UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
Département des Mathématiques

Projet de Fin d'Etudes

Licence Sciences et Techniques

MATHEMATIQUES ET APPLICATIONS

Minimisation de coût de transport d'eau potable

Réalisé par :

LAMSSIAH AHLAME

Encadré par :

- Pr. ETTAOUIL Mohammed. (FST- Fès)

- Mr. LAHLOU Mohamed. (L'ONEEP)

Soutenu le 17 Juin 2015 devant le jury composé de :

- **Pr. ETTAOUIL Mohammed.**
- **Pr .CHAKIR Loqman.**
- **Pr .EL KHOULANI Rachid.**
- **Pr. GHANOU Youssef.**

Stage effectué à l' ONEEP

Année universitaire : 2014 /2015

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES FES_SAIS
B.P.2202_Route d'Imouzzer_FES
212(0)53561186_Fax:212(0)535608214
Site web: http://www.fst-usmba.ac.m

Dédicaces

Je dédie ce thème …

À MES PARENTS que c'est grâce à eux que j'ai pu faire ce travail je ne trouve pas les mots pour les remerciés et pour exprimer mon amour éternel et j'espère que ce travail soit un beau cadeau pour vous.

À MON CHER MARI qui a été trop patient avec moi tout au long de mes études. Je lui dédie ce travail, même si aucune dédicace n'exprimera ma considération et mon grand respect envers lui.

À MES CHERES SOEURS Je vous dédie également ce travail en vous souhaitant un avenir plein de réussite et de bonheur.

À MES CHÈR(E)S AMI(E)S Pour l'amitié sincère et l'affection profonde que nous partageons, pour tous les moments heureux que nous ayons passé ensemble, je vous dédie ce travail en vous souhaitant une vie pleine de réussite, de santé et de bonheur.

À TOUTES LES PERSONNES qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Remerciements

Je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé à réaliser ce travail, et ceux qui ont veillé à l'organisation de ce stage en particulier :

Au terme de ce rapport, je veux remercie mon encadrant de stage : Mr LAHLOU MOHAMED (chef Division Développement), pour ses qualités de conseils et son orientation pour l'élaboration de ce travail.

Tous les membres du personnel de l'ONEE qui m'ont accueilli chaleureusement durant ma période de stage.

Je remercie bien sur mes encadrant pédagogiques : Pr. CHAKIR LOQMAN et Pr. ETTAOUIL MOHAMED, pour l'encadrement de ce travail, pour tous le temps et l'aide qu'ils m'ont donné et aussi pour la gentillesse et la spontanéité avec lesquelles vous avez bien voulu diriger ce travail.

Les membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail , Mr. CHAKIR LOQMAN (Pr. A l'école Supérieure de Technologie de Meknès), Mr. ETTAOUIL Mohamed (Pr. A la Faculté des Sciences et Techniques de Fès), Mr. ELKHOULANI RACHID (Pr. A la Faculté des Sciences et Techniques de Fès), et Mr. GHANOU YOUSSEF (Pr. A l'école Supérieure de Technologie de Meknès).

Enfin, je profite de cette occasion pour exprimer mes remerciements et mes respects envers tous mes amis et ma famille.

Sommaire

Liste des figures

INTRODUCTION

L'eau est une ressource essentielle pour l'humanité ; elle est nécessaire aux besoins humains fonctionnels, consacrée à l'agriculture, elle est à la base de l'alimentation humaine, elle contribue à de nombreuses activités économiques, notamment dans le secteur industriel où elles sont les plus importantes. Considérée comme un maillon primordial dans les équilibres biologiques et écologiques : l'eau est donc au cœur de la problématique du développement durable.

L'évolution spectaculaire que connaît l'environnement urbain et industriel pose, dans de nombreux pays : le **problème de l'eau**.

Aujourd'hui, il nous suffit d'ouvrir le robinet pour profiter à volonté d'une eau de qualité. Après avoir été traitée, et stockée, l'eau est distribuée grâce à des réseaux de canalisations.
Cela peut vous paraître simple et naturel, pourtant ses progrès sont récents.

Dans ce travail on va voir les étapes de conduction de cette matière brute et on va s'intéresser au problème de distribution d'eau sous forme d'un problème mathématique de transport, afin de minimiser le coût de distribution.

Chapitre 1

Présentation de l'ONEEP

1-Présentation de générale l'ONEEP

- **L'ONEE (Office Nationale de l'électricité et de l'Eau Potable)** créé en 1972, est un établissement public à caractère industriel et commercial, doté de la personnalité civile et de l'autonomie financière, placé sous la tutelle du ministère de l'Equipement.
- Acteur principal dans le secteur de l'eau potable et de l'assainissement, les missions principales de l'Office vont de la planification de l'approvisionnement en eau potable jusqu'à sa distribution en passant par les phases, études, conception, réalisation, gestion, exploitation des unités de production, de distribution et d'assainissement liquide et enfin du contrôle de la qualité des eaux jusqu'à la protection de la ressource.

2-Objectifs de l'ONEEP

La qualité des services de l'ONEE n'est pas seulement un enjeu économique, c'est une mission dont l'objectif principale est la satisfaction d'une besoins vital : garantir, en continu, la disponibilité d'une eau potable.

En effet, la politique de l'ONEE, se base sur les critères :

- ✓ La mise à disposition de l'eau en quantité suffisante et à coût économiquement acceptable.
- ✓ Le respect des normes de qualité en vigueur.
- ✓ L'information et la sensibilisation.
- ✓ Le traitement des réclamations.

Pour atteindre ces objectifs, les efforts étaient et sont constamment déployés pour trouver les meilleurs compromis entre les exigences du consommateur, l'optimisation des coûts de production, la maîtrise totale des processus et la garantie de l'adhésion des ressources humaines par la motivation et la reconnaissance.

Mais, compte tenu de la complexité technique de la criticité du produit, la nécessité d'une démarche informative n'a pas tardé à se faire sentir.

3-Missions de l'ONEEP

Les missions de l'ONEE sont :

- Planification de l'approvisionnement en eau potable (AEP) à l'échelle nationale.
- Production de l'eau potable.
- Distribution de l'eau potable pour le compte des collectivités locales
- Gestion de l'assainissement liquide pour le compte des C.L
- Contrôle de la qualité des eaux
- Pérenniser, Sécuriser et renforcer l'AEP en milieu urbain
- Généraliser l'accès à l'eau potable en milieu rural
- Rattraper le retard en matière d'Assainissement liquide

4-Les principales activités de l'ONEEP

- **PLANIFIER** : L'approvisionnement en eau potable du Royaume et la programmation des projets.

- **ETUDIER** : L'approvisionnement en eau potable et assurer l'exécution des travaux des unités de production.

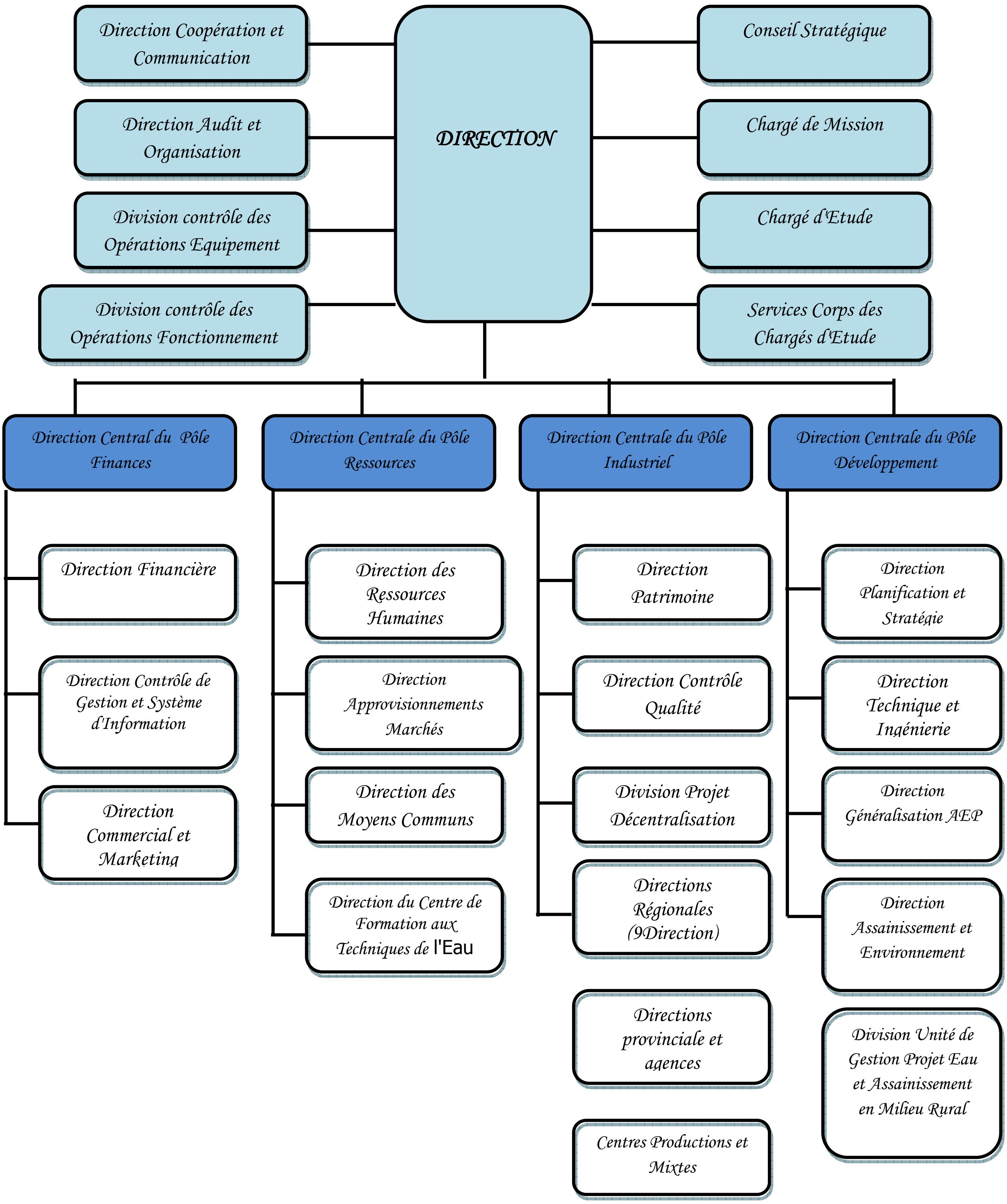
- **GERER** : La production d'eau potable et assure la distribution pour le comte des commandes qui le souhaitent

- **CONTROLE** : La qualité des eaux produites et distribuées et la pollution des eaux susceptibles d'être utilisées pour l'alimentation humaine.

