



**Université sidi Mohamed ben Abdallah  
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES**



**Département des Mathématiques**

---

**Licence Sciences et Techniques (LST)**

**Mathématiques et applications**

**Mémoire de fin d'études**

**Pour l'obtention du Diplôme de Licence Sciences et Techniques**

**Autour de la résolution du conflit aérien**

**Présenté par :**

 **JAMAL ANAMMAS**

**Encadré par :**

 **EL KHAOULANI EL IDRISSE Rachid**

**Soutenu le 9/06/2016 devant les jury composé de :**

❖ *EL KHAOULANI EL IDRISSE Rachid (FST de Fès)*

❖ *ETTAOUIL Mohamed (FST de Fès)*

❖ *CHAKIR Loqman (EST de Meknès)*

**Année universitaire : 2015/2016**

# DÉDICACE

JE DÉDIE CE MÉMOIRE À :

MES PARENTS :

- Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.
- Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.

Mes frères (Ali, Idriss, Hicham ) qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

Mes professeurs de la fst qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.

## REMERCIEMENTS

Nulle œuvre n'est exaltante que celle réalisée avec le soutien moral et financier des personnes qui nous sont proches.

Je tiens à exprimer ma plus profonde reconnaissance à :

- A DIEU, pour m'avoir donné la force dans les moments difficiles d'éditer ce mémoire.
- Mon père Sidi Mohamed Anammas et à ma mère Malika El Amrani qui m'ont toujours entouré et motivé à sans cesse devenir meilleur ;
- Mes frères : Ali Anammas, Idriss Anammas, Hicham Anammas qui m'ont assisté dans ces moments difficiles et m'ont servi d'exemple ;
- Mes amis et surtout mon amis Mohamed Ben-iken qui n'ont cessé de m'encourager ;
- Tous mes professeurs de la fst pour leurs disponibilité et conseils ;
- Mon professeur encadrant Mr.EL KHAOULANI EL IDRISSE Rachid pour son aide et sa précieuse attention ;
- Tous mes compagnons de promotion ;

Trouvez ici l'expression de ma profonde gratitude et reconnaissance.

# Sommaire

Dédicaces .....	2
Remerciement .....	3
Sommaire .....	4
Introduction générale .....	6
<b>Chapitre 1 : gestion du trafic aérien</b>	
<b>I. Introduction .....</b>	<b>8</b>
<b>II. Vol a vue et vol aux instruments.....</b>	<b>8</b>
<b>III. Classification des espaces aériens .....</b>	<b>9</b>
<b>IV. Contrôle du trafic aérien .....</b>	<b>10</b>
<b>1. Introduction .....</b>	<b>10</b>
<b>2. Différent types de contrôles.....</b>	<b>10</b>
<b>2.1. contrôle d'aérodrome.....</b>	<b>10</b>
<b>2.2. contrôle d'approche .....</b>	<b>11</b>
<b>2.3. contrôle en route.....</b>	<b>11</b>
<b>2.4. Phase de vol .....</b>	<b>12</b>
<b>3. Le problème de la capacité de l'espace aérien .....</b>	<b>12</b>
<b>4. Méthodes du contrôle .....</b>	<b>13</b>
<b>5. Le problème de la résolution de conflits .....</b>	<b>13</b>
<b>5.1. description du problème .....</b>	<b>13</b>
<b>5.2. Les classes de résolution de conflits .....</b>	<b>14</b>
<b>5.2.1. Centralisée et décentralisée.....</b>	<b>15</b>
<b>5.2.2. Coopératives et non-coopératives .....</b>	<b>15</b>
<b>5.2.3. Prescrite et optimisée .....</b>	<b>16</b>
<b>5.3. Type de manœuvres utilisées .....</b>	<b>17</b>
<b>6. Détection et méthodes de résolution de conflits .....</b>	<b>18</b>

