



Licence Sciences et Techniques

## CALCUL SCIENTIFIQUE ET APPLICATIONS

### MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Licence Sciences et Techniques

# Gestion d'emploi du temps du lycée Moulay Rachid

Présenté par :

◆ **MOUATASSIM Khadija**

Encadré par :

◆ **Pr. EL HILALI ALAOUI Ahmed(FST)**

**Soutenu Le 20 Juin 2015 devant le jury composé de:**

- **Pr. EL HILALI ALAOUI Ahmed**
- **Pr. EZZAKI Fatima**
- **Pr. HILALI Abdelmajid**
- **Pr. KADRI Hamid**

**Stage effectué à FST FES**

**FST de Fès, Département mathématique**

**Année Universitaire 2014 / 2015**

# Dédicaces

*Je dédie ce travail Comme preuve de respect, de gratitude, et de reconnaissance à :*

- *Mes chers parents qui ont sacrifié tout ce qu'ils ont de cher pour moi, et ma formation.*
- *Mes sœurs et mes frères pour leurs encouragements.*
- *Tous mes amis pour leurs soutiens.*
- *Tous mes collègues de formation en CSA pour leurs collaborations.*
- *Mes formateurs et professeurs durant ma formation pour leurs efforts.*
- *Tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de notre travail.*
- *Tous ceux qui auront l'occasion de lire ce rapport.*

*Merci infiniment*



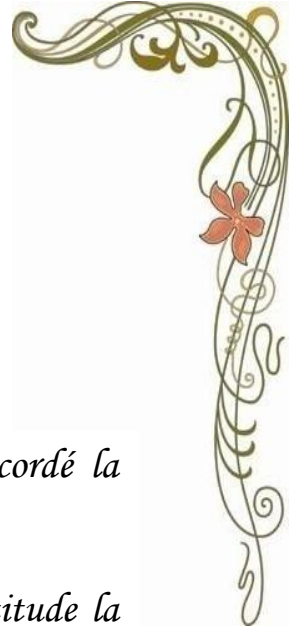
# Remerciements

*Louange à DIEU TOUT PUISSANT de m'avoir accordé la force d'accomplir cet humble travail.*

*Je tiens à remercier vivement et à exprimer ma gratitude la plus s'insère au Professeur Ahmed EL HILALI ALAOUI pour m'avoir permis d'effectuer ce projet au sein du département de mathématique, pour son encadrement, ses conseils prodigués, son soutien et sa disponibilité, tout au long du déroulement de mon projet.*

*Je remercie également les professeurs EZZAKI Fatima, HILALI Abdelmajid et KADRI Hamid, pour avoir accepté de faire partie du jury de mon mémoire.*

*Finalement et à cette occasion mes remerciements vont à ceux qui m'ont tendu la main pour réussir mon projet de fin d'étude, avoir de l'expérience et enrichir mon rapport, a ceux qui n'ont jamais été avares ni de leurs temps ni de leurs connaissances pour satisfaire mes interrogations.*



# Sommaire

<b>Introduction Générale.....</b>	<b>1.</b>
<b>Chapitre 1 : Généralité sur la planification d’horaires.....</b>	<b>2.</b>
Introduction.....	5
1. La problématique de la planification d’horaires de travail .....	5
1.1. Qu’est-ce que la planification ?.....	5
1.2. Qu’est-ce qu’un planning ?.....	6
1.3. A Quoi sert un planning ? .....	7
1.4. Comment est évalué un planning ?.....	7
1.5. Qui peut se charger de l’élaboration d’un planning ?.....	8
2. Différents types de plannings.....	8
2.1. Types de plannings dans le domaine de la santé .....	8
2.1.1. Méthode heuristique de type recherche Tabou .....	9
2.1.2. Programmation par contraintes.....	9
2.2. Types de plannings dans le domaine de transport.....	10
2.2.1. La programmation par contraintes .....	11
2.2.2. Les algorithmes génétiques.....	11
2.2.3. Les réseaux de neurones .....	11
2.3. Types de plannings dans le domaine de la pédagogie .....	12
<b>Chapitre 2 : L’emploi du temps dans les établissements éducatifs.....</b>	<b>13</b>
Introduction.....	14
1. L’historique.....	14
2. Définition d’un problème d’emploi du temps.....	16
3. Champs lexical utilisé .....	16
3. Les contraintes .....	18
4.1. Les contraintes dures .....	18

4.2. Les contraintes de préférence.....	19
<b>Chapitre 3 : Formulation du problème d'emploi du temps du lycée Moulay Rachid .....</b>	<b>20</b>
Introduction.....	21
1. Présentation du lycée Moulay Rachid.....	21
1.1. Généralité.....	21
1.2. Les données du lycée.....	22
2. Position du problème .....	25
2.1. Qui ce que c'est une heure creuse? .....	25
2.2. Qu'elles sont ses inconvénients ?.....	26
3. La vérification de la suffisance d'enseignants et des salles .....	27
3.1. La vérification de nombre d'heures de travail pour chaque enseignant .....	27
3.2. La vérification des salles.....	29
4. Modélisation.....	30
4.1. Les données.....	30
4.2. Les variables .....	31
4.3. Les contraintes .....	31
4.4. La fonction objectif.....	37
4.5. Le Modèle Mathématique.....	39
<b>Conclusion et Perspectives .....</b>	<b>40</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>41</b>

# Introduction Générale

Dans de nombreux domaines de la vie professionnelle, on se trouve confronter au problème de la planification d'horaire de travail. Dans les usines, des pièces doivent être cheminées à travers plusieurs machines, la gestion de ce trafic doit répondre à certaines espérances, tel que la maximisation de la production ou l'exploitation maximale des machines. Dans les hôpitaux, un certain nombre de personnels constitués d'infirmiers et de médecins doivent être attribués aux postes de travail de manière à obéir à certaines règles de gestion des hôpitaux. Donc cela nécessite souvent une élaboration périodique et stratégique de planning de travail de personnel et les raisons de cette élaboration sont multiples. Elles vont de l'amélioration de la qualité de service aux clients, à l'assurance d'une bonne qualité de vie aux employés.

Fortement combinatoire, les problèmes de gestion des emplois du temps, pour les résoudre, revient à résoudre un puzzle complexe, chaque organisation (compagnies aériennes, entreprises de production, hôpitaux, lycées, universités,...) possède ses propres normes et critères.

Parmi la vaste famille des problèmes de planification d'horaire, on trouve celui de la confection d'emploi du temps dans les établissements éducatifs. Ce problème est très important. En effet un mauvais emploi du temps influe directement et négativement sur le niveau de l'acquisition des élèves (étudiants).

D'une manière générale, le problème de l'emploi du temps consiste à définir un certain nombre d'affectations qui permettent d'assigner plusieurs ressources (humaines, matérielles,...) sur une période de temps, tout en respectant les contraintes imposées par les entités citées (disponibilité des ressources humaines, matérielles,...).

L'objectif de ce travail est de trouver un emploi du temps de lycée Moulay Rachid de Fés qui minimise le nombre d'heures creuses tout en respectant toutes les contraintes. Ce mémoire est scindé en trois chapitres.

Dans le premier chapitre, nous introduisons les notions liées aux problèmes de planification d'horaires de travail et les différents types de plannings dans différents domaines. Dans le deuxième chapitre, nous nous intéressons au problème de la confection d'emploi du temps dans les établissements éducatifs, et plus précisément l'emploi du temps des cours pour les élèves. Et dans le troisième chapitre nous traitons le problème d'emploi du temps du lycée Moulay Rachid afin de le modéliser Mathématiquement.