- **ASSISTER** : En matière de surveillance de la qualité de l'eau.

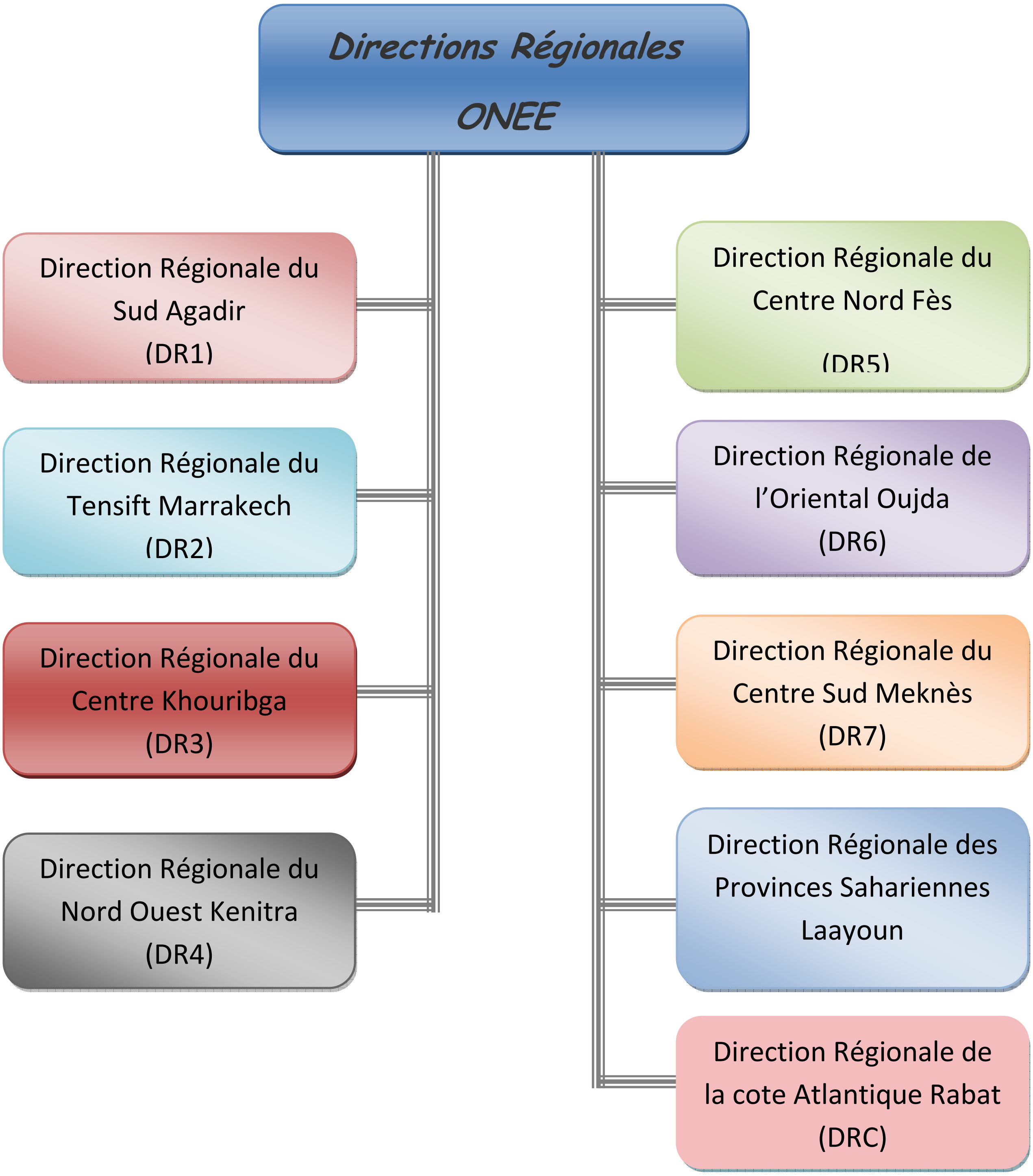
- **PARTICIPER** : Aux études, en liaison avec les ministres intéressés, des projets de textes législatifs et réglementaire nécessaires à l'accomplissement de sa mission

5-L'organigramme générale de l'ONEEP



6-Les directions régionales de l'ONEEP

Le nouveau découpage de l'ONEP au niveau régional a donné naissance à neuf directions régionales selon l'ordre suivant :



7-La direction régionale du centre nord Fès

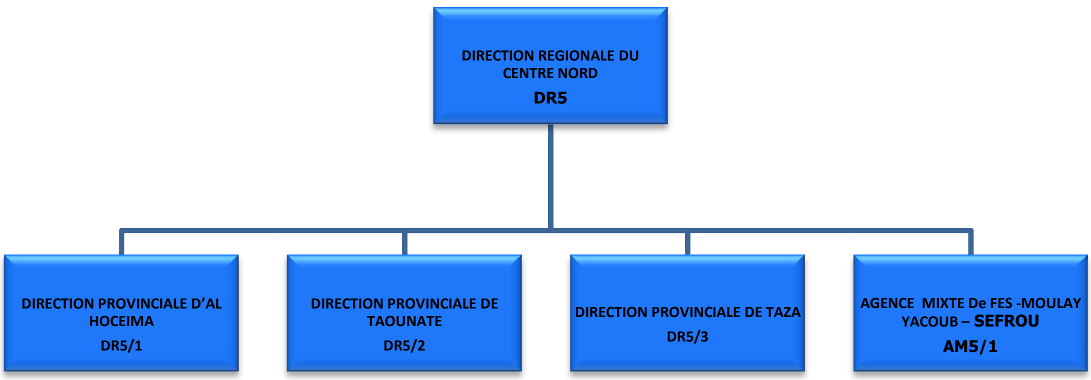
La Direction Régionale du Centre Nord a été créée en juillet 1979 dans le cadre de la décentralisation, elle a pour mission l'alimentation en eau potable des zones dépendantes de son territoire.

Cette Direction supervise aussi l'exploitation et la maintenance de l'ensemble des installations existantes dans les centres de production et de distribution sous sa responsabilité.

La Direction couvre la cinquième région économique du Royaume (DR5) regroupe deux Régions : Région de FES - BOULMANE et Région de AL HOUCIMA – TAOUNATE - TAZA qui comprennent la Préfecture de FES et les provinces d'AL HOCEIMA, TAOUNATE, TAZA, SEFROU et BOULEMANE.

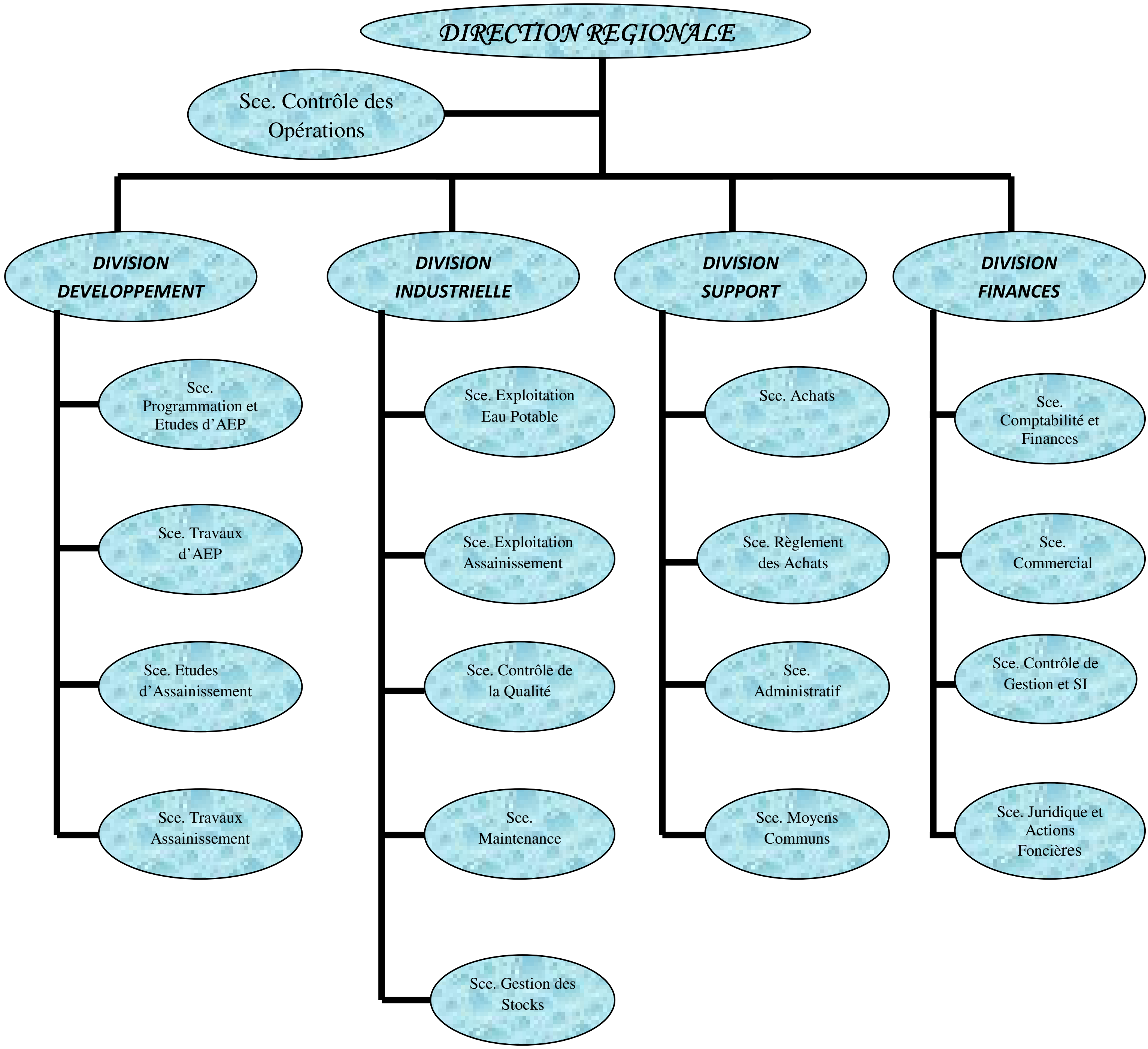
La Direction Régionale de FES (DR5) dispose actuellement 3 Directions Provinciales et une Agence Mixte :

- Direction Provinciale d'AL HOUCEIMA **DR5/1**
- Direction Provinciale de TAOUNATE **DR5/2**
- Direction Provinciale de TAZA **DR5/3**
- Agence Mixte de FES -MOULAY YACOUB – SEFROU **AM5/1**



L'organisation administrative de la DR5 est constituée de quatre divisions qui comprennent elles aussi des services, des bureaux et des cellules.