6.1. Qu'est-ce qu'un conflit aérien.....	18
6.2. Modélisation des incertitudes, détection de conflit .....	18
6.3. Qu'est-ce que la résolution de conflits .....	19
6.4. Méthode de résolution de conflit .....	19
Conclusion .....	20
<b>Chapitre 2 : l'optimisation combinatoire</b>	
I. Introduction.....	22
II. Méthode de résolution.....	22
1. Méthode exacte.....	22
1.1. Branch and bound.....	22
1.2. Programmation dynamique .....	23
2. Méthode approché .....	24
2.1. Recuit simulé.....	24
2.2. Recherché tabou.....	26
2.3. Algorithme génétique.....	27
2.4. Colonie de fourmi.....	29
<b>Chapitre 3 :Résolution du conflit aérien par colonie de fourmis</b>	
I. Introduction.....	34
II. Problème à résoudre.....	34
III. Modélisation du problème par un graphe.....	35
IV. L'adaptation de colonie de fourmie pour le conflit aérien...	35
1. La distance entre les deux avions.....	36
2. La fonction coût, le dépôt et l'évaporation de phéromone.....	37
Conclusion .....	43
Conclusion générale.....	44
Références.....	45

## **Introduction générale**

Le transport aérien a subi un tel développement au cours du siècle dernier qu'il fait aujourd'hui partie intégrante de notre mode de vie. Parallèlement à l'essor du transport aérien, la gestion du trafic aérien s'est progressivement imposée comme un domaine d'activité indispensable au bon fonctionnement du réseau aérien. Du point de vue opérationnel cependant, les méthodes employées pour réguler les flux de trafic n'ont que très faiblement évoluées depuis leur mise en œuvre.

Dans le système actuel de contrôle du trafic aérien, les contrôleurs aériens occupent une place centrale et sont responsables de la sécurité des vols tout au long de leur trajet . La demande en termes de trafic aérien étant souvent supérieure à l'offre, les contrôleurs aériens doivent quotidiennement faire face à des situations conflictuelles, appelées simplement conflits, lors desquelles deux vols risquent de violer les normes de séparation en vigueur si aucune modification de trajectoire n'est opérée. La détection et la résolution des conflits peut avoir un impact significatif sur la qualité de l'écoulement du trafic, notamment en augmentant la charge de travail des contrôleurs et en induisant a posteriori un retard pour les vols. Aujourd'hui, le lien entre l'augmentation de la charge de travail des contrôleurs aériens et la réduction de la capacité de l'espace aérien est clairement établi. Ce projet de fin d'étude porte sur la gestion du trafic aérien, un exemple simplifié de la résolution de conflit aérien a été particulièrement traité. Nous avons travaillé sur la modélisation mathématique de ce cas simplifié par un problème d'optimisation combinatoire ainsi que sur la résolution de ce problème par l'algorithme de colonie de fourmis.

Ce document est organisé de la manière suivante : dans le premier chapitre nous présentons quelques notions sur le système de gestion du trafic aérien, ses limites et les méthodes de détection et résolution de conflit utilisées par les contrôleurs aériens.

Dans le chapitre 2 on s'intéresse à l'optimisation combinatoire et on présente plusieurs méthodes permettant la résolution des problèmes de ce type d'optimisation. La résolution des conflits aériens se ramène à la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire de grandes tailles et qui sont difficile à résoudre. Les algorithmes d'optimisation classiques ne sont pas adaptés à la résolution de ces problèmes, de méta-heuristiques telles que la colonie de fourmis ou l'algorithme génétique sont assez souvent utilisés pour traiter les conflits aériens. Ces algorithmes s'inspirent d'autres sciences, telles que la biologie ou la génétique, pour trouver une solution à un problème d'optimisation combinatoire. Ils sont des algorithmes itératifs qui permettent généralement de traiter des problèmes combinatoires difficiles de grandes tailles avec un coût de calcul raisonnable

Un exemple simplifié d'un conflit aérien frontal de deux avions a été traité dans le troisième chapitre, on donne la modélisation de ce conflit par un problème d'optimisation combinatoire et on expose l'adaptation de l'algorithme de colonie de fourmis pour sa résolution. L'utilisation de cette méta-heuristique malgré que le cas considéré soit relativement simple, tient au fait que la modélisation du conflit aérien en toute sa complexité (sans hypothèses simplificatrices) conduit à un problème d'optimisation combinatoire de grande taille pour lequel les algorithmes déterministes ne fournissent pas une solution en un temps acceptable.

