



UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES



Filière mathématiques & applications

(MA)

**Le contrôle statistique du procédé de remplissage des boissons
gazeuses au sein de CBGN**

Présenté par:

♦ **GHCHIME FADWA**

Encadré par:

- ♦ **Mr. Kadri Nasser(FST)**
- ♦ **Mme. Ezzaki Fatima(FST)**
- ♦ **Mr. EL khammar Fahmi (CBGN)**

Membres du jury:

- ♦ **Mr. Kadri Hamid, Président (FST)**
- ♦ **Mr. Sidki Omar (FST)**

Année Universitaire 2014 / 2015

Dédicaces

Je dédie Ce travail

*A toute ma famille et à mon Mari pour
leurs soutiens moral et financier et qui, grâce à
leurs aides je suis arrivée à ce niveau de
formation.*

*Mes dédicaces sont également adressées à
tous mes amis.*



Ce n'est pas parce que la tradition l'exige ou par habitude que cette page est présente aujourd'hui dans ce rapport, mais parce que les personnes auxquelles s'adressent mes remerciements les méritent vraiment.

*Je tiens à remercier **Monsieur le Directeur de la Compagnie des Boissons Gazeuses du Nord de FES** de m'avoir permis d'effectuer mon stage de fin d'études au sein d'une entreprise de taille telle que la **C.B.G.N.***

*Je tiens à remercier, vivement, mon encadrant professionnel **Mr. FAHMI EL KHAMMAR** pour la confiance qu'il a eu en moi et pour le grand soutien et la disponibilité qu'il m'a accordés afin de réussir ce travail.*

*Mes remerciements s'adressent également à mes professeurs encadrants **Mr. Kadri Nasser et Mme. Ezzaki Fatima**, pour toute l'aide et le soutien qu'ils m'ont accordés durant la période de stage.*

Je remercie les membres du jury d'avoir pris la responsabilité d'examiner mon travail. Veuillez trouver ici l'expression de ma profonde gratitude.

*Je remercie également tout le personnel du laboratoire de la **C.B.G.N.** pour leur aide, leur compréhension et leur sympathie.*

Je remercie, enfin, tous ceux qui ont toujours pris le temps de m'écouter et de me conseiller malgré leurs occupations.

Abréviations

- **Bx** : *Brix.*
- **CBGN** : *Compagnie des Boissons Gazeuses du Nord.*
- **CBGS** : *Compagnie des Boissons Gazeuses du Sud.*
- **COBOMI** : *Compagnie des Boissons Marocaines internationales.*
- **CUI** : *Contrôle d'Utilisation Industriel.*
- **ECCBC** : *Equatorial Coca Cola Bottling Company.*
- **GMMP** : *Gestion Matière Première.*
- **GSPF** : *Gestion Stock Produit Fini.*
- **HSS** : *Hygiène Sécurité Santé.*
- **MPDR** : *Magasin Pièce De Rechange.*
- **NABC** : *North Africa Bottling Company.*
- **PET** : *Polyéthylène Téréphtalate.*
- **R** : *l' étendue.*
- **RESP** : *Responsable.*
- **SCBG** : *Société Centrale des Boissons Gazeuses.*
- **SOBOMA** : *Société des Boissons Mauritaniennes.*

Sommaire

Introduction générale

CHAPITRE 1 : Historique de la CBGN & Processus de fabrication

Présentation de la société CBGN	8
---------------------------------	---

CHAPITRE 2 : Rappels Mathématiques

I. Les cartes de contrôle pour grandeurs mesurables : cartes $\bar{X}$ et R	15
II. La capabilité d'un procédé (Cp et Cpk)	21
III. L'analyse de la variance	22
IV. Contrôle du contenu net de 5 échantillons des bouteilles en verre	25

CHAPITRE 3: Traitements des données

I. Problématique	27
II. Traitement statistique de 3 boissons de taille 1L	27
III. Traitement statistique de 3 boissons de taille 35CL	32
IV. Traitement statistique de 3 boissons de taille 20CL	38

Conclusion	43
------------	----

Table de matière	44
------------------	----

Références	46
------------	----

Introduction générale

Chaque étudiant doit compléter son cursus universitaire par un stage afin de pratiquer ce qu'il a acquis durant sa période d'études. De ce fait, on comprend l'importance du stage dans l'avenir professionnel du lauréat.

Un stage au sein d'une entreprise quelconque a plusieurs objectifs, que se soit pour le stagiaire ou pour l'entreprise elle-même.

Pour l'étudiant les objectifs du stage sont nombreux, on peut les limiter en 3 volets:

➤ *Objectifs personnels :*

Découvrir le monde professionnel, et apprendre à s'intéresser dans l'environnement professionnel (relations humaines, organisation du travail ...).

➤ *Objectifs pédagogiques:*

Mettre en pratique les connaissances et le savoir-faire acquis lors de la formation académique et mieux définir son choix d'orientation.

C'est l'élément qui finalise le cursus universitaire.

➤ *Objectifs professionnels:*

Acquérir une première expérience professionnelle et sociale afin de faciliter l'insertion dans le monde du travail.

Chapitre1: HISTORIQUE DE CBGN



L'évolution de la bouteille de Coca Cola [5]

Présentation de la société CBGN

1. Historique de la société :

 La Compagnie des Boissons Gazeuses du Nord est l'un des embouteilleurs franchisés de la Compagnie Coca-cola, elle a été créée en 1952 à Fès.

 Entreprise familiale, elle a connu un fort développement et son capital est passé de 2000 Dh. à 3 720 000 Dh. de 1952 à 1995 via une diversification de ses produits.

 En 1997 elle a acquis la SIM (Société Industrielle Marocaine), principal concurrent, lui permettant ainsi d'augmenter sa capacité de production et d'élargir sa gamme de produits.

 En 1999, elle a été rachetée par The Coca-Cola Holding. Ce contact direct avec la compagnie lui a permis d'améliorer son organisation et sa notoriété.

 En 2002, la CBGN devient une filiale de l'Equatorial Coca-Cola Bottling Company (ECCBC).

 En septembre 2004, le groupe ECCBC a décidé la création de la société NABC : North Africa Bottling Company, dont la CBGN fait partie en plus de la SCBG, CBGS et SOBOMA.

 Depuis 2005 COBOMI fait également partie de cette société.

 Aujourd'hui, la CBGN dispose de 4 lignes d'embouteillages, 2 lignes des bouteilles en verre et 2 lignes des bouteilles soufflées (PET)), son territoire s'étend sur 64.260 Km² pour une population de 4.9 millions d'habitants et avec 5 centres de distribution : Fès, Meknès, Errachidia, Khénifra et Sidi Slimane. L'effectif de la CBGN varie de 468 à 732 personnes entre la basse et la haute saison (donnés janvier et août 2007).

 L'usine de la CBGN dispose d'un laboratoire de contrôle de qualité, équipé d'instruments et d'appareils de mesure, de contrôle, d'essais et d'étalonnage modernes. [3]

2. Fiche technique de la CBGN : [4]

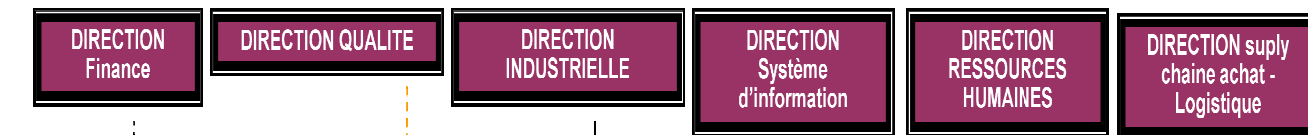
- *Sigle* : CBGN
- *Raison sociale* : compagnie des boissons gazeuses du nord
- *Adresse* : Q.I.Sidi Brahim –B.P.2284 – 3000 Fès.
- *Tél* : (035) 96 50 00 – (035) 96 50 96.
- *Fax* : (035) 96 50 15 – (035) 96 50 25
- *Email* : amossadeq@nabc.cma
- *Capital* : 3 720 000 DHS
- *Superficie* : environ 3ha
- *Forme juridique*: société anonyme (SA)
- *Secteur d'activité* : Agroalimentaire