A-L’organigramme de la direction centre nord Fès <<DR5>>



B-Missions de la DR5

Diriger les activités dans la région et plus particulièrement :

- Représenter le directeur général et l'ONEEP dans la région en vue, notamment, de réaliser les axes stratégiques de l'office dans la région.

- Assumer les délégations de pouvoir et des crédits autorisés par le directeur général dans la région.

- Coordonner les différentes actions de toutes les autres représentations de l'ONEP avec les autres intervenants dans la région.

- Développer la région, consolidée, coordonner l'ensemble des actions d'exploitation et de maintenance des ouvrages dans la région.

C-Ressources utilisées

Les ressources utilisées par l'ONEEP de Fès, pour la production de l'eau potable sont :

- ✓ Ressources souterraines : principalement des forages situés dans la plaine du Saïs.
- ✓ Ressources superficielles : les eaux d'oued Sebou.

D-Complexe de production d'Oued Sebou

Ce complexe comprend:

- La station de prétraitement et de pompage située à Sebou: sa mise en œuvre remonte à 1989 ; le rôle de la station est d'extraire l'eau brute et de diminuer le taux de matière en suspension jusqu'à une valeur inférieure à 2g/l et de la refouler jusqu'à la station du Traitement.

- La station de traitement de Ain NOUKBI ; édifié le 19 mars 1987. la station assure :

  - ✓ Le traitement des eaux reçues de la station de prétraitement selon une série d'étapes.
  - ✓ Le contrôle de la qualité des eaux traitées (dans le laboratoire régional).
  - ✓ Refoulement des eaux vers le réservoir BAB HAMRA.

Chapitre 2

L’alimentation en eau potable

Le distributeur d'eau potable a toujours le souci de couvrir les besoins des consommateurs, en quantité et qualité suffisantes. Il a aussi le souci de veiller à la bonne gestion et à la perfection de toutes les infrastructures concourant l'approvisionnement en eau.

Dans ce chapitre, on va présenter les différents maillons constituant un réseau d'Alimentation en Eau Potable (A.E.P).

1-définition

L’alimentation en eau potable (**AEP**) est l’ensemble des équipements, des services et des actions qui permettent, en partant d’une eau brute, de produire une eau conforme aux normes de potabilité en vigueur, distribuée ensuite aux consommateurs.

2-Description d'un réseau d'A.E.P

Un réseau d'A.E.P constitue l'ensemble des moyens et infrastructures pour transporter l'eau depuis la source jusqu'au consommateur.

Le transport de l'eau de la source jusqu'au point de distribution se fait suivant une chaîne composée de quatre maillons principaux :

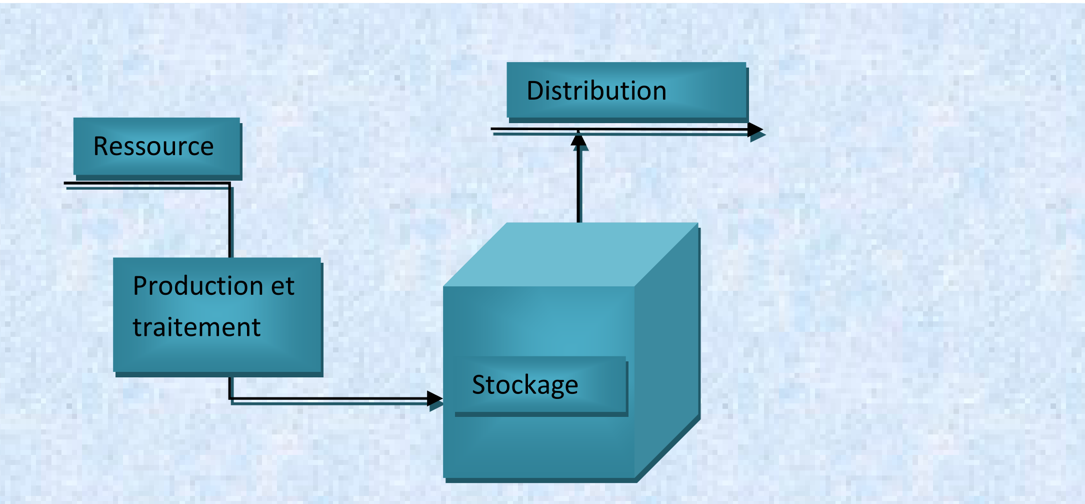


Figure 1 : Schéma général d'un réseau d'A.E.P

- Maillon ressource :

La ressource est une structure permettant le captage de l'eau. La prise d'eau se fait habituellement par un captage d'eau de surface (rivière, lac, barrage, etc.) ou on procède au captage d'eau souterraine (forage, puits, galeries, sources, ...).

- Maillon production - traitement :

Ce maillon est un ensemble constitué d'une station de pompage et d'un dispositif d'adduction (conduite et accessoires).

Le traitement de l'eau brute se passe généralement en trois étapes :

- La clarification
- La stérilisation
- L'affinage

- Maillon stockage :

Le réservoir de stockage est un bassin qui se remplit au cours des faibles consommations et qui se vide pendant les périodes de fortes consommations journalières. Le réservoir présente deux utilités (technique et économique).

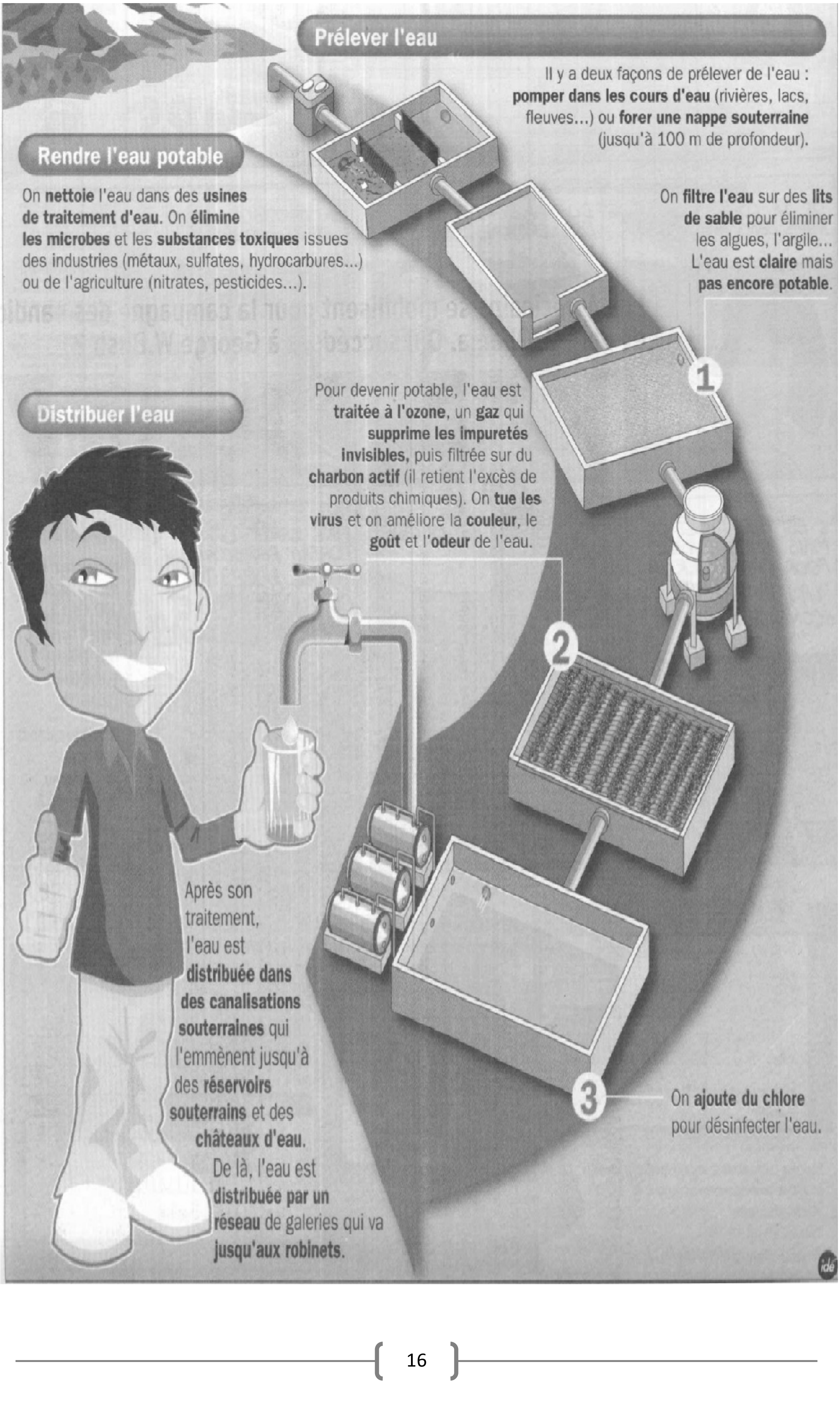
- Le réseau de distribution :

Du réservoir de stockage sort une conduite principale de gros diamètre. Celle-ci, en se prolongeant le long des rues de l'agglomération forme un ensemble de conduites maîtresses. Sur chacune de ces dernières, sont branchées des conduites de diamètres moindres dites conduites secondaires, tertiaires, etc.