# Chapitre 1 : gestion du trafic aérien

---

## I. Introduction :

La gestion de trafic aérien (ATM, pour Air Traffic Management) a pour objectif de permettre aux aéronefs de réaliser leur vol selon leurs préférences (en matière d'horaires, de vitesse, de niveau de vol) tout en assurant leur sécurité. En particulier, le contrôle du trafic aérien (ATC, pour Air Traffic Control) assure la séparation entre aéronefs au cours de leur vol. Une situation où les normes de séparation entre aéronefs sont potentiellement violées est appelée "conflit". La détection et la résolution des conflits font partie des missions du contrôle aérien.

La conception d'outils fiables d'aide à la détection et à la résolution pour le contrôleur aérien répond à l'enjeu de l'augmentation de la capacité du contrôle et de la capacité de l'espace aérien en termes de nombre de vols.

## II. Vol à vue et vol aux instruments :

Les vols peuvent être classés en deux catégories, selon le niveau d'équipement des appareils et les qualifications des pilotes :

- vol à vue (VFR pour Visual Flight Rules),
- vol aux instruments (IFR pour Instrument Flight Rules).

Dans le **vol à vue (VFR)**, le pilote doit se maintenir à une certaine distance des obstacles et des nuages et ne voler que dans des conditions météorologiques compatibles avec le vol à vue, notamment en ce qui concerne la visibilité. C'est un type de vol plus adapté à l'aviation de tourisme, où la règle de base pour la séparation entre avions et l'évitement d'obstacle est « voir et éviter ».

Les **vols aux instruments (IFR)** sont moins contraints par les conditions météorologiques. Du fait qu'ils peuvent voler en conditions météorologiques dégradées, avec une visibilité réduite, les vols IFR bénéficient en règle générale

du service de contrôle aérien, qui assure leur séparation avec les autres vols (IFR ou VFR).

### III. Classification des espaces aériens :

Les espaces aériens sont catégorisés en plusieurs classes (de A à G) qui permettent de distinguer quels services fournis à quels types de vols.

ESPACE AÉRIEN	Contrôlé					Non contrôlé	
CLASSE	A	B	C	D	E	F G	
Visi horizontale	8 Km devant 1500 m latéralement 300 m verticalement					8 Km devant FL 195 1500 m latéralement 300 m verticalement	
Distance par rapport aux nuages	5 Km devant 1500 m latéralement 300 m verticalement					5 Km devant 1500 m latéralement 300 m verticalement	
	5 Km devant 1500 m latéralement 300 m verticalement Si VMC < possibilité clairance VFR Spécial en CTR visi mini 1.5km pour VI <140 kts OU conditions particulières du terrain					3000 QNH ou 1000 AGL	
Vitesse	Au-dessous du FL 100, VI < ou = 250 Kt						

Image 1 : la classification des espaces aériens

Par exemple, dans les espaces de classe A, seuls les vols aux instruments (IFR) sont admis, le service de contrôle est fourni à tous les vols IFR, seuls autorisés.

Dans les espaces de classe B, les vols aux instruments (IFR) et à vue (VFR) sont admis ; un service de contrôle est fourni à tous les vols et la séparation est assurée entre tous.

Dans les espaces de classe C, les vols aux instruments (IFR) et à vue (VFR) sont admis ; la séparation n'est assurée qu'entre vols IFR/IFR ou IFR/VFR. Les

vols VFR sont séparés des vols IFR et reçoivent des informations de trac relatives aux autres vols VFR.

#### **IV. Contrôle du trafic aérien :**

##### **1. Définition :**

Les services du contrôle de la navigation aérienne ont pour objectif d'assurer la sécurité du trafic. Afin de réaliser cet objectif, les cinq missions suivantes doivent être menées à bien :

- empêcher les collisions entre avions ;
- empêcher les collisions entre les avions et les éventuels obstacles situés sur l'aire de manœuvre ;
- accélérer et ordonner la circulation aérienne ;
- fournir les avis et les renseignements utiles à l'exécution sûre et efficace des vols ;
- alerter les organismes de secours (recherche et sauvetage) lorsqu'un avion en a besoin.