3. Organigramme de la société : [4]

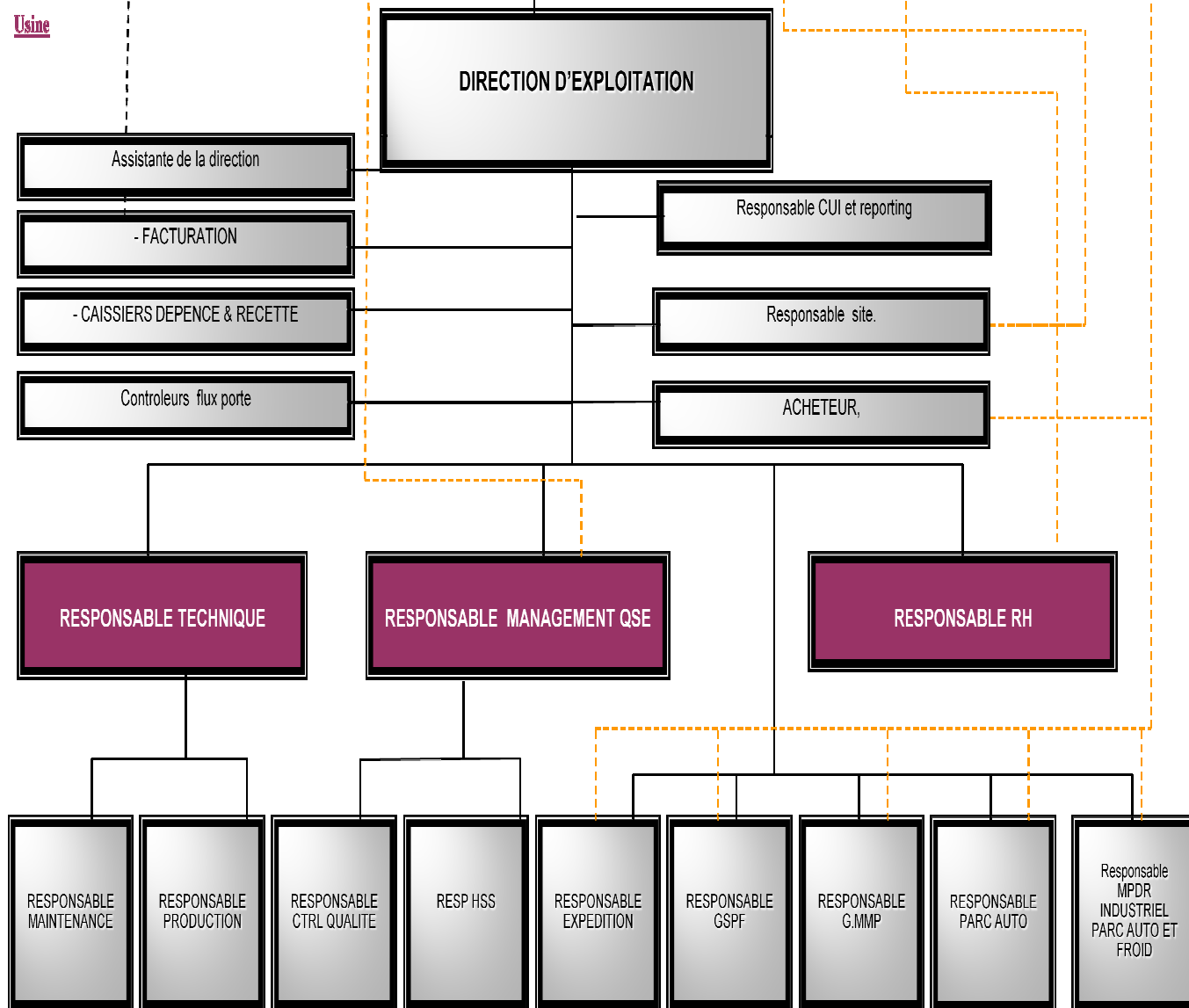
ORGANIGRAMME DIRECTION USINE



Siège



Usine



4. Activité de la compagnie :

L'activité de la société est autant industrielle que commerciale. Elle se charge de la production des produits suivants et leur distribution dans son territoire assigné. [4]

Produits en verre fabriqués par la compagnie avec leurs tailles :

Produit	Taille
Coca-Cola	35,5cl, 20cl, 1 L.
Fanta orange	35cl, 20cl, 1 L.
Hawaï tropical	35cl, 1 L.
Pom's	35cl, 1L.
Sprite	35cl, 1L.
Schweppes Citron	20cl, 1L.
Schweppes tonic	20cl.
Fanta Lemon	35Cl, 1 L.

Tableau 1: Produits de la CBGN [3]

Chapitre 2 : Rappels mathématiques

Objectif :

L'objectif est le suivi du contenu net par l'utilisation d'une carte de contrôle.

Introduction :

Les cartes de contrôle font partie d'un ensemble d'outils d'amélioration de la qualité et dont les fonctions principales sont :

- Signaler la présence de causes spéciales qui peuvent affecter le procédé de sorte que des mesures correctives soient mises en place rapidement pour corriger la situation.

- Permettre d'évaluer la performance d'un procédé lorsque celui-ci opère sous contrôle statistique en évaluant sa capacité en se référant aux spécifications.

Le procédé est-il maîtrisable statistiquement ?

Le schéma suivant permet d'identifier les sources importantes de variabilité dans un procédé industriel :

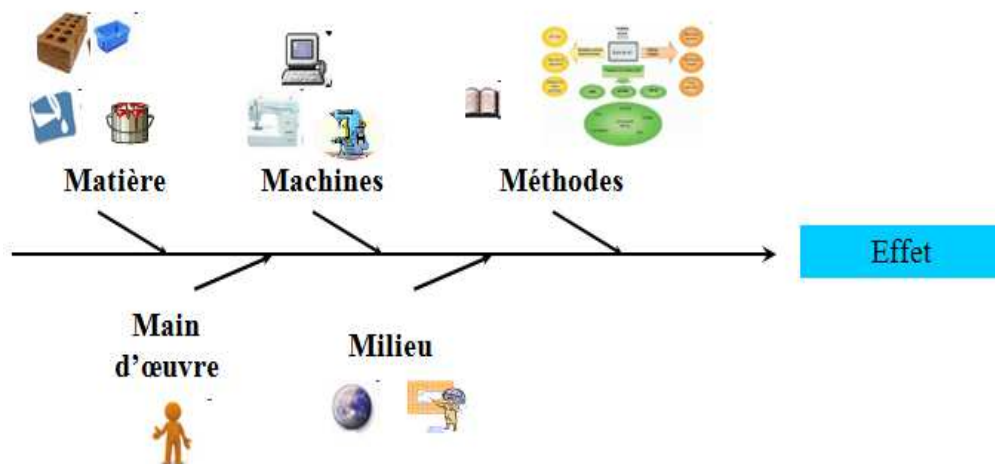


Figure 1:Diagramme d'Ishikawa illustrant diverses sources de variation [2]

Définition :

Une **carte de contrôle** est un moyen à la fois statistique et graphique pour constater l'évaluation de caractéristiques importantes d'un procédé de fabrication dans le temps et de diagnostiquer les fluctuations anormales de ces caractéristiques. [2]

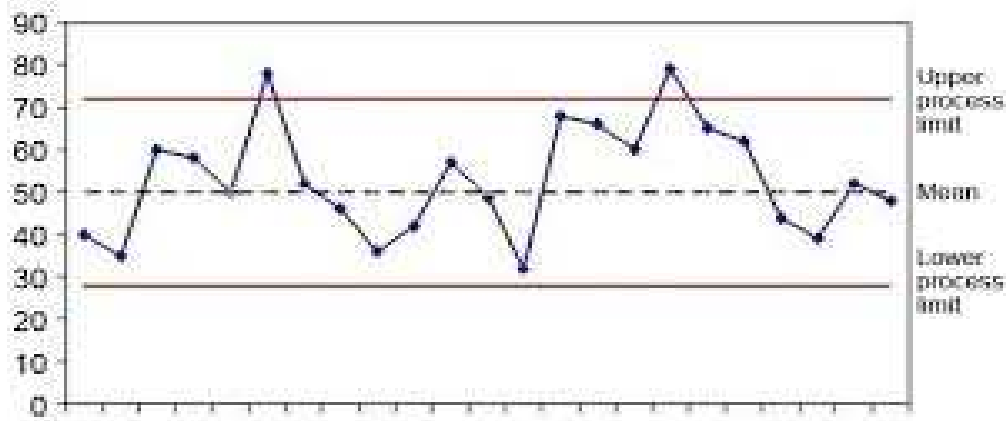


Figure 2: Carte de contrôle typique [2]

Stabilité d'un procédé :

Un procédé est considéré dans un état stable si les statistiques qui permettent d'évaluer le comportement du procédé dans le temps ne sont affectées que par des fluctuations aléatoires ou naturelles. Nous illustrons ci-dessous le comportement d'un procédé soumis à deux cas :

1^{er} cas :

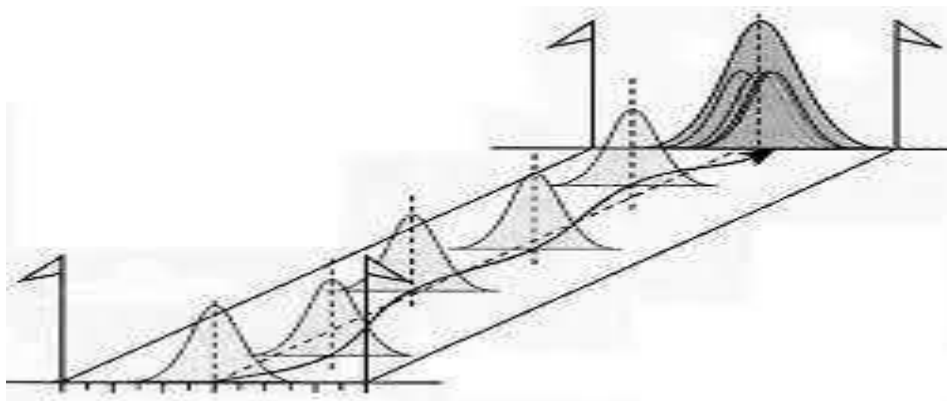


Figure 3: Procédé dans un état stable [2]

-Cette figure indique à quoi pourrait correspondre la distribution d'une grandeur mesurable lorsque le procédé est échantillonné à divers moments dans le temps et que celui-ci est dans un état stable suivant le temps.