L'ensemble de toutes ces différentes canalisations avec l'ensemble des équipements qui les accompagnent forment le réseau de distribution. C'est l'infrastructure la plus importante du réseau global, car il s'étend sur toute la surface de l'agglomération.

Voila un dessin pour découvrir quel est le voyage de l’eau, de la source au robinet.

C’est un résumé des étapes nécessaires pour que l’on puisse consommer cet or bleu :


Prélever l'eau
Il y a deux façons de prélever de l'eau : **pompler dans les cours d'eau** (rivières, lacs, fleuves...) ou **forer une nappe souterraine** (jusqu'à 100 m de profondeur).
Rendre l'eau potable
On **nettoie** l'eau dans des **usines de traitement d'eau**. On **élimine les microbes** et les **substances toxiques** issues des industries (métaux, sulfates, hydrocarbures...) ou de l'agriculture (nitrates, pesticides...).
On **filtre l'eau** sur des **lits de sable** pour éliminer les algues, l'argile... L'eau est **claire** mais **pas encore potable**.
1
Pour devenir potable, l'eau est **traitée à l'ozone**, un **gaz** qui **supprime les impuretés invisibles,** puis filtrée sur du **charbon actif** (il retient l'excès de produits chimiques). On **tue les virus** et on améliore la **couleur**, le **goût** et l'**odeur** de l'eau.
2
Distribuer l'eau
Après son traitement, l'eau est **distribuée dans des canalisations souterraines** qui l'emmènent jusqu'à des **réservoirs souterrains** et des **châteaux d'eau.** De là, l'eau est **distribuée par un réseau** de galeries qui va **jusqu'aux robinets.**
3
On **ajoute du chlore** pour désinfecter l'eau.

C’est pour cela qu’on va s’intéresser au problème de coût de transport de cette de la partie de distribution à partir des réservoirs passant par un réseau de galeries qui va jusqu’aux robinets.

Donc on doit savoir :

- Qu’est ce qu’un problème de transport ?
- Qu’elles sont les méthodes utilisés pour pouvoir le résoudre?
- Qu’elle est le langage utilisé pour le programmer?

Toutes ces informations on va les traiter dans le chapitre 3.

Chapitre3

Problème de transport d’eau

Toute les entreprises qu’elle que soit sa taille, son domaine d’activité est amenée à faire face à des problèmes de gestion au quotidien.

Parmi ces problèmes, on cite le problème de transport qu’on va le traiter dans ce chapitre et spécifiquement le problème de coût de transport d’eau potable et les méthodes utilisées pour le résoudre.

1-Présentation de problème de transport

C’est en 1941 que Frank Lauren Hitchcock à formulé pour la première fois le problème de transport, et en suite par le mathématicien français Gaspard Monge en 1781.
D'importants développements ont été réalisés dans ce domaine pendant la Seconde Guerre Mondiale par le mathématicien et l’économiste russe Leonid Kantorovitch [5]. Ce problème consiste à minimiser le coût de transport total d’un plan d’expédition. Le fait de minimiser à la fois la distance totale et le coût de transport fait partie de la théorie des flux de réseaux. Le problème de transport « classique »est en fait un cas particulier d’un problème de flux de réseaux.

Le problème de transport est un problème linéaire que peut être représenté sous forme d’un graphe, et qu'on peut le résoudre en utilisant les différentes méthodes de résolution des problèmes linéaire qu'on va présenter par la suite.

Un problème de transport peut être défini comme l’action de transporter des marchandises ou des produits fabriqués par **m** origines vers **n** destinations, d’une manière que le coût total de transport soit minimal.

Donc, la résolution d’un problème de transport consiste à organiser le transport de façon à minimiser le coût total de transport.

2-formulation du problème

Avant de commencer la formulation du problème, considérant la notation suivante :

a_i = la quantité disponible du produit à l’origine **i**.

b_j = la quantité requise à la destination **j**.

X_{ij}= quantité transportée des unités de l’origine **i** vers la destination **j**.

C_{ij}= le coût de transport d’une unité de l’origine **i** vers la destination **j**.

On peut d'écrire un problème de transport de la façon suivante :

Une quantité donnée d'un produit uniforme est disponible à chacune des origines (par exemple des dépôts ou usines). Il s'agit d'envoyer des quantités spécifiées à chacune des destinations (par exemple des points de vente). On connait le coût de transport d'une unité de l'une des origines vers l'une des destinations. En supposant qu'il est possible d'expédier des produits depuis n'importe quelle origine vers n'importe quelle destination, il s'agit de déterminer le coût de transport minimal de **m** origines vers **n** destinations.

Nous supposerons qu'il y a **m** origines et **n** destinations.
La variable X_{ij} représentera le nombre d'unités expédiées de l'origine **i** vers la destination **j**.
$X_{ij} \geq 0$ pour tout **i, j**.
Pour chaque origine i donnée, il y a **n** valeurs de **j** possibles ; cela implique qu'il y a (m × n) X_{ij} différents.

Donc on peut résumer le problème de transport par le graphe suivant :

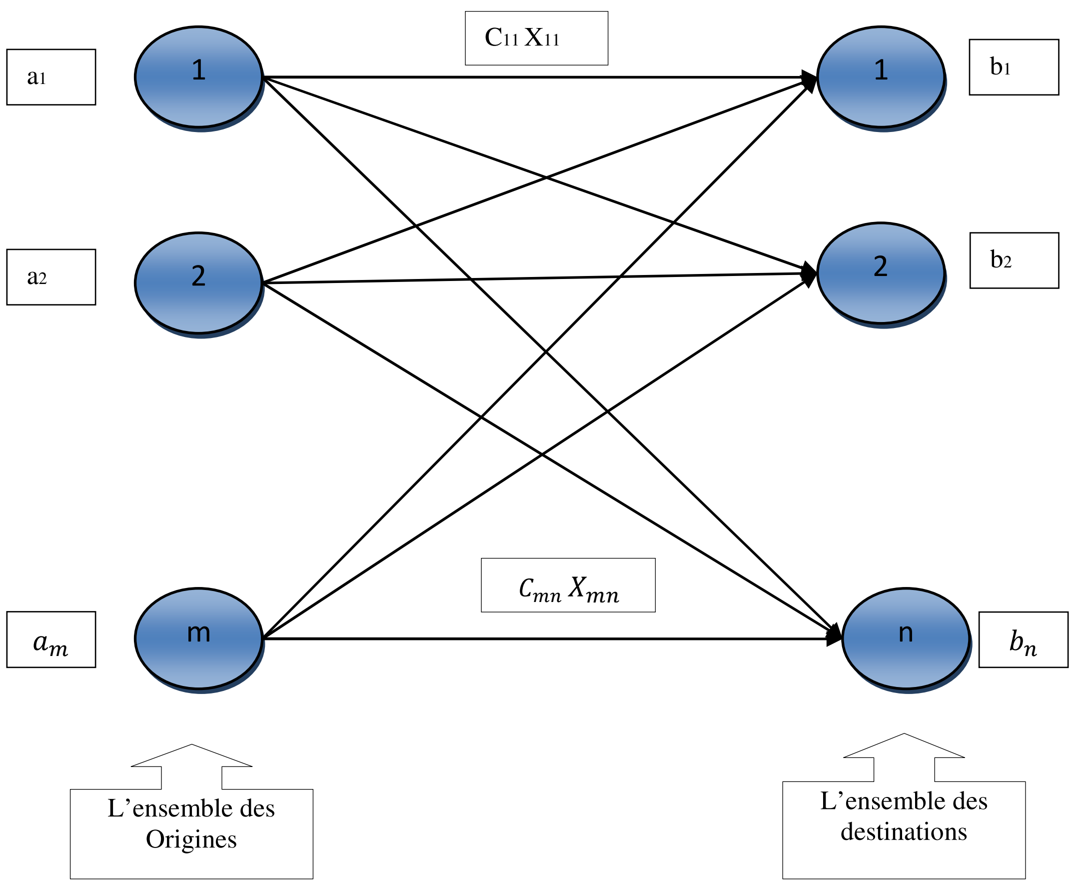


Figure 2: la représentation du problème sous forme d'un graphe

3-Modélisation générale du problème de transport

On peut modéliser le problème de transport de la manière suivante :

$$\begin{cases} \min Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \\ \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \quad \forall\, \mathrm{i} \in [1, \dots, \mathrm{m}], \forall\, \mathrm{j} \in [1, \dots, \mathrm{n}] \\ \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \qquad \forall\, \mathrm{i} \in [1, \dots, \mathrm{m}] \\ \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad \forall\, \mathrm{j} \in [1, \dots, \mathrm{n}] \\ a_i \in \mathrm{N}\,;\ \forall\, \mathrm{i} \in [1, \dots, \mathrm{m}] \\ b_j \in \mathrm{N}\,;\ \forall\, \mathrm{j} \in [1, \dots, \mathrm{n}] \\ X_{ij} \in \mathrm{N}\,;\ \forall\, \mathrm{i} \in [1, \dots, \mathrm{m}], \forall\, \mathrm{j} \in [1, \dots, \mathrm{n}] \end{cases}$$

Exemple : (Distribution d'eau potable)

On veut alimenter trois douars en eau potable à partir de trois réservoirs afin de minimiser le coût total de transport d'eau, telle que :

a_i = les capacités de fourniture d'eau par jour de chaque réservoir **i**.

b_j = les demandes de chaque douar **j** par jour.

C_{ij} = le cout de transport d'eau à partir d'un réservoir **i** vers le douar **j**.

X_{ij} = la quantité d'eau envoyée du réservoir **i** vers douar **j**.