##### **2. Différents types de contrôles:**

Le contrôle de la circulation aérienne (ATC) est un service fourni par des contrôleurs basés au sol qui coordonne les mouvements des avions au sol et dans le ciel pour assurer un flux de trafic sûr, cohérent et efficace.

Les services ATC sont fournis dans une grande partie de l'espace aérien et sont à la disposition de tous les usagers (privés, commerciaux et militaires). Cet espace aérien est appelé "espace aérien contrôlé" à la différence de "l'espace aérien non contrôlé." Les services de contrôle aérien peuvent être divisés en trois domaines :

##### **2.1. contrôle d'aérodrome:**

Les contrôleurs d'aérodrome - ou contrôleurs 'tour' – sont responsables de la séparation et du mouvement efficace des aéronefs et des véhicules qui manœuvrent sur les voies de circulation et les pistes de l'aéroport ainsi que des aéronefs en vol à proximité de l'aéroport.



image 2 : contrôle d'aérodrome de l'aéroport de Bordeaux - Mérignac-[5]

## **2.2. contrôle d'approche :**

Le contrôle d'approche gère les phases de montée et de descente des vols. Ces phases sont particulièrement compliquées, car elles suivent des procédures bien précises, qui varient en fonction de la météo (notamment en fonction du vent). Les espaces concernés sont situés autour des aéroports (10NM de la piste en général) et ont une densité de trafic élevée, car toutes les trajectoires convergentes vers un même point avant la piste.

## **2.3. contrôle en route :**

Les contrôleurs en route ont la mission de mener l'aéronef à l'altitude requise et, en même temps, de s'assurer que l'aéronef respecte les distances de sécurité qui doivent le séparer des autres aéronefs. De plus, l'aéronef doit être inséré dans un flux de trafic qui correspond à son plan de vol. De plus ils contrôlent les aéronefs qui, après avoir décollé, quittent la zone terminale d'un aéroport jusqu'à leur arrivée dans l'espace aérien de la zone terminale de l'aéroport de destination.



Image 3. Salle de contrôle en route.

#### **2.4. Phase de vol :**

Il existe différentes phases de vol : le roulage, le décollage, la montée, la croisière, la descente, l'atterrissage. Le contrôle aérien est en quelque sorte compartimenté selon ces phases de vol. Le roulage, le début de la montée et la fin de la descente sont gérés par le contrôle d'aérodrome ; la fin de la montée et le début de la descente sont gérés par le contrôle d'approche. Le contrôle d'aérodrome et le contrôle d'approche sont responsables des TMA. Enfin, la phase de croisière est gérée par le contrôle dit en-route.

#### **3. Le problème de la capacité de l'espace aérien :**

La capacité de l'espace aérien peut être définie comme le nombre maximal de vols pouvant évoluer simultanément dans un espace donné. Les prévisions de l'évolution du volume de trafic suggèrent que d'ici quinze à vingt ans le nombre de vols dans l'espace aérien du monde aura doublé. Les contrôleurs aériens, se trouvant au cœur de la gestion de la circulation aérienne, sont directement concernés par ces prévisions.

En effet, nous pouvons considérer que la capacité de l'espace aérien dépend de la capacité des contrôleurs à gérer simultanément un grand nombre de vols. D'un

point de vue pratique, lorsqu'un contrôleur n'est pas en mesure de gérer l'ensemble des vols qui lui sont confiés, le contrôleur est dit en surcharge de travail.

Une surcharge potentielle se concrétise par des recrutements vers d'autres secteurs aériens (moins chargés) et par conséquent induit du retard : c'est **le problème de la capacité de l'espace aérien**. De plus, en cas de forte saturation de l'espace aérien, les vols peuvent être retardés au décollage, générant une autre forme de retard : l'attente au sol.

#### **4. Méthodes du contrôle :**

Chaque secteur est contrôlé par une paire de contrôleurs : le contrôleur organique et le contrôleur tactique.