**Chapitre**  
**Généralité sur la planification  
d'horaires**

**1**

## Introduction

Ce chapitre met en scène la problématique de la planification des horaires dans un contexte général et sa complexité au quotidien dans les entreprises. En effet, la question de l'aménagement du temps de travail et de ses enjeux préoccupe toute société ou établissement actif ce qui a incité les chercheurs à proposer des méthodes et des techniques pour aider à gérer au mieux les horaires de travail. Pour cela nous définissons les différents types de plannings dans différents domaines de travail.

### **1. La problématique de la planification d'horaires de travail**

Les problèmes de planification d'horaires de travail se retrouvent autant dans les entreprises d'industrie que dans les services publics tels que : la santé, l'éducation, etc.

**La planification d'horaires** de travail est un processus très complexe, qui vise à organiser des activités humaines (principalement de travail) dans le temps et à optimiser l'utilisation des ressources, de façon à couvrir un besoin exprimé par une charge de travail prévisionnelle sous diverses contraintes. Elle aboutit à des programmes définissant les horaires de travail et de repos.

Pour mieux cerner ce qui est la planification et la complexité à sa réalisation, on s'intéresse à un ensemble de questions :

#### **1.1. Qu'est-ce que la planification ?**

La planification vise à affecter les ressources humaines pour chaque intervalle de temps sur un horizon donné, de telle manière que les besoins par intervalle soient couverts et que les différentes contraintes soient satisfaites.

Dont l'objectif est d'aboutir à des programmes permettant d'organiser et planifier le travail des salariés. Ceci passe par la détermination des capacités de tout un chacun et par le recensement des activités futures et des besoins en personnel.



## 1.2. Qu'est-ce qu'un planning ?

Les plannings : sont des calendriers de travail, où figure à la fois le temps, l'affectation du personnel, les jours et les horaires de travail, et les congés et repos, ils peuvent être utilisés pour planifier les horaires de présences du personnel ou les tâches effectuées par le personnel :

- **Planning des horaires de présence:** ce type de planning est utilisé pour prévoir les horaires de présence du personnel sans préciser les tâches journalières à effectuer soit pour des raisons de sécurité, soit pour une meilleure souplesse.
- **Planning des tâches:** ce type de planning est utilisé dans les entreprises à haute technicité, comportant plusieurs métiers et compétences distincts, où il est souhaitable d'affecter le personnel en fonction des tâches. Ce qui exige une décomposition fine des opérations et le repérage des tâches que chaque personne est capable d'accomplir.

Les plannings peuvent être journaliers (spécifiant les pauses et périodes de travail de la journée de chaque employé), hebdomadaires (utilisés pour une paie hebdomadaire), mensuels (utilisés pour le calcul des coûts pour les besoins de la paie mensuelle) ou annuels (permettant de gérer les congés annuels des employés).

Selon leur spécificité et les branches d'activités concernées, les plannings portent différents noms :

- Un planning spécifiant les programmes de travail de chaque employé nominativement sur un horizon (un intervalle de temps où un planning est élaboré) d'un mois est appelé **tableau de service**.
- Lorsque le planning représente les programmes de travail et de repos non nominatifs sur un nombre entier de semaines, on parle de **grille de travail**.

Certains plannings sont cycliques, s'ils reflètent une certaine périodicité des horaires individuels c'est-à-dire si au bout d'une durée D (mesurée généralement en semaine), le salarié retrouve son planning de départ, autrement, ils sont dits acycliques c'est-à-dire ils sont différents chaque semaine.

### 1.3. A Quoi sert un planning ?

Depuis le début des années 80, la gestion des ressources humaines a été connue comme une activité stratégique pour l'entreprise, avec cette reconnaissance, l'intérêt d'élaborer des plannings s'est vu accroître de plus en plus, car ils permettent :

- Aux entreprises exerçant une activité continue ou quasi continue de répartir convenablement leur personnel (compagnies aériennes, entreprises de transport, hôpitaux...).
- Aux entreprises cherchant à se rendre plus accessibles à la clientèle d'étaler les horaires d'ouverture (grands magasins, banques...).
- À toutes les entreprises de surmonter leur exigence de productivité et de mieux gérer les présences et les absences de leur personnel.

### 1.4. Comment est évalué un planning ?

Pour que les plannings élaborés soient satisfaisants, ils doivent vérifier un ensemble de contraintes et établir une meilleure convention entre les différents acteurs (Exemple : le chef d'entreprise, le planificateur, le commercial, le syndicaliste et le salarié).

Lorsque les différentes solutions alternatives sont connues, une négociation se déroule de la manière suivante : chaque acteur donne son opinion, les points d'accord sont très vite expédiés et les points litigieux sont débattus, et des solutions de compromis sont dégagées.

Les difficultés de négociation augmentent avec le nombre d'acteurs et le nombre de solutions alternatives. L'aspect combinatoire (pour l'élaboration des plannings) rend d'autant plus difficile la négociation, car les opinions sont plus difficiles à formuler.

## 1.5. Qui peut se charger de l'élaboration d'un planning ?

Dans la plupart des entreprises, cette tâche peut être centralisée ou déléguée à des cadres de l'entreprise appelés planificateurs (dans les établissements scolaires, c'est le surveillant d'école qui joue le rôle de planificateur).

**Un planificateur** doit prendre la décision qui correspond le mieux aux préférences des différents acteurs, justifier son choix, car son expérience de la tâche fait de lui un interlocuteur privilégié pour évaluer rapidement et effectuer des jugements de l'orientation à donner à la recherche de solutions de meilleure qualité afin d'aboutir à un choix convenable.

## 2. Différents types de plannings

Dans la construction de plannings d'horaires de travail, créer un planning optimisé d'une journée est aisé, mais créer un bon planning pour un mois ou une année est beaucoup plus complexe, en plus de la complexité combinatoire du problème, il faut tenir compte de la diversité des contraintes applicables et qui sont souvent contradictoires.

Dans ce qui suit, nous définirons les différents types de plannings

### 2.1. Types de plannings dans le domaine de la santé

Les plannings dans le domaine de la santé sont des calendriers de travail où figurent à la fois le temps, et l'affectation des personnels (jours et horaires de travail, congés et repos), ils sont établis au niveau de chaque équipe, ils sont à la fois une tâche, un document d'organisation du travail, et un élément contribuant à la gestion administrative du personnel.

Cette tâche est parmi les plus difficiles, parce qu'elle repose sur la recherche des solutions combinatoires, répond à des contraintes multiples, et impose toujours une négociation avec les acteurs (médecins, infirmiers) de l'équipe et la direction du service de soins et l'administration.

Les documents établis sont des calendriers sur lesquels on inscrit les affectations des médecins et des infirmiers, ils sont généralement des tableaux à double entrée avec en ligne le personnel et en colonne le temps.

L'objectif de la confection d'horaires en ce milieu est donc une combinaison variable de considérations en terme :

- Les Coûts
- La qualité des soins
- La satisfaction du personnel.

Plusieurs méthodes ont été utilisées dans la littérature spécialisée pour gérer ce type de plannings telles que la programmation par contraintes, la recherche locale (recuit simulé, tabou), les algorithmes évolutionnaires et d'autres méthodes. Parmi les techniques qui ont rencontré un certain succès, on peut citer :

### ***2.1.1. Méthode heuristique de type recherche Tabou***

Cette méthode a pour objectif de développer diverses heuristiques de type recherche tabou pour la confection d'horaires d'infirmières avec des mouvements et des voisinages différents, c'est à dire développer une classe d'heuristiques qui peut s'adapter facilement aux caractéristiques des unités de soins pour lesquels des horaires sont développés. Dans cette optique, l'idée est de regarder des mouvements très locaux du type échange de quarts de travail jusqu'à des mouvements du type changement de l'horaire d'une infirmière pour les grosses unités de soins. Dans une première étape, les différentes heuristiques seront développées de façon indépendante, mais avec le souci de pouvoir les intégrer dans une même heuristique avec des stratégies variables dans une seconde étape. Comme, la recherche tabou est une technique d'optimisation sans contraintes, les transitions d'un état à un autre peuvent engendrer des violations de contraintes, sauf si elles ont été conçues spécifiquement.