2^{ème} cas :

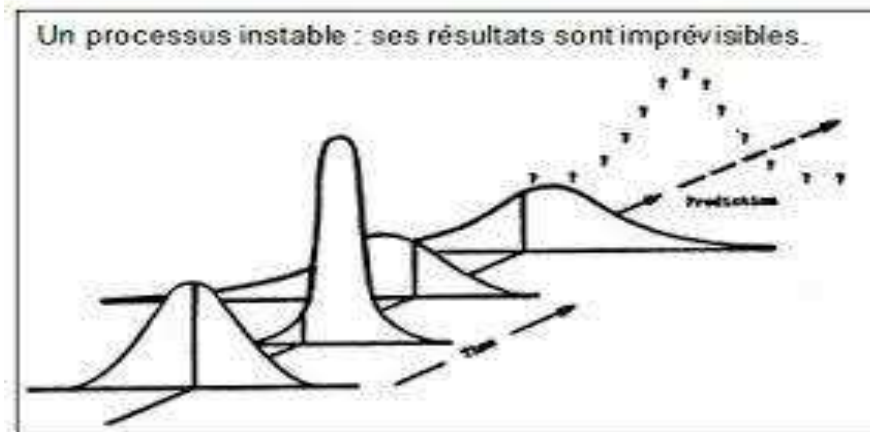


Figure 4: Procédé dans un état instable [2]

-Par contre la figure 4 illustre un procédé qui est instable. Les fluctuations du procédé ne peuvent pas être expliquées uniquement que par des **causes communes*** mais par des causes dites **spéciales*** qui peuvent affecter la tendance du procédé ou la dispersion.

Définition :

- * **Causes communes :** les causes inhérentes au processus de fabrication qui produisent une fluctuation naturelle sont dites causes communes. [6]
- * **Causes spéciales :** les causes qui affectent brusquement ou progressivement une caractéristique de qualité ou encore toutes causes qui perturbent de façon anormale cette caractéristique sont dites causes spéciales. [6]

I. Les cartes de contrôle pour grandeurs mesurables : cartes $\bar{X}$ et R

A. Carte de contrôle $\bar{X}$ et R :

Les étapes à suivre pour l'élaboration des cartes $\bar{X}$ et R :

1-Modalités de prélèvements des échantillons

a-Taille de l'échantillon à prélever : Il est fréquent d'utiliser 5 comme taille d'échantillon.

Carte $\bar{X}$ et R : $2 \leq \text{taille de l'échantillon} \leq 9$

b-Fréquence de contrôle : La fréquence de contrôle peut être toutes les 30minutes, toutes les heures,

c-Nombre d'échantillon (sous-groupe) à prélever : Pour être en mesure d'évaluer la stabilité du procédé, une vingtaine de sous-groupes totalisant une centaine de données et plus, est recommandée.

d-Enregistrement des données : Il existe plusieurs formes de présentation d'une carte de contrôle.

2-Calcul des moyennes et des étendues :

Suite à l'enregistrement des données, on doit calculer pour chaque échantillon la moyenne $\bar{X}$ et l'étendue R. On a

$$\bar{X} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n \text{ avec}$$

n : taille de chaque sous-groupe (échantillon)

$x_1 + x_2 + \dots + x_n$: valeurs observées du sous-groupe

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad \text{avec}$$

$x_{\max}$: valeur maximale du sous-groupe

$x_{\min}$: valeur minimale du sous-groupe

3-Représentation graphique des moyennes et des étendues :

Reporter sur la carte $\bar{X}$ les moyennes obtenues en 2, en indiquant en ordonnée (l'axe vertical) Les moyennes des échantillons et en abscisse (l'axe horizontal) l'identification de l'échantillon (numéro, heure de l'échant,...). Relier les points entre eux. On effectue de même en reportant les étendues (en ordonnée) sur la carte R et en abscisse l'identification de l'échantillon ; relier les points entre eux.

4-Calcul des limites provisoires de contrôle:

a) calculer la moyenne globale ($\bar{\bar{X}}$) de l'ensemble des données enregistrées ainsi que l'étendue moyenne ($\bar{R}$). Pour k sous-groupe, on a

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_k}{k}$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}$$

$\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_n$:représente les moyennes respective des k sous-groupes.

$R_1, R_2, \dots, R_k$: représente les étendues respectives des données des k sous groupes.

b) calculer les limites provisoires de contrôle supérieure et inférieure pour la carte $\bar{X}$ et la carte $\bar{R}$.

$$\text{LSC } \bar{x} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (\text{limite supérieure de contrôle})$$

$$\text{LIC } \bar{x} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad (\text{limite inférieure de contrôle})$$

Où le coefficient A_2 est obtenu de la table ci-après.

$$\text{LSC } \bar{R} = D_4 \bar{R} \quad (\text{limite supérieure de contrôle})$$

$$\text{LIC } \bar{R} = D_3 \bar{R} \quad (\text{limite inférieure de contrôle})$$

Où les coefficients D_4, D_3 sont obtenues de la table ci-après

N.B : Tous les coefficients dépendent de la taille d'échantillon **n**.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A2	1,88	1,02	0,73	0,58	0,48	0,42	0,37	0,34	0,31
D3	0	0	0	0	0	0,07	0,14	0,18	0,22
D4	3,27	2,57	2,28	2,11	2	1,92	1,86	1,82	1,78
d2	1,13	1,69	2,06	2,37	2,53	2,7	2,85	2,97	3,08

Figure 5: Tableau des coefficients pour le calcul des cartes [6]

5-Identification des limites de contrôle sur la carte $\bar{X}$ et R :

a) lignes horizontales solides pour la moyenne globale ainsi que pour l'étendue moyenne.

b) lignes horizontales en pointillées pour les limites supérieures et inférieures de contrôle de chaque carte.

c) on indique habituellement les valeurs de $\bar{X}$, $\bar{R}$, $LSC_{\bar{X}}$, $LIC_{\bar{X}}$, $LSC_{\bar{R}}$, $LIC_{\bar{R}}$ sur les carte.

6-Diagnostics:

Analyser des points sur chaque carte de contrôle pour déceler les points hors contrôle.

B. Les fluctuations naturelles :

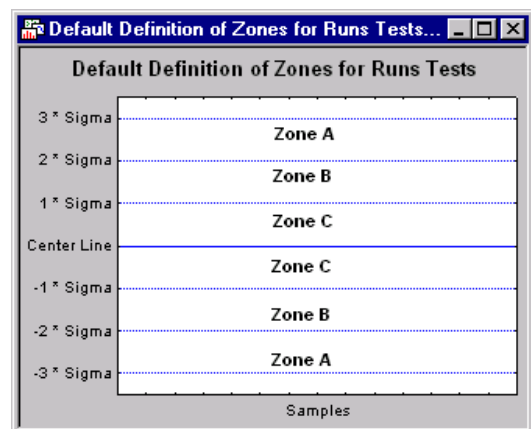
Un procédé est maîtrisé statistiquement lorsque la carte $\bar{X}$ et R présentent les aspects suivants :

Zone C : la majorité des points n'excèdent pas 1 écart type autour de la moyenne.

Zone B : Un certain nombre de points vont se situer au-delà d' 1 écart type de la moyenne ainsi n'excèdent pas 2 écarts-types.

Zone A : Quelques points vont se situer près des limites de contrôles.

Remarque : Il est très rare qu'un point se situe à l'extérieur des limites de contrôles.



C. Les fluctuations anormales :

➤ Les tests :

Divers tests sont utilisés pour diagnostiquer une cause spéciale sur une carte de contrôle. Le tableau suivant représente ces différents tests :

num. test	Description du comportement des points
▪ 1	Un point au-delà de la zone A (à l'extérieure des limites de contrôle).
▪ 2	9points consécutifs dans la zone C ou au-delà (positionnés du même coté de la ligne centrale).
▪ 3	6points consécutifs affichent une augmentation(ou diminution) graduelle.
▪ 4	14points consécutifs alternant en dent de scie (vers le haut vers le bas).
▪ 5	2points sur 3points consécutifs dans la zone A(ou au-delà).
▪ 6	4points sur 5points consécutifs dans la zone B(ou au-delà).
▪ 7	15points consécutifs dans les zones C (au-dessus ou au-dessous de la ligne centrale).
▪ 8	8points consécutifs de part et d'autre de la ligne centrale, mais n'ayant aucun points dans les zones C.

Et nous avons illustré chaque test sur la figure ci-dessous :

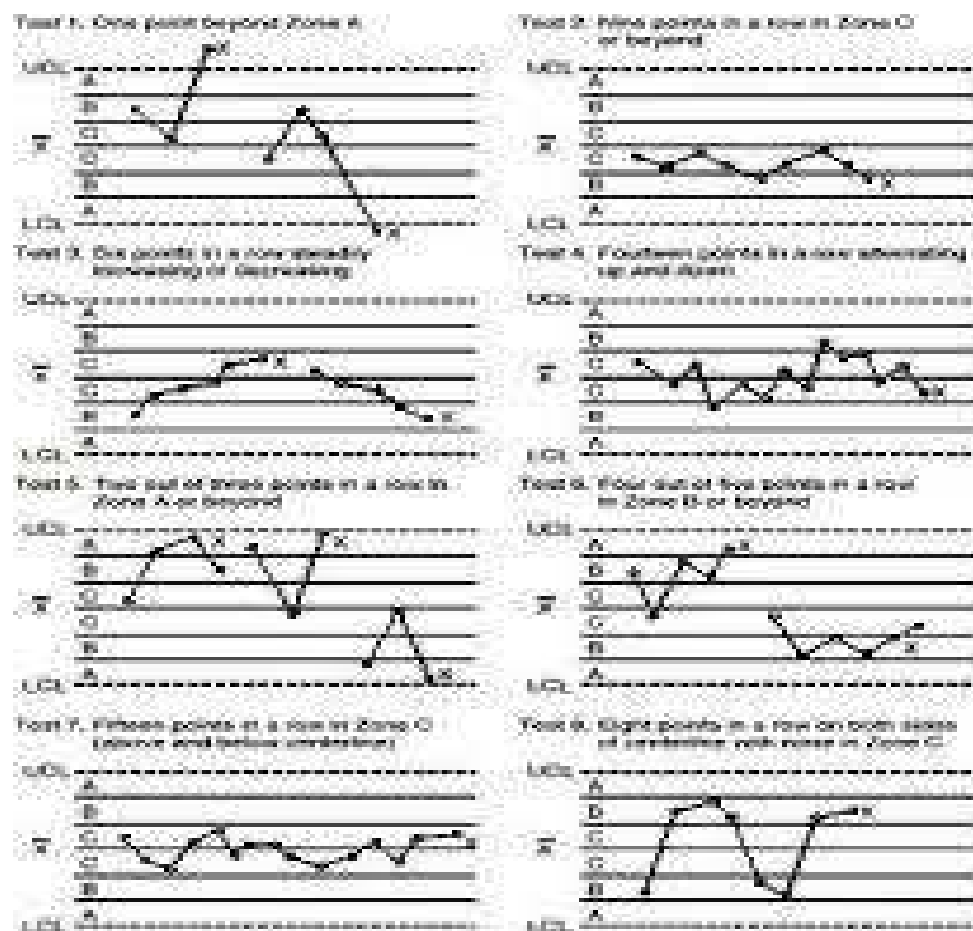


Figure 6:les 8 tests des situations hors contrôle [2]