Modélisation

Données :

Les réservoirs i	Capacité
Res.1	5000 m^3 /jour
Res.2	2000 m^3 /jour
Res.3	3000 m^3 /jour

Les douars j	Les demandes
D1	2200 m^3 /jour
D2	2500 m^3 /jour
D3	5300 m^3 /jour

Les coûts de transport (en DH/ 100 m^3) sont résumer dans le tableau suivant :

i \ j	**D1**	**D2**	**D3**
Res.1	**8**	**5**	**6**
Res.2	**15**	**10**	**12**
Res.3	**3**	**9**	**10**

Contraintes :

- Contraintes de production

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 5000$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 2000$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 3000$$

- Contraintes de consommation

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 2200$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 2500$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 5300$$

- Plus les contraintes habituelles ($X_{ij} \geq 0$)

Fonction objectif :

$$Min \quad z = 8\, x_{11} + 5\, x_{12} + 6\, x_{13} + 15\, x_{21} + 10\, x_{22} + 12\, x_{23} + 3\, x_{31} + 9\, x_{32} + 10\, x_{33}$$

Modèle mathématique :

$$
\begin{cases}
\text{Min} \quad Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 812X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33} \\
X_{11} + X_{12} + X_{13} = 5000 \\
X_{21} + X_{22} + X_{23} = 2000 \\
X_{31} + X_{32} + X_{33} = 3000 \\
X_{11} + X_{21} + X_{31} = 2200 \\
X_{12} + X_{22} + X_{32} = 2500 \\
X_{13} + X_{23} + X_{33} = 5300 \\
X_{ij} \geq 0
\end{cases}
$$

4-la résolution du problème

La résolution du problème passe par deux étapes essentielles :

- La première c'est de trouver une solution de base initiale.
- La deuxième étape est de trouver la solution optimale à partir de la solution de base.

4.1-Recherche d'une solution de base initiale

4.1.1. Définition:

On appelle solution de base une solution vérifiant les contraintes du problème et qui comporte exactement (m-1) (n-1) flux nuls.

4.1.2. Obtention d'une solution de base par la méthode du coin Nord-Ouest :

C'est la méthode la plus rapide et la plus simple pour déterminer une solution de base, car elle ne fait pas entré les coûts de transport c'est à cette raisons là que généralement la solution obtenue par cette méthode est loin de la solution optimale.

4.1.3. Règle du coin Nord-Ouest :

On considère à chaque étape, la case la plus Nord à l'Ouest de la matrice des coûts. On part donc de la route (**i_1** ; **j_1**) ; on sature soit la ligne **i_1** soit la colonne **j_1**. Puis on recommence sur la sous-grille formée des lignes et des colonnes non saturées.

Donc L'idée de la méthode est de remplir au maximum la case du tableau en haut, à gauche, puis compléter sur la ligne ou la colonne (de façon à atteindre l'offre ou la demande) et continuer ainsi à compléter les cases immédiatement à droite et en dessous alternativement.

On peut résumer la méthode dans l'algorithme suivant :

4.1.4. Méthode :

1- i =1, j=1

2- C_{ij} = min (a_i;b_j). Si C_{ij} = a_i passer à (3) sinon passer à (4).

3- Poser b_j = b_j - a_i et i=i+1, si i ≤ n passer à (2) sinon fin.

4- Poser a_i = a_i $-b_j$ et j=j+1, si j ≤ m passer à (2) sinon fin.

En appliquant la méthode sur l'exemple donné :

	D1	D2	D3	ai
Res.1	**8**	**5**	**6**	5000
Res.2	**15**	**10**	**12**	2000
Res.3	**3**	**9**	**10**	3000
b_j	2200	2500	5300	10000

Dans le coin Nord-Ouest on met la plus grande valeur qui va soit satisfaire une demande ou bien épuiser une disponibilité.

	D1	D2	D3	ai
Res.1	**2200**			**5000-2200=2800**
Res.2				**2000**
Res.3				**3000**
b_j	**2200-2200=0**	**2500**	**5300**	

En suite on refait la même chose, mais sur le nouveau sous tableau qu'on obtient après la 1ere modification.

	D1	D2	D3	a_i
Res.1	**2200**	**2500**		**2800-2500=300**
Res.2				**2000**
Res.3				**3000**
b_j	**2200-2200=0**	**2500-2500=0**	**5300**	

	D1	D2	D3	a_i
Res.1	**2200**	**2500**	**300**	**300-300=0**
Res.2				**2000**
Res.3				**3000**
b_j	**0**	**0**	**5300-300=5000**	

	D1	D2	D3	a_i
Res.1	**2200**	**2500**	**300**	**0**
Res.2			**2000**	**2000-2000=0**
Res.3				**3000**
b_j	**0**	**0**	**5000-2000=3000**	

	D1	D2	D3	a_i
Res.1	**2200**	**2500**	**300**	**0**
Res.2			**2000**	**0**
Réés.3			**3000**	**3000-3000=0**
b_j	**0**	**0**	**3000-3000=0**	

A la fin on obtient notre solution de base qui vérifie les contraintes de problème, donc la solution de base ainsi obtenue est représentée dans le tableau suivant :

	D1	D2	D3	a_i
Res.1	**2200**	**2500**	**300**	**5000**
Res.2			**2000**	**2000**
Res.3			**3000**	**3000**
b_j	**2200**	**2500**	**5300**	

Le coût total de cette solution :

Z_0 = (2200*8) + (2500*5) + (300*6) + (2000*12) + (3000*10) = 85900 DH/100 m^3.

Comme on peut représenter la solution de base dans le graphe suivant :

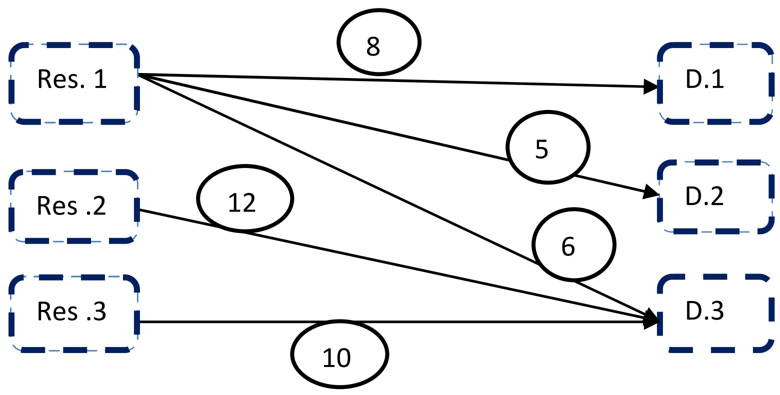


Figure 3 : la représentation de la solution de base sous forme d'un graphe bipartie.

4.2- Recherche d'une solution Optimal

4.2.1. Méthode de Stepping-Stone :

Cette méthode est la plus connue parmi les méthodes de résolution du problème de transport, on peut l'appliquée à n'importe quelle solution de base de notre problème, ainsi on peut résumer l'algorithme dans les trois points suivants :

- Calcul des potentiels associés aux origines et aux destinations.
- Calcul des variations de coût unitaire (les coûts marginaux) pour chaque case vide(δ).
- Calcul de la quantité maximale (q) qu'on peut ajouter à la case vide.

On va expliquer par la suite ces trois points.

On peut écrire l'algorithme de Stepping-Stone comme suit :

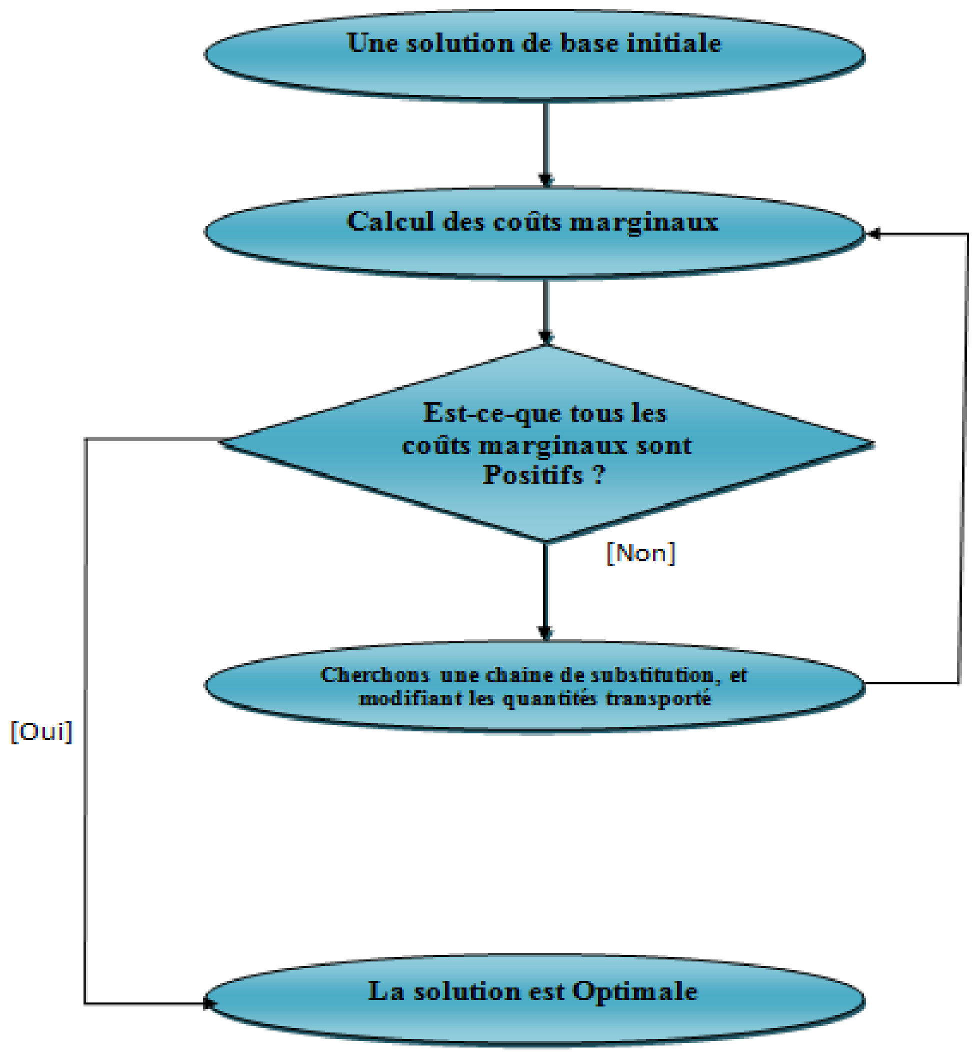


Figure 4: l'algorithme de Stepping-Stone.

On va appliquer les étapes de l'algorithme à notre exemple.