### ***2.1.2. Programmation par contraintes***

Cette méthode qui tire profit de nombreuses autres disciplines : mathématiques discrètes, analyse numérique, intelligence artificielle, recherche opérationnelle et calcul formel a prouvé son intérêt et son efficacité dans le domaine de la santé pour la confection d'horaires d'infirmières permettant de modéliser rapidement des

contraintes complexes et produisant rapidement de bonnes solutions pour les problèmes peu contraints.

## 2.2. Types de plannings dans le domaine de transport

Le transport est une activité complexe qui fait intervenir des investissements lourds, du personnel qualifié et une informatique très coûteuse.

En effet, dans le transport routier, il est toujours nécessaire de gérer aux mieux les ressources existantes en optimisant les investissements, comme les clients exigent toujours plus de flexibilité, il faut offrir des services sur mesure, replanifier en permanence et en temps réel et gérer le personnel qualifié qui est une opération très complexe, car il faut tenir compte de plusieurs contraintes (contrats, temps de travail, manque du personnel qualifié...).

- **Dans le transport maritime**, la gestion des escales et la gestion du personnel docker est aussi une activité complexe qui nécessite un effort considérable de la part des planificateurs, Les navires doivent rester à quai un temps minimum et les équipes docker doivent être disponibles, Cette activité représente un enjeu économique majeur.

Donc, la qualité de la planification des travaux influe directement sur la rentabilité de l'activité de l'entreprise d'où la nécessité de la gestion des escales (planifier le placement des navires sur les quais, planifier la disponibilité des ressources matérielles nécessaires, positionner des équipes sur des navires) afin d'optimiser les coûts liés aux chargements et déchargements des navires et la gestion du personnel docker (les besoins en équipe et en qualification pour chaque tâche issue de la gestion des escales et les contraintes liées à la gestion du personnel) afin d'optimiser l'affectation des ressources tout en tenant compte des contraintes liées à l'organisation du travail.

- **Dans le transport aérien**, la gestion des flux de trafic aérien correspond aussi à des problèmes d'optimisation combinatoire dont la résolution est très complexe.

En effet, le contrôle de la circulation aérienne organise les flux aériens afin d'assurer la sécurité des vols(en terme de risque de collision), d'améliorer la capacité du réseau de routes sur lequel les avions se déplacent et de construire des programmes de vols optimisé.

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature spécialisée pour confectionner des plannings dans le domaine de transport. Parmi ces techniques :

### ***2.2.1. La programmation par contraintes***

Un outil de planification a été développé pour le secteur des transports routiers il s'adresse à toutes les exploitations (de plus de 100 chauffeurs) qui ont pour objectif de mieux gérer l'organisation des tournées et d'optimiser l'affectation des chauffeurs. Cet outil s'appuie notamment sur l'utilisation de la programmation par contraintes appliquée aux problématiques rencontrées dans le secteur des transports.

Il propose automatiquement à l'utilisateur des solutions d'affectation en respectant à la fois la réglementation en vigueur et l'organisation du travail de l'entreprise (contraintes rigides ou souples) pour guider le calcul dans la recherche de la solution.

### ***2.2.2. Les algorithmes génétiques***

Cette méthode consiste en la sectorisation de l'espace aérien. Ainsi la structure du réseau aérien a été synthétisé à l'aide d'un réseau de transport contenant essentiellement un ensemble de nœuds (aéroports ou balises), un ensemble d'arcs(routes aériennes) et un ensemble de paires origine-destination décrivant les demandes de flux entre les villes. La division de l'espace aérien en secteurs est faite en utilisant les algorithmes génétiques.

### ***2.2.3. Les réseaux de neurones***

La prédiction de trajectoires d'avions est un problème crucial pour les systèmes de gestion du trafic aérien. La méthode proposée dans le cadre de ce projet est basée sur l'utilisation de réseaux de neurones auxquels ont fait apprendre un ensemble de trajectoires avant de les utiliser pour en prédire de nouvelles. En effet, en utilisant les premières positions connues de l'avion, son type et le niveau de vol qu'il désire atteindre, on prédit le reste du mouvement de montée. Pour y parvenir il faudra au préalable réaliser l'apprentissage du réseau de neurones sur un ensemble de trajectoires complètement connues constituant la base d'apprentissage. Ensuite, on compte sur la capacité des réseaux de neurones à s'adapter à des cas non appris pour pouvoir prédire d'autres trajectoires.

## 2.3. Types de plannings dans le domaine de la pédagogie

La confection d'horaires (ou confection d'emploi du temps) dans les établissements scolaires est un travail très important, difficile à réaliser, c'est typiquement un problème de résolution de contraintes, NP-difficile, dont la solution n'est pas, a priori connue dans le cas général.

Pour fournir une solution, nécessite d'être capable de s'adapter aux changements dynamiques de l'environnement en tenant compte de la diversité des contraintes telles que :

- L'interdépendance des programmes
- L'interdépendance d'enseignement
- La multitude des matières étudiées et les contraintes sur ces matières
- La durée des cours
- Les contraintes de disponibilité des enseignants
- La disponibilité limitée des salles.

C'est un problème qui peut être défini comme un problème qui fait assigner quelques événements dans un nombre limité de périodes, il peut être divisé en deux catégories principales :

- ✓ **la confection d'horaires des cours.**
- ✓ **la confection d'horaires des examens.**

Ces problèmes sont soumis à beaucoup de contraintes qui sont d'habitude divisées en deux catégories :

- ✓ **les contraintes dures**
- ✓ **les contraintes souples**

Parmi tous les types de plannings cités, c'est sur les plannings pédagogiques que nous allons porter notre intérêt, et plus particulièrement sur les plannings où l'emploi du temps des cours de lycée.

Chapitre

2

L'emploi du temps dans les établissements  
éducatifs



## Introduction

L'objectif de ce chapitre est de traiter la planification des horaires dans les établissements éducatifs, et plus particulièrement l'emploi du temps des cours de lycée, voir l'historique des différentes recherches étudiées dans la littérature, et définir le problème d'emploi du temps des cours.

### 1. L'historique

Parmi la vaste famille des problèmes de planification d'horaire, on trouve celui de la confection d'emploi du temps dans **les établissements éducatifs**, qui consomment de nombreuses ressources humaines et donc financières. Ce problème est très important. En effet un mauvais **Emploi du temps** influe directement et négativement sur le niveau de l'acquisition des élèves.

La confection de plannings d'horaires est donc une tâche très difficile et sa solution manuelle peut exiger beaucoup d'effort ce qui a attiré énormément l'attention de la communauté scientifique, comme notre travail se rapporte au problème de résolution d'emploi du temps des cours de lycée, au début on va essayer de voir **l'historique** des différentes recherches étudiées dans la littérature :

Une large variété d'approches et modèles ont été proposés pour traiter une variété des problèmes d'emploi du temps, les problèmes s'étendent de la construction des emplois du temps semestriels ou annuels dans les universités, lycées ou collèges, et l'emploi du temps d'examens à la fin de ces périodes.

Les premières activités d'emploi du temps ont été effectuées manuellement et un emploi du temps typique, une fois construit est resté statique avec seulement quelques changements nécessaires.