➤ **Diagnostic :**

num. test	Diagnostic
▪ 1	points hors des limites de contrôle.
▪ 2	Suite de points indiquant une modification du niveau moyen de la caractéristique.
▪ 3	Tendance indiquant un changement progressif (augmentation ou diminution) de la caractéristique de qualité.
▪ 4	Séquence de points en dents de scie indiquant la présence d'une cause spéciale.
▪ 5	2 points dans la zone A signalant probablement la présence d'une cause spéciale.
▪ 6	4 points dans la zone B (ou au-delà) signalant la présence d'une cause spéciale; le procédé opère à un niveau moyen plus élevé ou plus faible.
▪ 7	Importance séquence de points fluctuant de façon trop serrée autour de la ligne centrale indiquant la présence d'une cause spéciale.
▪ 8	Suite de points présentant un écart important par rapport à la ligne centrale.

➤ **Situations hors contrôle et causes spéciales :**

Divers causes peuvent influencer le comportement des points sur les cartes de contrôle $\bar{X}$ et R, parmi eux :

Situation hors contrôle	Causes spéciales
✓ Un point en dehors des limites	-Calcul inexact des limites de contrôles. -Pointage inexact sur la carte. -Matière première inappropriée.
✓ Une tendance	-Détérioration d'une ou plusieurs pièces de la machine. -Fatigue de l'opérateur. -Changement graduel de la température, de l'humidité...
✓ Fluctuations en dents de scie	-Deux méthodes de mesures - Matières premières provenant de deux fournisseurs.
✓ Une suite de points	-Changement dans la méthode de contrôle. -Changement dans les matières premières.
✓ Points se situant près des limites de contrôle ou près de la ligne centrale	-Ajustement incorrect du procédé. -Données provenant de plusieurs sources de fabrication. -Erreur de calcul ou mauvais pointage.
✓ Carte présentant des sommets et des creux	-Données provenant de plusieurs sources de fabrication.
✓ Effet cyclique ou périodique	-Température, humidité (effets saisonniers). -Fatigue.

II. La capacité d'un procédé (Cp et Cpk) :

Le contrôle en cours de fabrication consiste non seulement à diagnostiquer des situations où le procédé n'est pas maîtrisé statistiquement et intervenir pour appliquer les mesures correctives mais également à déterminer si le procédé de fabrication adopté permet de fabriquer un produit dont les caractéristiques de qualité sont **compatibles** avec les spécifications. [6]

1. Définition :

Cp = capacité processus. Un indicateur simple et direct de la capacité du processus.

Cpk = Processus indice de capacité. Réglage de la Cp de l'effet de la distribution non-centrée.

2. Les indices de capabilité C_p et C_{pk} :

a) L'indice de capabilité C_p est le rapport entre l'intervalle de tolérance et la dispersion globale du procédé de fabrication :

$$C_p = \frac{T_s - T_i}{6\sigma}$$

b) L'indice de capabilité C_{pk} la valeur minimale obtenue de l'écart respectif entre la moyenne du procédé $\bar{X}$ et chacune des limites T_i et T_s des spécifications, cet écart étant divisé par 3σ :

$$C_{pk} = \min \left[\frac{T_s - \bar{X}}{3\sigma}, \frac{\bar{X} - T_i}{3\sigma} \right]$$

N.B : σ étant obtenue de $\frac{\bar{R}}{d_2}$. [6]

La quantité d_2 est une expression mathématique complexe et représente l'étendue moyenne d'une loi normale, d'écart-type unité.

3. Décision :

- Si $1 \leq C_p \leq 1,33$, le procédé est d'une capabilité acceptable.
Si $C_p < 1$, le procédé est incapable de fournir la précision désirée.
- Si $C_{pk} > 1,33$ alors le procédé est capable.
- Une valeur $C_{pk} = 0$ est une indication que la moyenne du procédé se situe à l'une ou l'autre des limites de la spécification, une valeur négative est une indication que la moyenne du procédé est à l'extérieur des tolérances.

Remarque :

- L'indice C_{pk} est toujours inférieur ou égale à l'indice C_p :
 $C_{pk} \leq C_p$

III. L'analyse de la variance :

L'analyse de la variance permet d'étudier le comportement d'une variable quantitative par rapport à une ou plusieurs facteurs différents.

Comparaison de plusieurs populations :

Soit K le nombre de populations que nous désirons comparer en fonction de leurs moyennes, les hypothèses à tester sont :

$$\begin{cases} H_0 : m_1 = m_2 = \dots = m_k = m \\ H_1 : \exists(i, j) \text{ tel que } m_i \neq m_j \end{cases}$$

- L'hypothèse nulle correspond au cas où les distributions suivent la même loi normale.

- L'hypothèse alternative est qu'il existe au moins une distribution dont la moyenne s'écarte des autres moyennes.

1. Tableau d'analyse de la variance(ANOVA) :

La table d'ANOVA permet de résumer les calculs nécessaires: [1]

Source de la variance	Degrés de liberté	somme des carrés	moyenne des carrés	F expérimentale
Entre les groupes	DDL_{facteur}	SCE_{facteur}	$S^2_{\text{facteur}} = \frac{SCE_{\text{facteur}}}{DDL_{\text{facteur}}}$	$F = \frac{S^2_{\text{facteur}}}{S^2_{\text{residu}}}$
A l'intérieur des groupes	DDL_{residu}	SCE_{residu}	$S^2_{\text{residu}} = \frac{SCE_{\text{residu}}}{DDL_{\text{residu}}}$	
Total	DDL_{total}	SCE_{total}		

Avec :

$$SCE_{\text{facteur}} = \sum_{i=1}^p n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \sim \chi^2(DDL_{\text{facteur}}) \quad \text{avec } DDL_{\text{facteur}} = \sum_{i=1}^{p-1} 1 = p-1$$

$$SCE_{\text{residu}} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad \text{Avec } DDL_{\text{residu}} = n-p$$

$$SCE_{total} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad \text{Avec DDL}_{total} = n-1$$

$$SCE_{total} = SCE_{facteur} + SCE_{residu}$$

$$S_{facteur}^2 = \frac{SCE_{facteur}}{p-1} = \frac{1}{p-1} \sum_{i=1}^p n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2$$

$$F = \frac{S_{facteur}^2}{S_{residu}^2} = \frac{\frac{SCE_{facteur}}{p-1}}{\frac{SCE_{residu}}{n-p}} \sim F(p-1, n-p)$$

$\bar{y}_i - \bar{y}$: Chaque moyenne d'échantillonnage par rapport à la moyenne globale.

$y_{ij} - \bar{y}$: Chaque observation par rapport à la moyenne globale.

n : la taille totale de population.

p : nombre de groupe.

n_i : la taille de chaque groupe.

2. Décision:

➤ Si $F_{exp} > F_{\alpha, p-1, n-p}$, alors le test significatif avec $\alpha=0,05$ est le seuil de signification et H_0 est fausse et H_1 est vraie.

3. Analyse multiples des moyennes : [1]

Si H_0 est fausse donc il existe i et j tel que : $m_i \neq m_j$

-Pour résoudre ce problème nous allons utiliser la méthode LSD (méthode du minimum de différence significative).

-Le test LSD permet la détection des groupes différents par la comparaison des moyennes des groupes deux à deux :

Pour chaque couple (i, j) on a : $H_0 : m_i = m_j$

Il existe i et j tel que : $H_1 : m_i \neq m_j$

$LSD = t_{\alpha/2, n-p} \times S_{\bar{x}_i - \bar{x}_j}$

On compare cette valeur à $|\bar{X}_i - \bar{X}_j|$ pour tout couple (i, j) .

Avec :

$$S_{\bar{x}_i - \bar{x}_j}^2 = \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right) \times S_{résidus}^2$$

4. Décision :

Si $LSD < |\overline{X}_i - \overline{X}_j|$ alors, on rejette H_0 , c.-à-d. il existe une différence significative entre m_i et m_j .

IV. Contrôle sur le contenu net de 5 échantillons des bouteilles en verre:

➤ MESURE DU CONTENU NET:

Ce contrôle permet d'évaluer le fonctionnement du sou tireuse et le remplissage de bouteilles. [3]

➤ MODE OPERATOIRE :

On mesure le poids de cinq bouteilles pleines (P_p) et leur poids vides (P_v), on injecte la boisson gazeuse dans le densimètre électronique qui mesure le Brix et en fonction de celui-ci on détermine la densité correspondante. [3]

Contenu net :

$$D = (P_p - P_v) / CN$$

Avec : P_p : Le poids plein

P_v : Le poids vide

D : La densité

Chapitre 3: Traitements des données

I. Problématique :

Le contrôle statistique de remplissage des bouteilles de verre des boissons gazeuses de différentes tailles.