	D1	D2	D3	a_i
Res.1	**2200**	**2500**	**300**	**5000**
Res.2			**2000**	**2000**
Res.3			**3000**	**3000**
b_j	**2200**	**2500**	**5300**	

On commence par le calcule des potentiels de chaque sommet (origine et destination) du graphe biparti correspond à la solution.

Pour cela on va donner un potentiel nul à une des origines du problème (par exemple ici $t_{res.1}$= 0), en suite on calcule les autres potentiels en utilisant le principe suivant :
Soit t_j le potentiel au sommet, pour tout arc (i, j), on doit avoir δ_{ij} = 0 en d'autre terme il faut que C_{ij} = tj–ti donc pour calculer les potentiels il faut utiliser l'une des relations suivantes :

- t_j =C_{ij} + t_i pour calculer la potentiel d'une destination.
- t_i = t_j - C_{ij} pour calculer la potentiel d'une origine.

Les potentiels calculés pour cette étape sont représentés dans le graphe suivant :

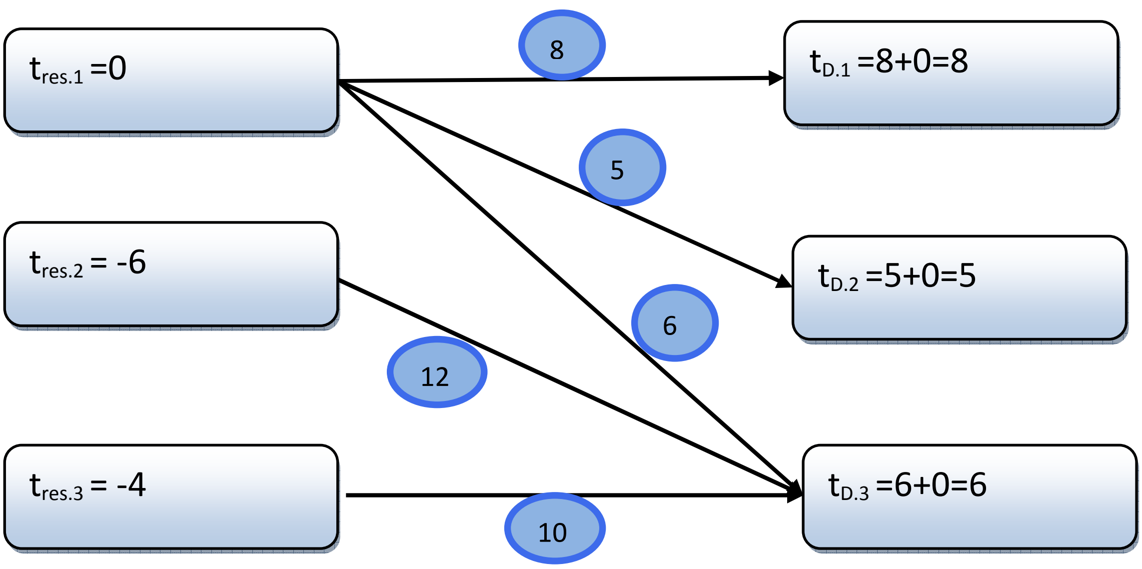


Figure 5 :1er graphe de potentiel.

Après le calcul des potentiels, on passe au calcul des coûts marginaux des cases vides dans le tableau c.-à-d les arcs qui n'appartiennent pas au graphe précédent, donc on cherche s'il existe une nouvelle liaison qui permettrait d'améliorer la solution précédente.
Le calcul des coûts marginaux se fait par la relation suivant : δ_{ij} = C_{ij} – (t_j - t_i) quel que soit l'arc (i, j).
Les coûts marginaux sont :

- $\delta_{res2\text{-}D1}$ = 15 – (8+6)= 1
- $\delta_{res2\text{-}D2}$ = 10 – (5+6)= -1
- $\delta_{res3\text{-}D1}$ = 3 – (8+4)= -9
- $\delta_{res3\text{-}D2}$ = 9 – (5+4)= 0

Puisque il existe des coûts marginaux qui sont strictement négatifs donc la solution n'est pas optimale et on peut l'améliorer grâce aux arcs (res2, D2) ou (res3, D1).

Donc on ajoute cette liaison dans le graphe pour construire la 1ere chaine de substitution :

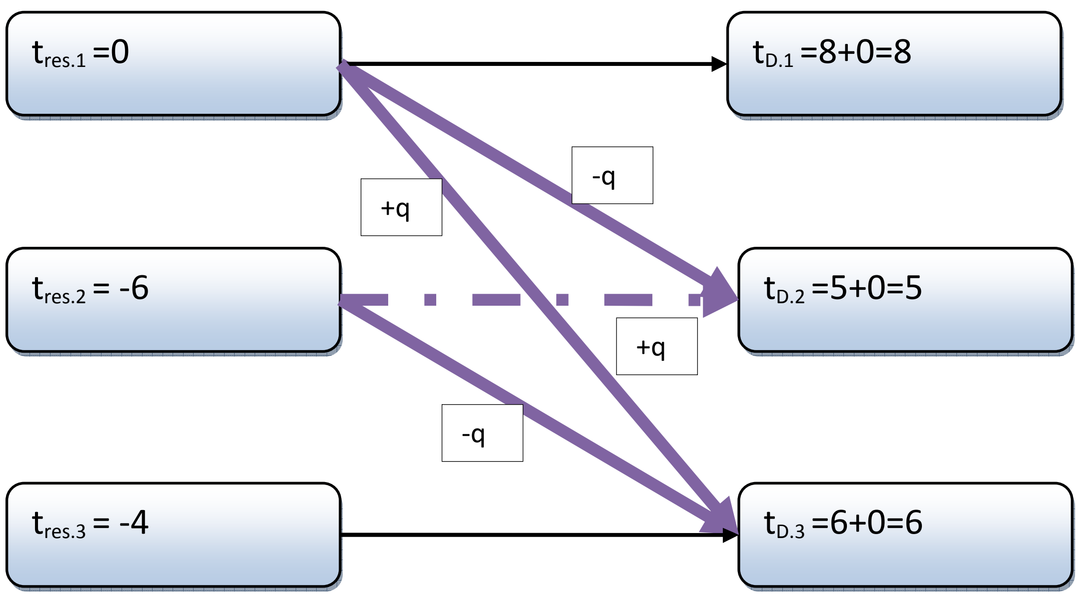


Figure 6 : la 1ere chaine de substitution.

Après la détermination de la chaine de substitution, il nous reste que trouver la quantité q qu'on peut transporter par la liaison qu'on a ajoutée, pour remplir une case vide il faut diminuer une case pleine, donc constituer un circuit de cases pleines qu'on vide et remplir alternativement :

	D1	D2	D3	a_i
Res.1	**2200**	**2500 – q**	**300+q**	**5000**
Res.2		**+q**	**2000 -q**	**2000**
Res.3			**3000**	**3000**
b_j	**2200**	**2500**	**5300**	

D’où q représente la quantité maximale qu’on peut transporter sur la liaison ajoutée (c.-à-d) : q = min (2500, 2000) = 2000

On ajoute la 2eme liaison dans le graphe pour construire la 2eme chaine de substitution :

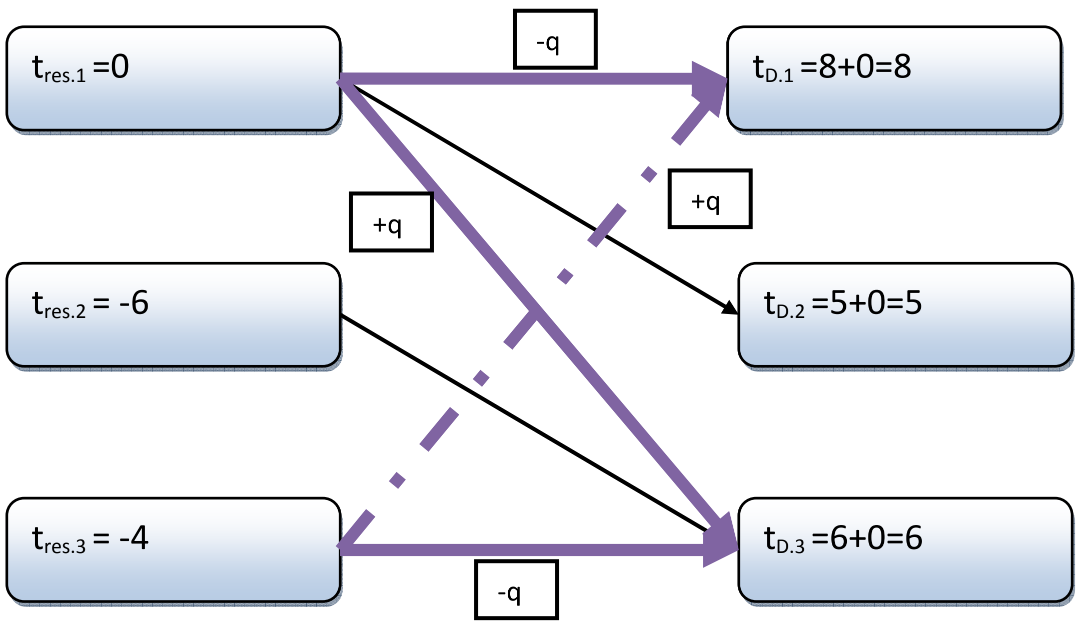


Figure 7 : la 2eme chaine de substitution.

	D1	D2	D3	A_i
Res.1	**2200-q**	**2500**	**300+q**	**5000**
Res.2			**2000**	**2000**
Res.3	**Q**		**3000-q**	**3000**
b_j	**2200**	**2500**	**5300**	

q = min (2200, 3000) = 2200

Le gain du 1ere chaine est : 2000*1=2000.

Le gain du 2eme chaine est : 2200*9=19800.

On a retenu la chaine qui réalise le plus fort gain (c.à.d.) la 2eme on obtient :

	D1	D2	D3
Res.1		**2500**	**2500**
Res.2			**2000**
Res.3	**2200**		**800**

Le coût total de transport :

$Z_1 = (2500*5) + (2500*6) + (2000*12) + (2200*3) + (800*10) = 66100$ DH/100 m^3.