Cependant, la nature des enseignements a changé considérablement au cours des années et ainsi les exigences en matière de confection d'emploi du temps sont devenues beaucoup plus compliquées qu'ils ont eu l'habitude de l'être, par conséquent, le besoin de la génération automatisée d'emploi du temps augmente et ainsi le développement d'un système de génération d'emploi du temps qui produit des solutions valables est essentiel, en conséquence, pendant les quarante dernières années, beaucoup d'approches liées à l'automatisation des emplois du temps ont été publiées aux conférences et journaux.

De plus, plusieurs applications ont été développées et mises en œuvre avec divers succès, les premières techniques employées dans la résolution du problème d'emploi du temps ont été basées sur la simulation de l'approche humaine dans la résolution du problème, ces techniques ont été appelées «**les heuristiques directes**», elles sont basées sur l'idée de créer un emploi du temps partiel en planifiant d'abord le cours le plus contraint, ensuite, cette solution partielle est étendue jusqu'à ce que tous les cours seront planifiés.

L'étape suivante a été l'application des techniques générales telles que la programmation linéaire et la coloration de graphes pour résoudre ce problème d'emploi du temps. L'intérêt de génération d'emploi du temps a augmenté dramatiquement dans les années soixante principalement en raison de la disponibilité d'ordinateurs pour exécuter les algorithmes développés, autour de la fin des années soixante quelques tentatives qui ont traité le problème en considérant des études de cas commençaient à être publiés.

En 1994, Corne, a fait une enquête sur l'application des algorithmes génétiques au problème d'emploi du temps et a discuté les futures perspectives de telles approches en comparant les résultats obtenus avec ceux obtenus avec d'autres approches.

En 1999, Tsang, Mills, Williams, Ford et Borret, ont discuté de l'importance de la technique de satisfaction de contraintes pour la résolution du problème de confection d'horaires et ont fourni une introduction dans ce domaine, dans la même année, Schaerf, a fourni une enquête sur les différentes techniques employées pour la génération des emplois du temps. Les techniques de satisfaction de contraintes ont été soulignées comme un complément important aux outils qui sont employés dans la résolution du problème d'emploi du temps.

Dans les dernières décennies, les sujets de résolution du problème d'emploi du temps ont été principalement limités à la Recherche opérationnelle (les techniques employées étaient naturellement mathématiques), dans la décennie actuelle, la contribution de l'intelligence artificielle a fourni au problème de résolution de l'emploi du temps une heuristique moderne telle que les algorithmes génétiques, le recuit simulé et la recherche tabou.

## 2. Définition d'un problème d'emploi du temps

D'une manière générale, le problème de l'emploi du temps éducatif s'avère être NP-difficile et la taille de leurs instances se caractérise souvent par leur très grande taille, et il est classé en deux :

- ✓ L'emploi de temps des cours.
- ✓ L'emploi de temps des examens.

Il y a naturellement des différences significatives entre les deux. Par exemple, un certain nombre d'examens peuvent être programmés dans une salle, ainsi, un examen peut être passé dans plusieurs salles. Cependant, un seul cours habituellement doit être programmé dans exactement une seule salle.

Donc résoudre un problème de l'emploi du temps des cours revient à affecter à chacun de ces enseignements un nombre de périodes consécutives égal à la durée qu'il exige, un local dont le type et la capacité sont convenables, et un enseignant apte à assurer la matière concerné par l'enseignement de façon à prévenir les conflits sur les enseignants, sur les étudiants et sur les locaux.

Les contraintes considérées peuvent différer d'un problème à un autre suivant la spécificité ainsi que les caractéristiques attendues de l'emploi du temps recherché.

## 3. Champs lexical utilisé

À la suite de ce mémoire, nous allons utiliser plusieurs vocabulaires connus au domaine pédagogique, essayons tout d'abord de les définir.

### ❖ Les entités temporelles

- ✓ Une *date* : désigne un instant défini par un triplet (Jour, Mois, Année), à partir de ce triplet, on détermine la valeur qui lui est associée sur l'axe des jours.
- ✓ Une *durée* : est un nombre compris entre  $D_{Min}$  et  $D_{max}$ , tel que  $D_{Min}$  représente la plus petite unité temporelle disponible, et  $D_{max}$  représente la plus grande unité temporelle disponible.

- ✓ Un *créneau* : horaire désigne un intervalle temporel dans une journée. Ainsi, un créneau est caractérisé par un couple  $(H, D)$  où :
  - $H$  représente l'heure de début du créneau
  - $D$  sa durée.
  
- ✓ Un *calendrier* : est un ensemble de dates auxquelles on associe un état ou une valeur parmi
  - Disponible
  - non disponible.

## ❖ Les séances et les réservations

- ✓ Une séance : correspond à une instance temporelle d'un enseignement à une date donnée, pendant un créneau précis, les caractéristiques d'une séance sont :
  - Son Enseignement
  - Sa Date
  - Son Créneau
  - Ses Matériels
  - Sa Salle.
  
- ✓ Une réservation : correspond à une option posée sur l'occupation de cette ressource, les ressources considérées sont les entités physiques nécessaires à l'élaboration des emplois du temps, il s'agit des :
  - Salles
  - Enseignants
  - Groupe
  - élèves
  - Matériels.

### 3. Les contraintes

D'une manière générale l'affectation des matières, enseignants, locaux à des périodes est soumise à des **contraintes** qui diffèrent selon leurs priorités, une contrainte ne revêt pas nécessairement un aspect **absolu** soit elle est vérifiée ou violée), mais peut être formulée sous forme d'un objectif qui doit être approché autant que possible, selon ce critère, les contraintes peuvent être réparties en deux grandes classes :

- ✓ Les contraintes dures (absolues).
- ✓ Les contraintes de préférences (souples).

#### 4.1. Les contraintes dures

Ce type de contraintes doit être obligatoirement satisfait dans toutes les situations, car la violation de l'une de ces contraintes rend l'emploi du temps inefficace dans la réalité, on peut distinguer les contraintes dures suivantes :

- Un enseignant ne peut pas être affecté à deux séances différentes à la même période
- Une salle ne peut pas accueillir deux séances différentes à la même période
- Une matière doit respecter le nombre d'heures hebdomadaires
- Une matière doit respecter le nombre de séances hebdomadaires c'est-à-dire si une matière est enseignée trois fois par semaine, alors il doit apparaître trois fois dans l'emploi du temps de la classe
- Un emploi du temps doit comporter toutes les matières d'une classe
- La charge journalière d'un enseignant ne doit pas être dépassée.

## 4.2. Les contraintes de préférence

Contrairement au type de contraintes précédent, les contraintes de préférences n'exigent pas la vérification stricte, mais d'approcher au maximum de l'objectif voulu, ces contraintes sont utilisées pour exprimer ce que doit être un «Bon » emploi du temps, sont plus difficiles à formaliser que les contraintes dures et leur traitement est plus délicats, ainsi la majorité des approches existantes relaxent les contraintes de préférence et les introduisent comme une **Fonction objectif** dont l'optimisation permet de se rapprocher le plus possible de la satisfaction des contraintes. Par exemple :

- Essayer d'éviter aux (enseignant ou étudiants) des pertes de temps par de trop Longs espacements entre deux séances d'une même journée (minimiser le nombre d'heures creuses)
- Éviter que certains jours se trouvent surcharger alors que d'autres le sont moins
- Les matières de coefficient minimal ne doivent pas occuper les séances de la matinée d'une journée donnée, au détriment des matières de coefficients élevés
- Eviter d'affecter une période jugée non convenable à un enseignant, sauf si cela est inévitable
- Minimiser les déplacements des élèves dans l'établissement
- Libérer quelques après-midi pour les enseignants.