II. Traitement statistique de trois boissons de taille 1L :

a) Les données :

le produit	l'heure	X1	X2	X3	X4	X5
coca 1L	08:00	999,16	998,18	1001,18	1002,82	1000,21
coca 1L	09:00	1003,23	999,51	1000,56	1001,23	1003,09
coca 1L	10:00	999,15	1003,79	998,82	1007,08	1003,23
coca 1L	11:00	1001,51	1001,1	1002,78	999,55	999,48
coca 1L	12:00	998,7	1001,08	997,55	996,56	1002,06
coca 1L	13:00	1001,42	995,39	1002,43	1005,72	999,62
coca 1L	14:00	1000,03	996,95	1002,77	998,82	998,65
coca 1L	15:00	1001,42	1000,62	1004,33	1006,05	1005
coca 1L	16:00	1001,47	1004,77	1002,91	1002,78	999,71
coca 1L	17:00	1001,43	1002,64	1002,44	1000,83	1002,01
HAWA 1L	08:00	1002,12	1002,39	1000,58	1001,21	998,93
HAWA 1L	09:00	1001,73	1002,14	1001,41	1001,82	1002,36
HAWA 1L	10:00	1001,04	1001,35	1002,74	1002,63	1000,84
HAWA 1L	11:00	1002,72	1004,77	1003,18	1001,7	1004,27
HAWA 1L	12:00	1000,43	1001,8	1002,62	1003,54	1001,91
HAWA 1L	13:00	1002,77	1001,7	1001,55	1000,89	1004,01
HAWA 1L	14:00	998,4	997,54	999,09	993,47	997,74
HAWA 1L	15:00	992,85	993,83	1004,26	995,68	995,48
HAWA 1L	16:00	997,54	999,09	998,4	993,47	997,74
HAWA 1L	17:00	992,29	995,31	998,05	996,73	987,52
FANTA 1L	08:00	1001,81	1000,15	1000,88	1000,78	999,64
FANTA 1L	09:00	999,69	993,2	1000,83	996,37	991,92
FANTA 1L	10:00	998,09	999,39	996,35	995,5	1000,33
FANTA 1L	11:00	1001,5	1006,99	996,23	995,69	992,98
FANTA 1L	12:00	1000,49	991,85	998,63	994,63	994,21
FANTA 1L	13:00	1002,86	1001,24	999,63	1002,59	1002,01
FANTA 1L	14:00	1000,14	1002,27	1004,11	1001,55	1001,43
FANTA 1L	15:00	1001,73	1003,83	1002,47	1000,47	1002,31
FANTA 1L	16:00	1001,55	1002,03	1002,05	1004,13	1002,99
FANTA 1L	17:00	1000,77	1001,61	1001,93	1002,83	1003,27

b) Test sur moyenne-étendue :

*** Les cartes de contrôles : $\bar{X}$ et R**

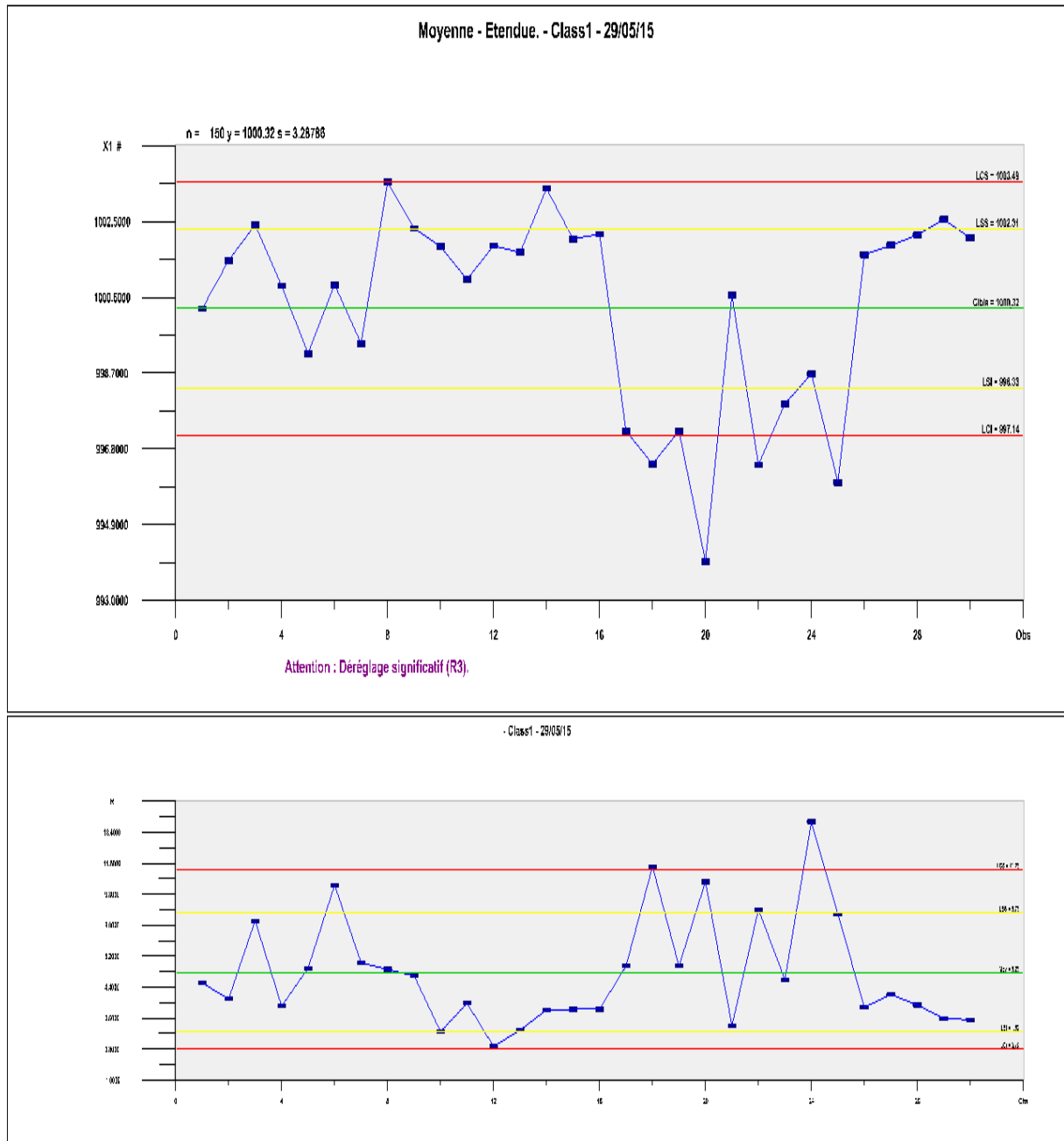


Figure 7: cartes de contrôles $\bar{X}$ et R pour 3 boissons d'1L

* **les mesures :**

1) Caractéristique Carte de la moyenne

Ecart-type choisi	Moyenne Etendues (CT)	2,2479
Limite(s) choisie(s)	Bilatérales	
LSI	998,3255	
LSS	1002,3063	
LCI	997,1394	
LCS	1003,4923	

Variable N°:	Libellé :	Nombre de Répétitions
3	X1 X1	5
Cible	Ti	Ts
1000,3159	985,0	1015,0

2) Caractéristique Carte de l'Etendue

Cible	Moyenne calculée	5,2287
Ecart-type choisi	Moyenne Etendues (CT)	2,2479
Limite(s) imposée(s)	Bilatérales	
LSI	1,8196	
LSS	8,7270	
LCI	0,7877	
LCS	11,2346	

* **Commentaires des résultats :**

On a un suivi de la chronologie de remplissage des bouteilles d'1L

On remarque qu'on a plusieurs points à l'extérieur des limites de surveillance qui est une zone d'alerte.

Le procédé subit une grande dispersion lors du changement de la matière première par exemple entre le 2^{ème} produit et le 3^{ème} produit au point (x=20 ; y=993,98).