Donc on remarque que le coût total a diminué par rapport au coût de la solution de base $Z_1 < Z_0 = 85900$ DH/ 100 m^3.

On refait les mêmes étapes précédentes sur la nouvelle solution :

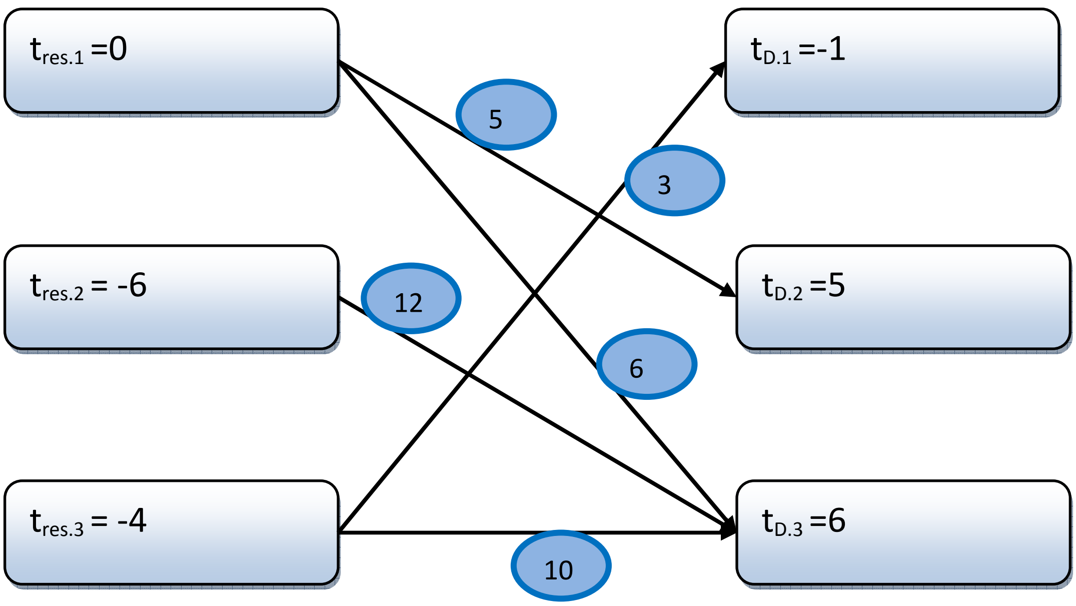


Figure 8 :2eme graphe de potentiel.

Les coûts marginaux sont :

- $\delta_{res2\text{-}D1} = 15 - (-1+6) = 10$
- $\delta_{res2\text{-}D2} = 10 - (5+6) = -1$
- $\delta_{res1\text{-}D1} = 8 - (-1+0) = 9$
- $\delta_{res3\text{-}D2} = 9 - (5+4) = 0$

On a un coût marginal strictement négatif donc la solution n'est pas optimale et on peut l'améliorer grâce à l'arc (res2, D2) suivant :

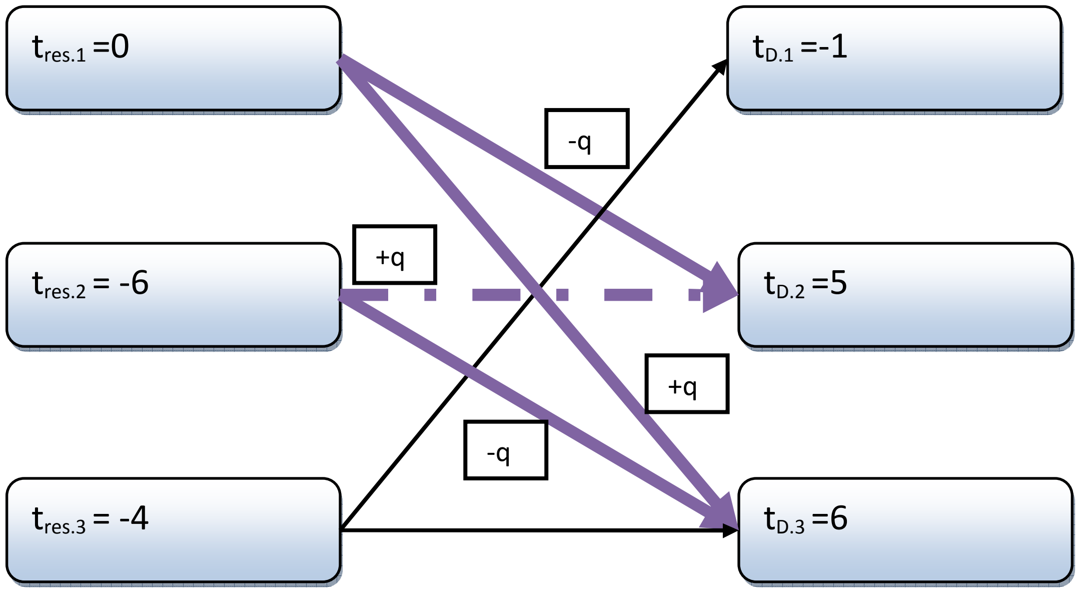


Figure 9 : la chaine de substitution.

	D1	D2	D3
Res.1		**2500-q**	**2500+q**
Res.2		**+q**	**2000-q**
Res.3	**2200**		**800**

q = min (2500, 2000) = 2000.

Le gain est : 2000*1=2000.

On obtient la solution suivante :

	D1	D2	D3
Res.1		**500**	**4500**
Res.2		**2000**	
Res.3	**2200**		**800**

L'arbre associé est :

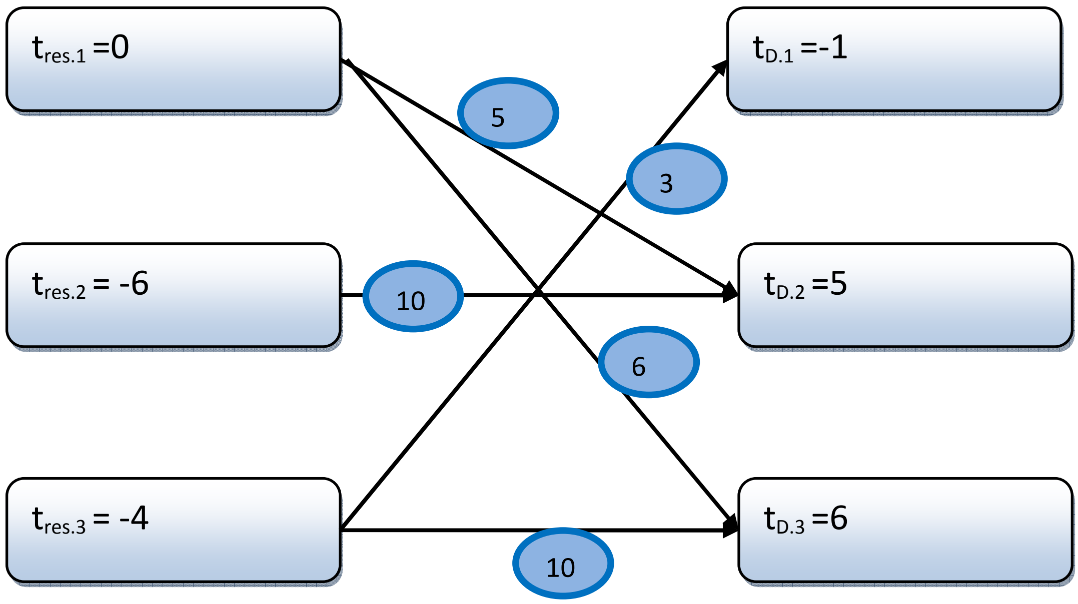


Figure 10 : graphe de potentiel.

Le coût total de transport :

Z_2 = (500*5) + (4500*6) + (2000*10) + (2200*3) + (800*10) = 64100 DH/100 m^3.

Donc on remarque que le coût total a diminué par rapport au coût de la solution de base $Z_2 < Z_1$ =66100DH/ 100 m^3.

Les coûts marginaux sont :

- $\delta_{res2\text{-}D1}$ = 15 – (-1+5)= 11
- $\delta_{res1\text{-}D1}$ = 8 – (-1+0)= 9
- $\delta_{res2\text{-}D3}$ = 12 – (5+6)= 1
- $\delta_{res3\text{-}D2}$ = 9 – (5+4)= 0

On a trouvé que tous les coûts sont positifs, stop la solution précédente est donc optimale.

	D1	D2	D3	A_i
Res.1		500	4500	5000
Res.2		2000		2000
Res.3	2200		800	3000
b_j	2200	2500	5300	

On transportera donc :

A partir de Res.1 : 500 m^3/j vers le douar.2 ; 4500 m^3/j vers le douar.3.

A partir de Res.2 : 2000 m^3/j vers le douar.2.

A partir de Res.3 : 2200 m^3/j vers le douar.1 ; 800 m^3/j vers le douar.3.

Le coût total de transport est :

Z = 64100 DH/100 m^3

Remarque :

Si la 1ère contrainte n'est pas vérifier c.-à-d.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$$

On pourra se ramener à l'énoncé précédent de la manière suivante :

- si :

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Il suffit d'ajouter une destination fictive de coût de transport infini dont la demande est :

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$$

- si :

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

On ajoute une origine fictive de coût de transport infini, dont la disponibilité est :

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$$

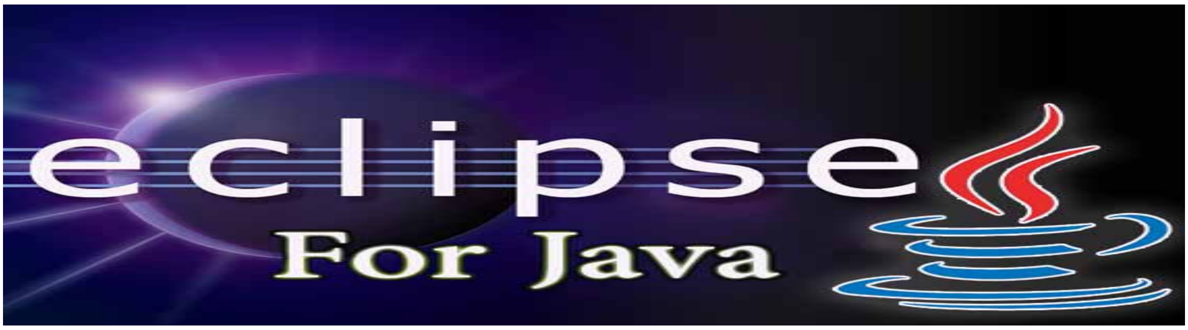
Chapitre4

Traitement de données

Dans ce chapitre on est intéressé d'utiliser des outils informatiques qui vont nous aider à résoudre le problème d'une façon plus rapide.