Chapitre

**Formulation du problème d'emploi du temps  
du lycée Moulay Rachid**



## **Introduction**

Dans ce chapitre, le problème d'emploi du temps est considéré comme un problème d'optimisation mono-objectif (a une seule fonction objectif), Jusqu'à maintenant ce sont principalement les modèles qui sont utilisés lors de la résolution de ce type de problèmes, plus précisément nous nous intéressons au problème d'emploi du temps du lycée Moulay Rachid, et nous traitons le problème et de le donner une modélisation Mathématique.

### **1. Présentation du lycée Moulay Rachid**

#### **1.1. Généralité**



Lycée Moulay Rachid

Figure 1 : Image du lycée Moulay Rachid de Fès



Lycée Moulay Rachid est situé au cœur du quartier résidentiel Oued Lahriqi de Fès. Le prestigieux établissement Moulay Rachid est fréquenté par des élèves de différentes couches sociales. Fondé en 1957, quelques années après le célèbre lycée, Moulay Idriss de Fès, cet établissement a été destiné, lors de sa création, à l'enseignement collégial pour filles et garçons, quelque année après sa création est devenu un établissement d'enseignement secondaire.

Le lycée compte actuellement 74 enseignants pour un nombre total de 2058 élèves dont 970 filles. « Ce nombre total d'élèves est réparti entre trente-neuf salles dont neuf sont destinées à l'enseignement scientifique », le lycée Moulay Rachid est réputé pour ses bons résultats de fin d'année, en particulier ceux obtenus aux baccalauréats scientifiques, ce lycée a formé plusieurs générations d'élèves dont un grand nombre occupe d'importants postes aussi bien au Maroc qu'à l'étranger.

Cet établissement se distingue aussi par l'organisation chaque année d'un important programme d'activités parascolaires. Il compte plusieurs clubs « dont les plus dynamiques sont le club de l'environnement et de la santé ainsi que ceux de la presse et de théâtre », aussi elle participe au plusieurs compétitions sportives organisées aussi bien au niveau local que régional, ce lycée se dirige actuellement par Monsieur EHSAYAN Tarik.

## 1.2. Les données du lycée

Au cours d'année 2015, le lycée a les données suivantes :

- ✓ 12 niveaux et chaque niveau a un nombre précis de classes, les tableaux suivants définis les niveaux, et le nombre de classes pour chacun d'ils (tableau 1), aussi le nombre d'enseignants disponibles selon leurs matières de spécialité (tableau 2).

<i>Niveaux</i>	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$N_6$	$N_7$	$N_8$	$N_9$	$N_{10}$	$N_{11}$	$N_{12}$	<i>Totale</i>
<i>Nombre de classes</i>	5	5	5	1	2	5	6	3	2	1	13	1	49

Tableau 1 : Nombre de classes pour chaque niveau

<i>Matières</i>	<b>Math</b>	<b>Phy</b>	<b>SVT</b>	<b>Eco</b>	<b>L.Ar</b>	<b>L.F</b>	<b>L.An</b>	<b>E.Is</b>	<b>H.G</b>	<b>Phil</b>	<b>Tra</b>	<b>Info</b>	<b>E.phy</b>
<i>Nombre d'enseignants</i>	9	7	7	3	9	10	9	4	7	6	2	2	6

Tableau 2 : le nombre d'enseignants disponibles

### Table d'abréviations

<i>Niveaux</i>	<b>N<sub>1</sub></b> : Tronc commun science		<b>N<sub>7</sub></b> : Deuxième année du baccalauréat sciences physiques	
	<b>N<sub>2</sub></b> : Tronc commun lettre		<b>N<sub>8</sub></b> : Deuxième année du baccalauréat sciences de la vie et de la terre	
	<b>N<sub>3</sub></b> : Première année du baccalauréat sciences expérimentales		<b>N<sub>9</sub></b> : Deuxième année du baccalauréat sciences économiques	
	<b>N<sub>4</sub></b> : Première année du baccalauréat sciences mathématiques		<b>N<sub>10</sub></b> : Deuxième année du baccalauréat sciences mathématiques	
	<b>N<sub>5</sub></b> : Première année du baccalauréat sciences économiques		<b>N<sub>11</sub></b> : Deuxième année du baccalauréat lettres	
	<b>N<sub>6</sub></b> : Première année du baccalauréat lettres et sciences humaines		<b>N<sub>12</sub></b> : Deuxième année du baccalauréat sciences humaines	
<i>Matières</i>	<b>Math</b> : Mathématique	<b>Phy</b> : Physique	<b>Eco</b> : Economie	<b>L.Ar</b> : La langue Arabe
	<b>L.F</b> : La langue Française	<b>Tra</b> : La traduction	<b>Info</b> : L'informatique	<b>Phil</b> : La philosophie
	<b>H.G</b> : L'histoire et géographie		<b>E.Is</b> : L'éducation islamique	<b>L.An</b> : La langue Anglaise
	<b>E.phy</b> : L'éducation physique		<b>SVT</b> : Science de la vie et de la terre	

- ✓ Un ensemble de créneaux horaires étalés sur une semaine de six jours, du Lundi au samedi avec un nombre de huit périodes (du lundi au vendredi) et un nombre de quatre périodes le samedi, La durée d'une période est une heure, donc il y a 44 créneaux hebdomadairement.

- ✓ Un enseignant du lycée ne doit pas dépasser vingt et un heures du travail par semaine, et d'après **Le calendrier 43** qui organise l'étude et la distribution des matières et des séances pour chaque classe au Maroc, nous obtenons tableau suivant :

Niveaux	Math	Phy	SVT	Eco	L.Ar	L.Fr	L.An	E.Is	H.G	phil	Tra	Info	E.phy	Totale
N <sub>1</sub>	5	4	3	0	2	4	3	2	2	2	0	2	2	31
N <sub>2</sub>	2	0	1	0	5	4	4	2	4	2	0	2	2	28
N <sub>3</sub>	5	4	4	0	2	4	3	2	2	2	2	0	2	32
N <sub>4</sub>	7	5	2	0	2	4	3	2	2	2	2	0	2	33
N <sub>5</sub>	4	0	0	11	2	2	3	2	2	2	0	1	2	31
N <sub>6</sub>	2	0	1	0	5	5	4	2	4	2	0	0	2	27
N <sub>7</sub>	5	6	4	0	2	4	3	1	0	2	2	0	2	31
N <sub>8</sub>	5	4	6	0	2	4	3	1	0	2	2	0	2	31
N <sub>9</sub>	4	0	0	11	2	2	3	1	2	2	0	2	2	31
N <sub>10</sub>	7	6	2	0	2	4	3	1	0	2	2	0	2	31
N <sub>11</sub>	2	0	0	0	5	5	5	2	4	3	0	0	2	28
N <sub>12</sub>	2	0	0	0	4	4	4	3	5	4	0	0	2	28

Tableau 3 : la distribution des matières et des séances pour chaque niveau

- ✓ Certaines matières peuvent dérouler dans des salles générales puisqu'elles n'exigent pas des matériels spéciaux, mais d'autres les exigent, donc les salles sont classées en deux types (Salles générales et Salles spéciales), parmi les matières qui ont des salles spéciales, nous trouvons la matière du physique, science de la vie et de la terre (SVT), informatique et l'éducation physique, aussi le nombre de salles disponible au lycée est comme suite :

- 30 salles générales
- 4 salles de physique
- 4 salles de SVT
- une salle d'informatique
- la cour du sport support au maximum 3 séances en parallèle.