Cette carte de contrôle étendue-moyenne indique que ces 3 produits subissent des fluctuations anormales suivant les tests 1et 5.

c) Etude de capabilité :

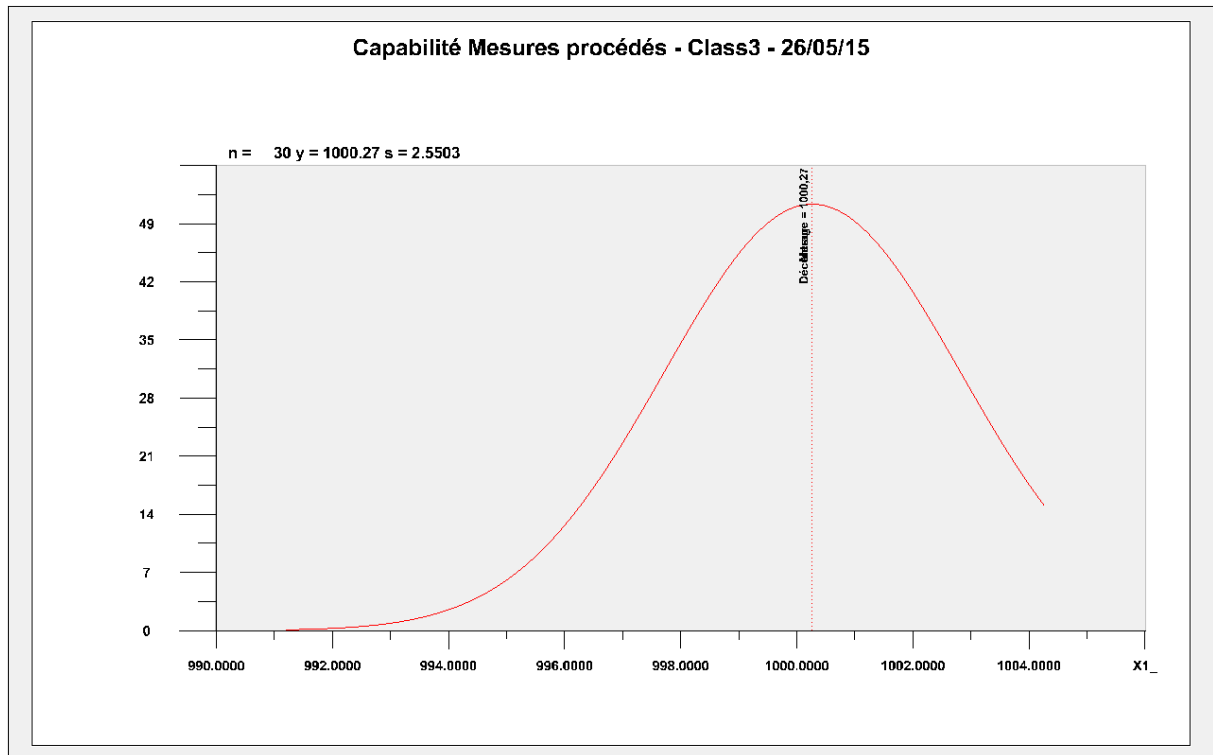


Figure 8:Etude de capabilité pour 1L

* Calcule des indices de capabilité (avec niveau de confiance 95%) :

On a

$$\sigma = 2,5503$$

$$\bar{X} = 1000,27$$

$$T_i = 985$$

$$T_s = 1015$$

Donc,

$C_p = 1,96 \geq 1,33$, alors le procédé est d'une capabilité acceptable.

$C_{pk} = \min(1,92 ; 1,99) = 1,92 > 1,33$ donc le procédé est d'une capabilité acceptable.

d) Test sur l'analyse de la variance (avec niveau de confiance 95%) :

* Tableau d'ANOVA :

Source de la variance	Degrés de liberté	somme des carrés	moyenne des carrés	F expérimentale	Niveau de Confiance (%)
Entre les groupes	2	65,5985	32,7993	3,1205	95,29%
A l'intérieur des groupes	147	1545,0927	10,5108		
total	149	1610,6912			

* Test de Fisher : résultats

On a

$$F_{\text{exp}} = 3,1205$$

$$F_{\alpha, p-1, n-p} = F_{0.05, 2, 147} = 19,5$$

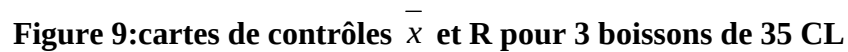
$F_{\text{exp}} < F_{\alpha, p-1, n-p}$ Alors, l'Hypothèse H_0 est vraie c.-à-d. que les trois moyennes sont égales.

III. Traitement statistique de trois boissons de taille 35CL :

a) Les données :

le produit	l'heure	X1	X2	X3	X4	X5
hawai 35CL	08:00	355,19	354,78	354,03	354,29	354,19
hawai 35CL	09:00	354,32	354,31	353,82	353,81	354,19
hawai 35CL	10:00	353,65	354,62	353,81	354,9	353,87
hawai 35CL	11:00	354,36	354,02	352,71	354,43	354,53
hawai 35CL	12:00	351,01	353,84	353,63	353,26	353,62
hawai 35CL	13:00	353,34	354,05	354,45	352,84	353,34
hawai 35CL	14:00	347,44	345,93	350,35	347,83	346,06
hawai 35CL	15:00	345,55	348,17	349,37	348,81	350,34
hawai 35CL	16:00	350,94	350,32	348,6	350,3	350,32
hawai 35CL	17:00	351,47	350,95	351,43	351,52	352,56
Fanta 35CL	08:00	351,8	350,6	350,48	350,99	351,16
Fanta 35CL	09:00	344,5	350,75	346,13	346,98	346,6
Fanta 35CL	10:00	349,66	350,16	350,73	351,33	349,27
Fanta 35CL	11:00	349,71	350,1	351,69	347,68	351,16
Fanta 35CL	12:00	347,24	350,8	351,75	348,97	352,17
Fanta 35CL	13:00	350,28	349,83	346,8	349,05	349,09
Fanta 35CL	14:00	347,17	353,53	349,05	351,13	350,84
Fanta 35CL	15:00	351,8	350,6	350,48	350,99	351,16
Fanta 35CL	16:00	344,5	350,75	346,13	346,98	346,6
Fanta 35CL	17:00	349,66	350,16	350,73	351,33	349,27
sprite 35 CL	08:00	350,47	352,43	352,56	352,21	352,04
sprite 35 CL	09:00	350,75	352,48	350,5	352,24	353,94
sprite 35 CL	10:00	353,56	351,97	351,05	352,64	349,86
sprite 35 CL	11:00	355,3	350,94	354,29	353,61	354,44
sprite 35 CL	12:00	353,94	353,92	353,07	350,94	355,14
sprite 35 CL	13:00	353,42	351,96	352,79	353,73	351,99
sprite 35 CL	14:00	351,6	352,95	350,8	351,15	351,88
sprite 35 CL	15:00	351,94	351,55	352,41	351,04	352,29
sprite 35 CL	16:00	352,11	351,38	351,51	351,7	351,7
sprite 35 CL	17:00	354,22	351,74	351,34	352,43	351,83

* **Les cartes de contrôle** : $\bar{X}$ et R



* **Les mesures :****1) Caractéristique Carte de la moyenne**

Ecart-type choisi	Moyenne Etendues (CT)	1,2478
Limite(s) choisie(s)	Bilatérales	
LSI	350,2388	
LSS	352,4484	
LCI	349,5804	
LCS	353,1068	

Variable N°:	Libellé :	Nombre de Répétitions
3	X1 _ X1	5
Cible	Ti	Ts
351,3436	341,3	358,5

2) Caractéristique Carte de l'Etendue

Cible	Moyenne calculée	2,9023
Ecart-type choisi	Moyenne Etendues (CT)	1,2478
Limite(s) imposée(s)	Bilatérales	
LSI	1,0100	
LSS	4,8442	
LCI	0,4373	
LCS	6,2361	

* **commentaires des résultats :**

On a un suivi de la chronologie de remplissage des bouteilles de 35CL.

On remarque qu'on a plusieurs points à l'extérieur des limites de contrôle.

Le procédé subit des dispersions importantes lors du remplissage de HAWAI par exemple au point (x=6 ; y=353,6), FANTA par exemple au point (x=18 ; y=351) et SPRITE au point (x=23 ; y= 351,8).

Cette carte de contrôle moyenne-étendue indique que ces 3 produits subissent des fluctuations anormales suivant le test 1.

c) Etude de capabilité :

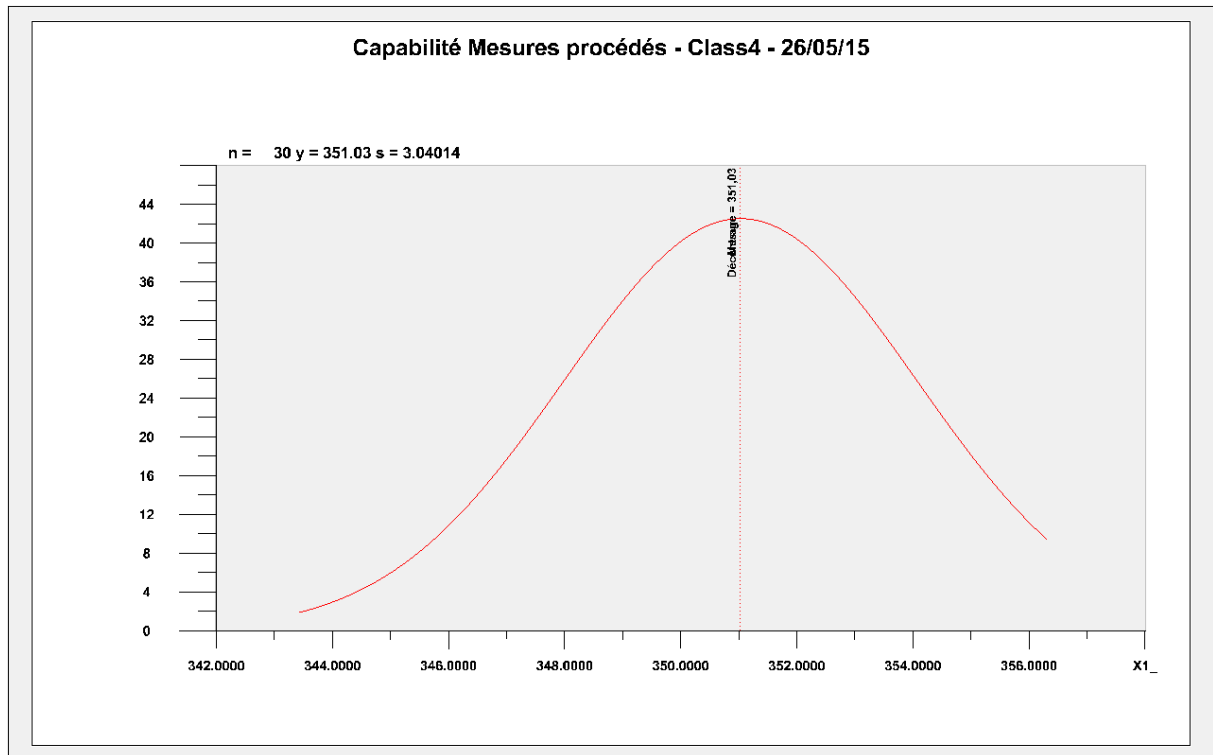


Figure 10:Etude de capabilité pour 35CL

* Calcul des indices de capabilité (avec niveau de confiance 95%) :

On a

$$\sigma = 3,04014$$

$$\bar{X} = 351,03$$

$$T_i = 341,3$$

$$T_s = 358,5$$

Donc, $C_p = 0,9 < 1$ alors, le procédé n'est pas capable.