1-Les logiciels utilisés :

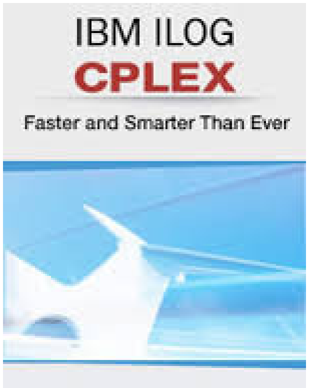
- **Eclipse :**



Eclipse est un projet de la fondation Eclipse visant à développer tout un environnement de développement libre, extensible, universel et polyvalent.

Son objectif est de produit et fournir divers outils gravitant autour de la réalisation de logiciel, englobant les activités de codage logiciel proprement dites (avec notamment un environnement de développement aussi de modélisation, de conception, de test, etc. Son environnement de développement notamment vise à la généricité pour lui permettre de supporter n'importe quel langage de programmation.

- **Cplex :**



ILOG CPLEX (plus communément appelé "CPLEX") est un outil informatique d'optimisation. Son nom fait référence au langage C et à l'algorithme du simplexe.

Il est composé d'un exécutable (CPLEX Interactif) et d'une bibliothèque de fonctions pouvant s'interfacer avec différents langage de programmation (CPLEX Callable Library) C, C++, C#, Java et Python.

2-Langage utilisé :

- ### Java :

Java est à la fois un langage de programmation informatique orienté objet et un environnement d'exécution informatique portable crée par James Gosling et Patrick Naughton employés de Sun Microsystems avec le soutien de Bill Joy (cofondateur de Sun Microsystems en 1982), présenté officiellement le 23 mai 1995 au SunWorld.

Java est à la fois un langage de programmation et un environnement d'exécution le langage Java a la particularité principale que les logiciels écrits avec ce dernier sont très facilement portables sur plusieurs systèmes d'exploitation tels qu'Unix, Microsoft Windows, Mac OS ou Linux Pour cela, divers plateformes associés visent à guider, sinon garantir, cette portabilité des applications développées en Java.

Le langage reprend en grande partie la syntaxe du langage C++, très utilisé par les informaticiens. Néanmoins, Java a été épurée des concepts les plus subtils du C++ et à la fois les plus déroutants, tels que les pointeurs et références remplacé par l'implémentation des interfaces. Les concepteurs ont privilégié l'approche orientée objet de sorte qu'en Java, tout est objet à l'exception des types primitifs (nombres entiers, nombres à virgule flottante, etc.)

Java permet de développer des applications autonomes mais aussi, et surtout, des applications client-serveur. Côté client, les applets sont à l'origine de la notoriété du langage. C'est surtout côté serveur que Java s'est imposé dans le milieu de l'entreprise grâce aux servlets, le pendant serveur des applets, et plus récemment les JSP (Java Server Pages) peuvent se substituer à PHP, ASP et ASP.NET.

Les applications Java peuvent être exécutées sur tous les systèmes d'exploitation pour lesquels a été développée une plate-forme Java, dont le nom technique est JRE (Java Runtime Environnement - Environnement d'exécution Java). Cette dernière est constituée d'une JVM (Java Virtual Machine - Machine Virtuelle Java), le programme qui interprète le code Java et le convertit en code natif. Mais le JRE est surtout constitué d'une bibliothèque standard à partir de laquelle doivent être développés tous les programmes en Java. C'est la garantie de portabilité qui a fait la réussite de Java dans les architectures client-serveur en facilitant la migration entre serveurs, très difficile pour les gros systèmes.

Exemple :

3-le programme du problème de transport en java

```java
import ilog.concert.IloException;

public class TransportSolution {
    private double [][] cout;
    private double [][] solution;
    private double valoptimal;
    private double [] stock;
    private double [] demande;
    private int nbdepots;
    private int nbunites;
    IloCplex modele;
    IloNumVar [][] x;
    String [] damand;
    String [] stoc;
    public TransportSolution(double [][] cout,double [] stock,double [] demande){
        this.cout=cout;
        this.stock=stock;
        this.demande=demande;
        nbdepots=cout.length;
        nbunites=cout[0].length;
        solution=new double[nbdepots][nbunites];
        try {
            modele=new IloCplex();
            x=new IloNumVar[nbdepots][nbunites];
            creatModele();
            solutionTransport();
            System.out.println(modele.toString());
        } catch (IloException e) {
            // TODO Auto-generated catch block
            e.printStackTrace();
        }
    }



    private void creatModele() {
        // TODO Auto-generated method stub
        creatVariable();
        creatContraintes();
        creatfonObjec();

    }

```

```java
    private void creatContraintes() {
        // TODO Auto-generated method stub
        creatContraintes1();
        creatContraintes2();
    }



    private void creatContraintes2() {
        // TODO Auto-generated method stub
        for (int j = 0; j < nbunites; j++) {
            try {
                IloLinearNumExpr d=modele.linearNumExpr();
                for (int i = 0; i <nbdepots; i++) {
                    d.addTerm(1, x[i][j]);

                }
                modele.addEq(d, demande[j]);
            } catch (IloException e) {
                // TODO Auto-generated catch block
                e.printStackTrace();
            }

        }
    }

    private void creatContraintes1() {
        // TODO Auto-generated method stub
        for (int i = 0; i <nbdepots; i++) {
            try {
                modele.addEq(modele.sum(x[i]), stock[i]);
            } catch (IloException e) {
                // TODO Auto-generated catch block
                e.printStackTrace();
            }

        }
    }



    private void creatfonObjec() {
        // TODO Auto-generated method stub
        try {
            IloLinearNumExpr c=modele.linearNumExpr();
            for (int i = 0; i < nbdepots; i++) {
                for (int j = 0; j < nbunites; j++) {
                    c.addTerm(cout[i][j], x[i][j]);

                }

            }
            modele.addMinimize(c);
        } catch (IloException e) {
            // TODO Auto-generated catch block
            e.printStackTrace();
        }
    }
```

```java

    private void creatVariable() {
        // TODO Auto-generated method stub
        for (int i = 0; i < nbdepots; i++) {
            try {
                x[i]=modele.intVarArray(nbunites, 0, 100000);
            } catch (IloException e) {
                // TODO Auto-generated catch block
                e.printStackTrace();
            }

        }
    }

    public boolean solve(){
        boolean f=false;
        try {
            f=modele.solve();
        } catch (IloException e) {
            // TODO Auto-generated catch block
            e.printStackTrace();
        }
        return f;

    }

    public double [][] getSolution(){
        return solution;
    }

    public double  getValoptimale(){
        return valoptimal;
    }


    public double [][] getSolutionX(){
        double [][] d=new double[nbdepots][nbunites];
        if(solve()){
        for (int i = 0; i < nbdepots; i++) {
            try {
                d[i]=modele.getValues(x[i]);
            } catch (UnknownObjectException e) {
                // TODO Auto-generated catch block
                e.printStackTrace();
            } catch (IloException e) {
                // TODO Auto-generated catch block
                e.printStackTrace();
            }

        }
        }
        return d;
    }
```

```java
public void afficheMatricCout(){
    for (int i = 0; i < cout.length; i++) {
        for (int j = 0; j < cout[0].length; j++) {
            System.out.print("\t"+cout[i][j]);
        }
        System.out.println();
    }
}

public void solutionTransport(){
    if(solve()){
        solution=getSolutionX();
          for (int i = 0; i < cout.length; i++) {
            for (int j = 0; j < cout.length; j++) {
                System.out.print("\t\t"+solution[i][j]);
            }
            System.out.println();
        }

        try {
            valoptimal=modele.getObjValue();
            System.out.println("le cout total:  "+valoptimal);
        } catch (IloException e) {
            // TODO Auto-generated catch block
            e.printStackTrace();
        }
    }
}
    public static void main(String[] args) {
        // TODO Auto-generated method stub
           double [][] cout={{8,5,6},{15,10,12},{3,9,10}};
           double [] stock={5000,2000,3000};
           double [] demande={2200,2500,5300};
           TransportSolution t1=new TransportSolution(cout,stock,demande);
          // t1.afficheMatricCout();
           t1.solutionTransport();
    }

}
```

4-la solution obtenu par le programme

```
IloRange  : 5000.0 <= 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] <= 5000.0
IloRange  : 2000.0 <= 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] <= 2000.0
IloRange  : 3000.0 <= 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] <= 3000.0
IloRange  : 2200.0 <= 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] <= 2200.0
IloRange  : 2500.0 <= 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] <= 2500.0
IloRange  : 5300.0 <= 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] + 1.0*[0..100000] <= 5300.0

}
                0.0             500.0           4500.0
                0.0             2000.0          0.0
                2200.0          0.0             800.0
le cout total:  64100.0
```

Conclusion

Avant de parvenir au robinet du consommateur, l'eau brute subi une série de galeries de conduites. Parmi ces derniers, on cite les réservoirs, les canalisations, les stations etc.

L'objectif de ce travail est d'optimiser le coût de transport d'eau potable, on a traité seulement le cas linéaire de problème de transport, et on a essayé de minimiser le coût de transport d'eau en appliquant des méthodes mathématiques et informatiques, et on a réussi de trouver la même solution.

J'espère avoir traité dans ce rapport les points essentiels concernant le problème de transport d'eau potable dans l'office.

A la fin je peux dire que ce travaille représente une base de départ pour résoudre les problèmes généraux de transport.

Références bibliographiques

Cours de Mr. ETTAOUIL

http://fr.wikipedia.org/wiki/Eau_potable

http://www.onep.ma/

http://books.google.fr/

http://www.doc-etudiant.fr/

http://www.iecn.unancy.fr/~garet/cours/graphes/graphes.pdf