## 2. Position du problème

Étant donné un ensemble d'informations d'un lycée (nombre de classes, nombre des salles, nombre d'enseignants, nombre de matières...), le problème consiste à affecter les séances nécessaires pour chaque classe et vérifier les données de telle sorte que le nombre de salles et d'enseignants soit suffisant, chaque classe doit prendre les matières de son programme, et respecte le nombre d'heures exigées pour chaque matière. L'objectif est minimiser le nombre d'heures creuses dans l'emploi du temps des élèves, qui ce qu'une heure creuse ? Et qu'elles sont ses inconvénients ? Ce sont des questions qu'on les traite à la suite de cette partie

### 2.1. Qui ce que c'est une heure creuse?

**Une heure creuse** (une heure de faible activité) n'est pas forcément au milieu des séances, bien au contraire, un emploi du temps d'un élève qui comporte une heure de cours de 8h à 9h ou de 11h à midi pendant toute la matinée, ou encore une heure de 17h à 18h pendant tout l'après-midi ; ce cas de figure pourrait donner lieu à un déséquilibre dans le temps scolaire de l'élève puisqu'il est obligé de se rendre à l'école pour seulement une heure, pendant la matinée ou l'après-midi.

Ces heures creuses peuvent également provenir suite aux séances des cours dispensés par groupe où le premier groupe est obligé de quitter pendant une heure l'école au moment où l'autre groupe est en cours, ce phénomène semble difficile à éviter par les directeurs des collèges et des lycées qui, pourtant, font de leur mieux pour élaborer ces différents emplois du temps, et puisque ce lycée comme la plupart des établissements secondaires ne dispose pas d'une salle de permanence pour garder les élèves pendant ces heures creuses, alors pendant ces heures creuses, les élèves sont obligés de quitter l'école pour se trouver dans la rue, dans les cafés ou dans les salles de jeux d'à côté ou d'en face; seulement ceux qui habitent aux environs de l'école qui peuvent rentrer chez eux et revenir une heure plus tard.

Certains élèves apprécient ces quelques heures creuses pour sortir et souffler un peu, il n'en demeure pas moins vrai que ce sont les parents qui s'inquiètent pour leurs enfants pendant ces heures creuses.

## **2.2. Qu'elles sont ses inconvénients ?**

Il s'est avéré que même dans les établissements qui sont dotés de salles de permanence ou de révision, les élèves préfèrent sortir pendant les heures creuses, mais il y a plusieurs risques courus par ces jeunes élèves en dehors des établissements, surtout en cette période critique en matière de sécurité que connaît notre pays où les vols, les actes de violences, les braquages, les rackets sont très courants dans nos rues et surtout devant les établissements scolaires. Les parents, eux, qui croient que leur enfant est bel et bien à l'école pendant leur absence et non pas dans la rue, n'ont pas tort d'avoir peur pour leurs enfants qui pourraient être victimes d'un accident de circulation ou d'un acte de violence.

Dans tous les cas, il n'est pas normal de laisser un élève dans la rue pendant les heures creuses, livré à lui-même, sans contrôle parental ou scolaire, ce qui pourrait engendrer des problèmes énormes à l'élève lui-même et aux parents.

### 3. La vérification de la suffisance d'enseignants et des salles

Cette partie est très importante d'où nous vérifions la faisabilité d'emploi du temps à partir des calculs concernant : le nombre d'heures pour chaque enseignant pendant la semaine, aussi le nombre de salles nécessaire pour que tous les classes prennent leurs cours et utilisent le même types des salles (générales ou spéciales) pendant un créneau précis.

#### 3.1. La vérification de nombre d'heures de travail pour chaque enseignant

Nous faisons la somme d'heures de chaque matière pendant une semaine, nous la divise par le nombre d'enseignants disponibles pour cette matière et nous la compare avec *vingt et un* , si le résultat est inférieur ou égal à 21 alors, le nombre d'enseignants disponibles est suffisant, sinon le nombre d'enseignants disponibles pour cette matière n'est pas suffisant donc le problème n'est pas faisable (dans la réalité le proviseur du lycée demande de l'académie le nombre nécessaire d'enseignants pour que tous les enseignants ne dépassent pas les 21 heures exigées par le ministère d'éducation), le tableau suivant présente tous les calculs nécessaires pour vérifier la suffisance de nombre d'enseignants.

Niveau	Nombre de classes	Math	Phy	SVT	Eco	L.Ar	L.Fr	L.An	E.Is	H.G	phil	Tra	Info	E.ph y
<b>N<sub>1</sub></b>	5	25	20	15	0	10	20	15	10	10	10	0	10	10
<b>N<sub>2</sub></b>	5	10	0	5	0	25	20	20	10	20	10	0	10	10
<b>N<sub>3</sub></b>	5	25	20	20	0	10	20	15	10	10	10	10	0	10
<b>N<sub>4</sub></b>	1	7	5	2	0	2	4	3	2	2	2	2	0	2
<b>N<sub>5</sub></b>	2	8	0	0	22	4	4	6	4	4	4	0	2	4
<b>N<sub>6</sub></b>	5	10	0	5	0	25	25	20	10	20	10	0	0	10
<b>N<sub>7</sub></b>	6	30	36	24	0	12	24	18	6	0	12	12	0	12
<b>N<sub>8</sub></b>	3	15	12	18	0	6	12	9	3	0	6	6	0	6
<b>N<sub>9</sub></b>	2	8	0	0	22	4	4	6	2	4	4	0	4	4
<b>N<sub>10</sub></b>	1	7	6	2	0	2	4	3	1	0	2	2	0	2
<b>N<sub>11</sub></b>	13	26	0	0	0	65	65	65	26	52	39	0	0	26
<b>N<sub>12</sub></b>	1	2	0	0	0	4	4	4	3	5	4	0	0	2
Totale d'heures pour chaque matière		173	141	131	44	169	206	184	87	127	113	32	26	98
Nombre d'enseignants disponible		9	7	7	3	9	10	9	6	7	6	2	2	6
Nombre d'heures de travail		20,88	20,14	18,71	14,66	18,77	20,6	20,44	14,5	18,14	18,83	16	13	16,33

Tableau 4 : La vérification de nombre d'heures de travail pour chaque enseignant

On a le nombre d'heures pour chaque enseignant ne dépasse pas 21 heures, Donc le nombre d'enseignants disponibles au lycée Moulay Rachid est suffisant.

### 3.2. La vérification des salles

Pour chaque type de salles, nous comparons le nombre de séances qui peuvent se dérouler pendant un créneau  $k$  avec le nombre de salles disponibles pour le même type de salles, il est préférable que le résultat soit inférieur ou égal au nombre de salles disponibles, car sinon on peut trouver des problèmes au niveau de construction d'emploi du temps, on peut résumer tous les calculs dans le tableau 5.

Niveau	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12
Nombre de classes	5	5	5	1	2	5	6	3	2	1	13	1
Nombre d'heures	100	115	110	24	56	120	114	72	54	21	338	26
Totale d'heures						1150						
Nombre de salles générales nécessaires						27						

Tableau 5 : Nombre de salles générales nécessaires

**Nombre d'heures** : signifie le nombre d'heures d'étude pour chaque niveau (pour les matières qui se déroule dans les salles générales) multiplié par le nombre des classes

- On a :

$$1150/44 = 26,13 \leq 30$$

Donc le nombre des salles générales est suffisant.

- on a la somme des heures de physiques pour tous les Niveaux égale à 141 et :

$$141/44 = 3.20 \leq 4$$

Donc le nombre de salles de physique est suffisant.