$C_{pk} = \min(0,82 ; 1,07) = 0,82 < 1,33$ donc, le procédé n'est pas capable.

d) Test sur l'analyse de la variance (avec niveau de confiance 95%) :

*** Tableau d'ANOVA :**

Source de la variance	Degrés de liberté	somme des carrés	moyenne des carrés	F expérimentale	Niveau de Confiance (%)
Entre les groupes	2	227,3966	113,6983	26,9127	100%
A l'intérieur des groupes	147	621,0311	4,2247		
total	149	848,4277			

*** Test de Fisher : résultats**

$$F_{\text{exp}} = 26,9127$$

$$F_{\alpha, p-1, n-p} = F_{0,05; 2; 147} = 19,5$$

$F_{\text{exp}} > F_{\alpha, p-1, n-p}$ Alors, H_0 est fausse et les moyennes sont significativement différentes.

*** Comparaison des trois moyennes : résultats**

Le tableau suivant nous donne les moyennes de trois produits de 35 CL :

le produit	la moyenne
HAW - Hawaï 35CL	M1=352, 1049
FAN - Fanta 35CL	M2=349,6064
SPR - spirite 35 CL	M3=352,315

Soient les hypothèses suivantes : $H_0: M1=M2$

$$H_1: M1 \neq M2$$

$$\begin{aligned}
 \text{On a } S^2_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} &= \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \times S^2_{\text{résidus}} \\
 &= \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{30} \right) \times 4,2247 \\
 &= 0,56
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{LSD} &= t_{\alpha/2, n-p} \times S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} \\
 &= t_{0,025; 147} \times \sqrt{0,56} \\
 &= 1,960 \times \sqrt{0,56} \\
 &= 1,47
 \end{aligned}$$

$$\text{Et } |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| = |352,1049 - 349,6064| = 2,4985$$

On remarque que $\text{LSD} < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|$ donc, on rejette H_0 .

Soient les hypothèses suivantes : $H_0: M2=M3$

$$H_1: M2 \neq M3$$

$$\text{On a } \text{LSD} = 1,47$$

$$\text{Et } |\bar{X}_2 - \bar{X}_3| = |349,6064 - 352,315| = 2,7086$$

On remarque que $\text{LSD} < |\bar{X}_2 - \bar{X}_3|$ donc, on rejette H_0 .

Soient les hypothèses suivantes : $H_0: M1=M3$

$$H_1: M1 \neq M3$$

$$\text{On a } \text{LSD} = 1,47$$

$$\text{Et } |\bar{X}_1 - \bar{X}_3| = |352,1049 - 352,315| = 0,2051$$

On remarque que $\text{LSD} > |\bar{X}_1 - \bar{X}_3|$ donc, on garde H_0 c.à.d. $M1=M3$.

IV. Traitement statistique de trois boissons de taille 20CL :

a) Les données :

le produit	l'heure	X1	X2	X3	X4	X5
coca 20CL	08:00	201,3	200,35	198,05	197,77	199,42
coca 20CL	09:00	198,7	200,65	207,01	202,45	200,25
coca 20CL	10:00	200,86	200,85	200,21	203,37	198,91
coca 20CL	11:00	198,92	199,98	200,03	201,28	199,42
coca 20CL	12:00	200,96	197,91	201,31	201,21	202,55
coca 20CL	13:00	200,25	200,8	199,63	195,77	197,9
coca 20CL	14:00	195,51	199,62	200,88	197,23	199,87
coca 20CL	15:00	201,44	199,53	200,73	201,86	201,35
coca 20CL	16:00	200,07	201,17	201,05	202,48	201,84
coca 20CL	17:00	201,8	199,85	202,12	203,22	201,63
FANTA OR	08:00	202,37	202,43	202,05	200,73	200,6
FANTA OR	09:00	202,01	202,33	201,73	201,29	201,36
FANTA OR	10:00	203,31	200,03	201,51	201,27	202,62
FANTA OR	11:00	198,54	201,26	200,58	200,03	201,29
FANTA OR	12:00	199,89	200,55	201,73	201,45	201,91
FANTA OR	13:00	202,58	203,2	200,51	200,02	201,77
FANTA OR	14:00	202,37	202,43	202,05	200,73	200,6
FANTA OR	15:00	200,91	202,1	202,79	201,52	202,89
FANTA OR	16:00	202,01	202,33	201,73	201,29	201,36
FANTA OR	17:00	200,1	201,48	199,18	202,42	201,91
schwe.tonic	08:00	200,6	197,84	199,8	201,48	198,06
schwe.tonic	09:00	197,79	201,8	201,14	201,69	201,54
schwe.tonic	10:00	199,12	200,35	199,14	199,38	202,11
schwe.tonic	11:00	203,31	200,03	201,51	201,27	202,62
schwe.tonic	12:00	202,58	199,69	202,23	202,49	200,52
schwe.tonic	13:00	200,97	202,72	203,2	199,23	200,62
schwe.tonic	14:00	198,19	195,42	196,42	198,47	198,33
schwe.tonic	15:00	199,54	198,19	199,34	202	199,15
schwe.tonic	16:00	198,02	196,46	197,83	199,32	200,03
schwe.tonic	17:00	201,07	199,37	197,99	199,67	200,05

b) Test sur moyenne-étendue :

*** Les cartes de contrôle : $\bar{X}$ et R**

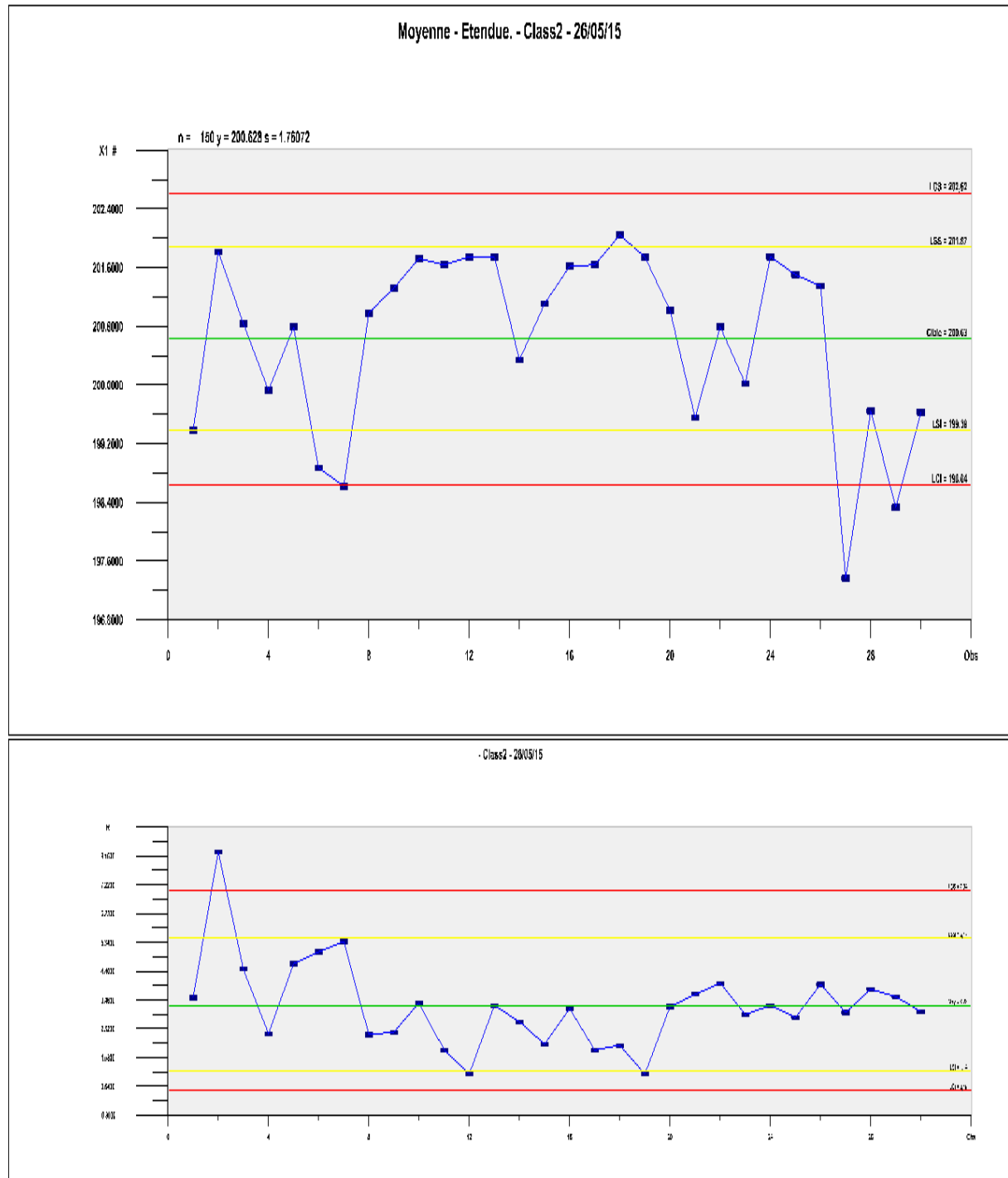


Figure 11: cartes de contrôles $\bar{X}$ et R pour 3 boissons de 20 CL

* **Les mesures :**

1) Caractéristique Carte de la moyenne

Ecart-type choisi	Moyenne Etendues (CT)	1,4086
Limite(s) choisie(s)	Bilatérales	
LSI	199,3805	
LSS	201,8749	
LCI	198,6374	
LCS	202,6181	

Variable N°:	Libellé :	Nombre de Répétitions
3	X1 X1	5
Cible	Ti	Ts
200,6277	195	204,9

2) Caractéristique Carte de l'Etendue

Cible	Moyenne calculée	3,2763
Ecart-type choisi	Moyenne Etendues (CT)	1,4086
Limite(s) imposée(s)	Bilatérales	
LSI	1,1402	
LSS	5,4684	
LCI	0,4936	
LCS	7,0397	

* **Commentaires des résultats :**

On a un suivi de la chronologie de remplissage des bouteilles de 20CL.

