquer mes connaissances académiques en modélisation mathématique, acquises notamment à la FST de Fès, sur un problème industriel concret. J'ai pu concevoir également une idée claire sur l'essentiel rôle que les avancées scientifiques ont dans le progrès technologique.

Bibliographie et Webographie

□ Bibliographie :

« Recherche Opérationnelle De Pr. Mohamed ETTAOUIL (FST de Fès) 2014/2015,
Chapitre 2 : Chemins optimaux dans les graphes - Page 27 »

« Techniques Opérationnelles d'Ordonnancement De Edmond Maurel, Daniel Roux et
Daniel Dupont mars 1977 - 342 pages Edition. EYROLLES »

« Méthodes d'Optimisation De Joseph Liouville Septembre 2011 – Page 25 jusqu'à 57.
Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquée Université du Littoral »

« Groupe Gotha - Modèles et algorithmes de recherche opérationnelle - Ellipses 2004 »

□ Webographie :

✓ <http://www.sews-cabind.it/it>

✓ <http://www.gantt.com/fr/>

✓ <http://ressources.auneg.fr/nuxeo/site/esupversions/2b1c56b6-109d-488a-94a3-3ea525f8beef/ModAidDec/cours/15/15.pdf>

✓ <http://www.logistiqueconseil.org/Articles/Logistique/Methode-potentiel-metra.htm>

✓ <https://aurga.wordpress.com/2013/04/08/la-methode-du-chemin-critique-critical-path-method-en-anglais-ou-cpm/>