■ Même chose pour les salles de SVT on a :  $131/44 = 2,97 \leq 4$  , donc le nombre de salles est suffisant.

■ Pour les salles d'informatique on a :  $26/44$  ne dépasse pas un d'où une salle d'informatique est suffisante.

■ Pour la cour du sport :

$$98/44 = 2,227 \leq 3$$

Donc, on n'a aucun problème.

## 4. Modélisation

La modélisation d'un problème réel, consiste à le rendre sous forme d'un ensemble d'équations mathématiques. Dans cette partie nous présentons la modélisation du problème d'emploi du temps des élèves du lycée Moulay Rachid.

La recherche du modèle mathématique d'un problème revient à identifier les composantes suivantes :

- Les données
- Les variables
- Les contraintes
- La fonction objectif.

### 4.1. Les données

- **NM**: Le nombre de matières
- **NC**: *Le nombre de classes*

- **NH** : Le nombre de créneaux
- Nous associons à chaque matière un nombre allant de 1 jusqu'à  $NM$
- Nous associons à chaque classe un nombre allant de 1 jusqu'à  $NC$
- Nous associons à chaque créneau un nombre allant de 1 jusqu'à  $NH$
- **NS**: Le nombre de salles générales
- **NS<sub>i</sub>** : Le nombre de salles spéciales pour la matière  $i$
- **Nh<sub>j</sub>** : Le nombre d'heures hebdomadaire pour la classe  $j$   
 $\forall j = 1, \dots, NC.$
- **Nh<sub>ij</sub>** : Le nombre d'heures hebdomadaire de la matière  $i$  pour la classe  $j$   
 $\forall j = 1, \dots, NC, \forall i = 1, \dots, NM$
- **NE<sub>i</sub>**: Le nombre d'enseignants de la matière  $i \quad \forall i = 1, \dots, NM.$

## 4.2. Les variables

Nous pouvons définir des variables qui dépendent de la matière, de la classe et du créneau

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si la classe } j \text{ prend la matière } i \text{ pendant le créneau } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

## 4.3. Les contraintes

Dans ce problème nous disposons de plusieurs types de contraintes : contraintes de disponibilité, contraintes de respect de nombre d'heures exigées, contrainte des créneaux et contrainte de décalage.

Prenons en considération tour à tour chacune de ces contraintes.

### a. La disponibilité des salles

Le total des salles générales réservées pendant un créneau k, ne doit pas dépasser le nombre de salles générales disponibles dans le lycée :

$$\sum_{j=1}^{NC} \sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^k \leq NS$$

$$\forall k = \{1, \dots, NH\}$$

pour les matières qui peuvent se dérouler dans les salles générales

#### Explication :

Pour chaque créneau, nous vérifions que la somme de toutes les séances qui se déroulent (dans des salles générales) est inférieure ou égale au nombre de salles disponibles, à partir des variables qu'on a :

$$\forall j = \{1, \dots, NC\} , \forall k = \{1, \dots, NH\}$$

$$\sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si la classe } j \text{ a une séance pendant le créneau } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Donc, la somme sur toutes les classes égale le nombre de séances qui se déroulent pendant un créneau k, d'où la formule de la contrainte.

Et pour les matières qui ont des salles spéciales, nous ajoutons la formule suivante :

$$\sum_{j=1}^{NC} x_{ij}^k \leq NS_i$$

$$\forall k = \{1, \dots, NH\}$$

$\forall i$  une matière a des salles spéciales

### *b. La disponibilité des enseignants*

Le total des séances d'une matière  $i$  pendant un créneau  $k$  ne doit pas dépasser le nombre d'enseignants disponibles pour cette matière

$$\sum_{j=1}^{NC} x_{ij}^k \leq NE_i \quad \forall i = \{1, \dots, NM\}$$
$$\forall k = \{1, \dots, NH\}$$

Explication :

Pour chaque créneau, nous faisons le test sur toutes les matières, et il faut que la somme des séances d'une matière pendant ce créneau ne dépasse pas le nombre d'enseignants disponibles pour cette dernière, d'où la formule si dessus.

### *c. Le respect de nombre d'heures hebdomadaires*

Il faut que le nombre d'heures de chaque matière pour une classe  $j$  dans l'emploi du temps soit égal au nombre d'heures exigé dans les données

$$\sum_{k=1}^{NH} x_{ij}^k = Nh_{ij} \quad \forall i = \{1, \dots, NM\}$$
$$\forall j = \{1, \dots, NC\}$$

Et puisque :

$$\sum_{i=1}^{NM} Nh_{ij} = Nh_j \quad \forall j = 1, \dots, NC$$

Donc, la vérification de cette contrainte donne automatiquement la vérification du nombre d'heures hebdomadaires  $Nh_j$  pour chaque classe.

### d. Contrainte des créneaux

Cette contrainte impose que chaque élève ne doit pas étudier plus que deux heures d'une matière par jour, pour traiter ce problème nous faisons des tests sur chaque jour, il faut que la somme sur ses créneaux soit inférieure ou égale à 2, pour chaque matière  $i$  et chaque classe  $j$ .

#### Par exemple

Prenons les horaires du lundi pour la matière  $i$  et la classe  $j$

Lundi							
Matin				Soir			
$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_5$	$H_6$	$H_7$	$H_8$
1	1	0	0	0	0	0	0

Dans ce cas, on n'a pas de problème, tel que :

$$\sum_{k=1}^8 x_{ij}^k \leq 2$$

#### Généralisation de la contrainte

D'après le problème du lycée Moulay Rachid, nous pouvons classer les créneaux comme suite :

Lundi								Mardi							
Matin				Soir				Matin				soir			
$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_5$	$H_6$	$H_7$	$H_8$	$H_9$	$H_{10}$	$H_{11}$	$H_{12}$	$H_{13}$	$H_{14}$	$H_{15}$	$H_{16}$

Mercredi								Jeudi							
Matin				Soir				Matin				soir			
$H_{17}$	$H_{18}$	$H_{19}$	$H_{20}$	$H_{21}$	$H_{22}$	$H_{23}$	$H_{24}$	$H_{25}$	$H_{26}$	$H_{27}$	$H_{28}$	$H_{29}$	$H_{30}$	$H_{31}$	$H_{32}$

Vendredi								Samedi			
Matin				Soir				Matin			
$H_{33}$	$H_{34}$	$H_{35}$	$H_{36}$	$H_{37}$	$H_{38}$	$H_{39}$	$H_{40}$	$H_{41}$	$H_{42}$	$H_{43}$	$H_{44}$

Donc la formule de la contrainte sera comme suite :

$$\sum_{l=k}^{k+7} x_{ij}^l \leq 2 \quad \forall k = \{1,9,17,25,33\}, \forall i = \{1, \dots, NM\}$$

$$\forall j = \{1, \dots, NC\}$$

Et pour le samedi matin, nous ajoutons la condition suivante :

$$\sum_{k=41}^{44} x_{ij}^k \leq 2 \quad \forall i = \{1, \dots, NM\}, \quad \forall j = \{1, \dots, NC\}$$

La vérification de cette contrainte n'empêche pas de tomber dans d'autres cas qui ne sont pas souhaitables :

- Un décalage d'une ou de deux heures entre deux séances de la même matière

Matin				Soir			
1	0	1	0	0	0	0	0

Ou :

Matin				Soir			
0	0	0	0	1	0	0	1

- Une séance de la même matière peut se dérouler le matin et le soir du même jour

Matin				Soir			
1	0	0	0	1	0	0	0

Pour cela, nous définissons une autre contrainte qui traite ces cas.