On remarque qu'on a plusieurs points à l'extérieur des limites de contrôle.

Le procédé subit des dispersions différentes et graduelles lors du remplissage de COCA au point (x=7 ; y=198,62), et de SCHWEPS TONIC au point (x= 25; y= 201,35).

Cette carte de contrôle moyenne-étendue indique que ces 2 produits subissent des fluctuations anormales suivant les tests 1 et 3.

c) Etude de capabilité :

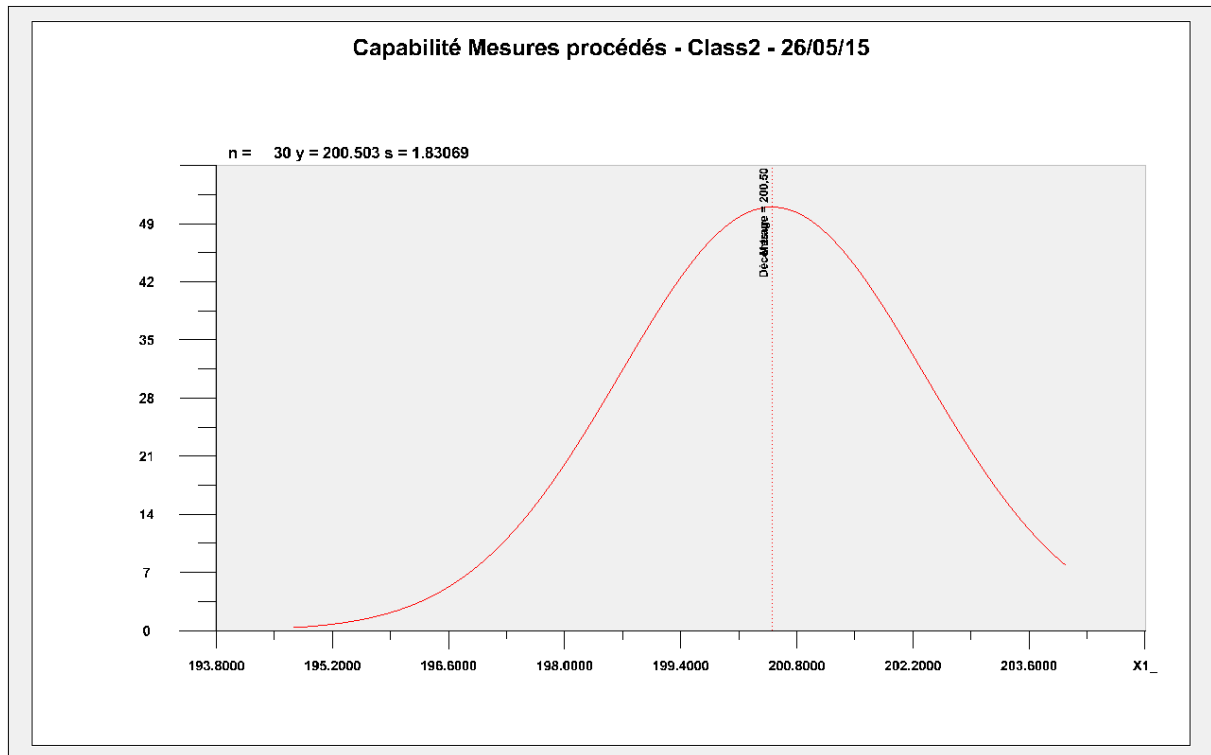


Figure 12:Etude de capabilité pour 20CL

* Calcule des indices de capabilité (avec niveau de confiance 95%) :

On a

$$\sigma = 1,83069$$

$$\bar{X} = 200,503$$

$$T_i = 195$$

$$T_s = 204,9$$

Donc,

$C_p = 0,9 \leq 1$, alors le procédé est d'une capabilité insuffisante.

$C_{pk} = \min(0,8 ; 1) = 0,8 < 1,33$ donc, le procédé n'est pas capable.

d) Test sur l'analyse de la variance (avec niveau de confiance 95%) :

*** Tableau d'ANOVA :**

Source de la variance	Degrés de liberté	somme des carrés	moyenne des carrés	F expérimentale	Niveau de Confiance (%)
Entre les groupes	2	57,0038	28,5019	10,3473	99,99
A l'intérieur des groupes	147	404,9152	2,7545		
total	149	461,9190			

*** Test de Fisher : résultats**

$$F_{\text{exp}} = 10,3473$$

$$F_{\alpha, p-1, n-p} = F_{0.05; 2; 147} = 19,5$$

$F_{\text{exp}} < F_{\alpha, p-1, n-p}$ Alors, l'Hypothèse H_0 est vraie c.à.d. que les trois moyennes sont égales.

CONCLUSION:

- le procédé de remplissage des bouteilles en verre doit avoir une amélioration statistique.
- Après chaque changement de matière première le procédé de remplissage s'éloigne de la valeur cible.
- On a trouvé une grande variation autour de la moyenne cible.
- Le test LSD indique que le problème se trouve au niveau du remplissage de FANTA 35CL (M3).
Donc, on peut dire que cette anomalie est due à :
 - ✓ La température & la pression du mixeur.
 - ✓ La contre pression de la sou tireuse.
 - ✓ La vitesse du soutirage.
 - ✓ Les arrêts.
- Une maitrise du procédé est nécessaire pour un meilleur fonctionnement.

Toutes les bouteilles contrôlées répondent aux spécificités exigées par la compagnie COCA COLA.

D'après l'étude statistique effectuée au sein de la CBGN l'objectif n'était pas uniquement de satisfaire les exigences mais également d'améliorer le procédé de remplissage des bouteilles afin de réduire la fréquence de contrôle.

On remarque qu'après l'arrêt du procédé, ce dernier subit des dérèglements ce qui aboutit à des moyennes du remplissage significativement différentes entre les contenances surtout pour le volume 35 cl.

Table de matière

Introduction générale

CHAPITRE 1 : Historique de la CBGN & Processus de fabrication

Présentation de la société CBG	8
1- Historique de la société	8
2- Fiche technique de CBGN	9
3 - Structure organisationnelle	10
4-Activité de la CBGN	11

CHAPITRE 2 : Rappels Mathématiques

Objectif	13
introduction	13
stabilité d'un procédé	14

V. Les cartes de contrôle pour grandeurs mesurables : cartes $\bar{X}$ et R

A. carte de contrôle $\bar{X}$ et R	15
1-Modalités de prélèvements des échantillons	15
2-Calcul des moyennes et des étendues	16
3-Représentation graphique des moyennes et des étendues	16
4-Calcul des limites provisoires de contrôle	16
5-Identification des limites de contrôle sur la carte $\bar{X}$ et R	18
6-Diagnostics	18

B. Les fluctuations naturelles 18

C. Les fluctuations anormales 18

VI. La capabilité d'un procédé (C_p et C_{pk}) 21

1-définition	21
2-Les indices de capabilité C_p et C_{pk}	22
3-Conclusion	22

VII. L'analyse de la variance 22

1-Comparaison de plusieurs populations	23
2-Tableau d'analyse de la variance(ANOVA)	23
3-Conclusion	24
4-Analyse multiples des moyennes	25
5-Décision	25

VIII. Contrôle du contenu net de 5 échantillons des bouteilles en verre 25

CHAPITRE 3: Traitements des données

V. Problématique	27
VI. Traitement statistique de 3 boissons de taille 1L	27
a. Les données	27
b. Test sur moyenne-étendue	28
c. Etude de capabilité	30
d. Test sur l'analyse de la variance	31
VII. Traitement statistique de 3 boissons de taille 35CL	32
a. Les données	32
b. Test sur moyenne-étendue	33
c. Etude de capabilité	34
d. Test sur l'analyse de la variance	35
VIII. Traitement statistique de 3 boissons de taille 20CL	38
a. Les données	38
b. Test sur moyenne-étendue	39
c. Etude de capabilité	41
d. Test sur l'analyse de la variance	42
Conclusion	43
Table de matière	44
Références	46

Références:

[1] [http://fr.wikipedia.org/analyse de la variance](http://fr.wikipedia.org/analyse%20de%20la%20variance)

[2] [Www.infoqualite.accordance.fr](http://www.infoqualite.accordance.fr)

[3] L'archive du laboratoire qualité de la CBGN

[4] <http://www.coca-cola-entreprise.fr>

[5] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Coca-Cola>

[6] Bibliothèque : Maîtrise statistique des procédés/Gérald Baillargeon