### e. Contrainte de décalage

La réalisation de cette contrainte valorise plus l'emploi du temps, tel que le non-respect influe directement et négativement sur le niveau d'acquisition des élèves, car un décalage d'une ou de deux heures entre deux séances de la même matière, ou prendre la même matière matin et soir ne donne pas le temps suffisant à l'élève pour réviser ou pour bien préparer à cette dernière.

Pour formuler cette contrainte on utilise le principe suivant :

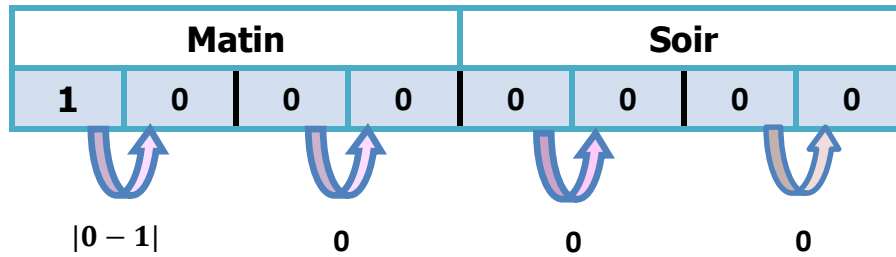
- ✓ Nous divisons les créneaux d'une journée en quatre parties, chaque partie contient deux créneaux consécutifs

Matin				Soir			
1	0	0	0	1	0	0	0

↑  
Si la classe  $j$  prend la matière  $i$  pendant ce créneau

↑  
Si la classe  $j$  ne prend pas la matière  $i$  pendant ce créneau

- ✓ Pour chaque matière  $i$  nous faisons la différence entre les créneaux de la même partie



- ✓ Nous vérifions que la somme de ces différences est inférieure ou égale à un.

Donc, la formule de cette contrainte sera comme suite:

$$\forall k = \{1,9,17,25,33\} , \forall i = \{1, \dots, NM\} , \forall j = \{1, \dots, NC\}$$

$$|x_{ij}^{k+1} - x_{ij}^k| + |x_{ij}^{k+3} - x_{ij}^{k+2}| + |x_{ij}^{k+5} - x_{ij}^{k+4}| + |x_{ij}^{k+7} - x_{ij}^{k+6}| \leq 1$$

Et pour le samedi matin:

$$\forall i = \{1, \dots, NM\}, \quad \forall j = \{1, \dots, NC\}$$

$$|x_{ij}^{42} - x_{ij}^{41}| + |x_{ij}^{44} - x_{ij}^{43}| \leq 1$$

#### 4.4. La fonction objectif

Comme il est indiqué auparavant, nous cherchons à minimiser le nombre d'heures creuses c'est-à-dire rendre la somme des différences entre deux créneaux consécutifs aussi petite que possible pour toutes les classes nous écrivons alors :

$$\text{Min} \sum_{j=1}^{NC} \sum_{k=1}^{43} \sum_{i=1}^{NM} \left| \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^{k+1} - x_{ij}^k \right|$$



pour  $k \neq \{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40\}$

Supposant que la classe j a le cas suivant :

Matin				Soir			
1	1	0	1	0	0	0	0

Si la classe j a une séance

Si la classe j n'a aucune séance

Puisque :

$$\sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si la classe } j \text{ a une séance pendant le créneau } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Alors la formule :

$$\sum_{i=1}^{NM} \left| \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^{k+1} - x_{ij}^k \right|$$

Représente la différence entre deux créneaux successifs, donc la somme sur tous les créneaux indique la somme des différences pour la classe j pendant toute la semaine

$$\sum_{k=1}^{43} \sum_{i=1}^{NM} \left| \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^{k+1} - x_{ij}^k \right|$$

Et pour éviter le problème de faire la différence entre les créneaux de 12h et 14h, aussi entre les créneaux de 18h et 8h du lendemain nous supposons que :

$k \neq \{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40\}$ , d'où la formule de la fonction objectif.

## 4.5. Le Modèle Mathématique

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Min } \sum_{j=1}^{NC} \sum_{k=1}^{43} \sum_{i=1}^{NM} \left| \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^{k+1} - x_{ij}^k \right| \quad \text{pour } k \neq \{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40\} \\
 \\
 \sum_{j=1}^{NC} \sum_{i=1}^{NM} x_{ij}^k \leq NS \quad \forall k = \{1, \dots, NH\} \\
 \text{pour les matières qui peuvent se dérouler dans les salles générales} \\
 \\
 \sum_{j=1}^{NC} x_{ij}^k \leq NS_i \quad \forall k = \{1, \dots, NH\} \\
 \forall i \text{ une matière a des salles spéciales} \\
 \\
 \sum_{j=1}^{NC} x_{ij}^k \leq NE_i \quad \forall i = \{1, \dots, NM\} \\
 \forall k = \{1, \dots, NH\} \\
 \\
 \sum_{k=1}^{NH} x_{ij}^k = Nh_{ij} \quad \forall i = \{1, \dots, NM\} \quad \forall j = \{1, \dots, NC\} \\
 \\
 \sum_{l=k}^{k+7} x_{ij}^l \leq 2 \quad \forall k = \{1,9,17,25,33\}, \forall i = \{1, \dots, NM\} \\
 \forall j = \{1, \dots, NC\} \\
 \\
 \sum_{k=41}^{44} x_{ij}^k \leq 2 \quad \forall i = \{1, \dots, NM\}, \quad \forall j = \{1, \dots, NC\} \\
 \\
 |x_{ij}^{k+1} - x_{ij}^k| + |x_{ij}^{k+3} - x_{ij}^{k+2}| + |x_{ij}^{k+5} - x_{ij}^{k+4}| + |x_{ij}^{k+7} - x_{ij}^{k+6}| \leq 1 \quad \forall k = \{1,9,17,25,33\} \\
 \forall i = \{1, \dots, NM\} \\
 \forall j = \{1, \dots, NC\} \\
 \\
 |x_{ij}^{42} - x_{ij}^{41}| + |x_{ij}^{44} - x_{ij}^{43}| \leq 1 \quad \forall i = \{1, \dots, NM\}, \quad \forall j = \{1, \dots, NC\}
 \end{array} \right.$$

## Conclusion et Perspectives

Dans ce travail nous avons commencé par récolter les données nécessaires pour confectionner un emploi du temps de lycée Moulay Rachid de Fés à savoir le nombre de salles, le nombre de classes, le nombre d'enseignants,...etc, puis nous avons fait une étude de faisabilité, après nous avons proposé un modèle mathématique dont la fonction objectif est de minimiser le nombre d'heures creuses pour éviter l'attente des élèves devant le lycée et en prenant en considération l'ensemble des contraintes, de législation, de disponibilité de salles, de disponibilité d'enseignants,...etc.

Comme perspectives nous allons résoudre le problème en lui adaptant l'une des métaheuristiques ( colonie de fourmi, les algorithmes génétiques,...), et améliorer le modèle mathématique.

# Bibliographie

- <http://www.umc.edu.dz/buc/theses/informatique/TRO4557.pdf>
- Chan YewChéong, Peter, « La planification du personnel : acteurs, actions et termes multiples pour une planification opérationnelle des personnes », Thèse de doctorat, Institut IMAG, Université Joseph Fourier-Grenoble, 1 octobre 2002.
- N. Brauner, R. Echahed, G. Finke, F. Prost, W. Sewe, « Intégration des méthodes de réécriture et de recherche opérationnelle pour la modélisation et la résolution de contraintes : application à la planification de personnel médical », Laboratoire Leibniz-IMAG, Grenoble.
- D. Abramson, J. Abela, « A parallel etic algorithm for solving the school time tabling problem », 15 A computer science conference, Février 1992.