- **Le contrôleur organique** est chargé d'organiser le trafic du secteur à moyen terme. Il s'occupe notamment de la phase de coordination, qui consiste à effectuer le transfert des avions entre les secteurs de contrôle, c'est-à-dire fournir (resp. récupérer) les informations importantes du vol lors de la sortie (resp. de l'entrée) du secteur.
- **Le contrôleur tactique** s'assure de la sécurité des vols et de leur écoulement guidé. Il prévient les collisions en s'assurant que l'espacement entre les vols est suffisant, c'est-à-dire qu'il respecte la norme de séparation.

#### **Norme de séparation:**

La norme de séparation est une distance minimale à respecter afin d'assurer la sécurité des avions.

### **5. Le problème de la résolution de conflits**

#### **5.1. Description du problème**

Pour assurer la sécurité des avions durant leurs vols, il est nécessaire de contrôler en temps réel leurs agissements. C'est le rôle du contrôle du trafic aérien, qui fait partie intégrante de l'ATM. La notion de conflit est essentielle dans l'ATC.

Pour des raisons de sécurité, une zone de sécurité est définie autour de chaque avion. Cette zone est tridimensionnelle et répond non seulement à l'évitement de collision mais également aux espacements nécessaires pour éviter les turbulences créées par les avions environnants.

La norme de séparation standard horizontale entre deux avions est de 5Nm. La norme de séparation standard verticale, quant à elle, est fixée à 1000ft. Ces distances de séparation définissent ainsi une zone de sécurité autour des avions comme illustré dans la figure 1.

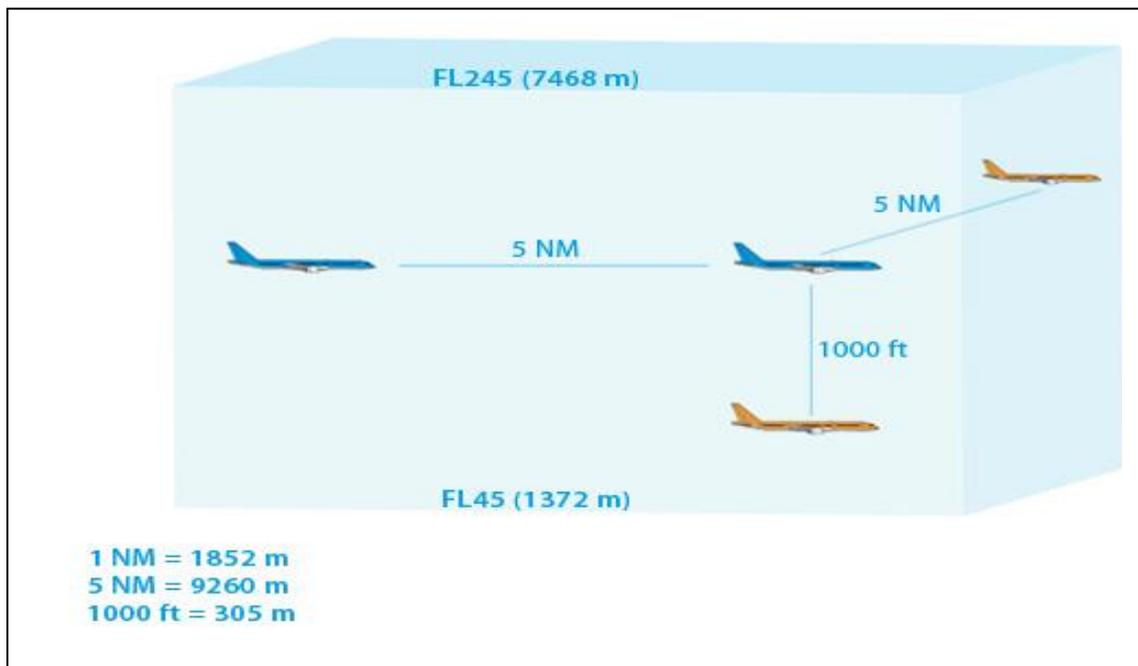


Figure 1. Zone de sécurité d'un avion

Lorsqu'un avion pénètre dans la zone de sécurité d'un autre avion, ces deux avions sont dits en conflit. La notion de conflit traduit une violation des distances de séparation standard définie ci-dessus. La relation « est en conflit avec » définit une relation d'équivalence et chaque classe d'équivalence associée est appelée cluster de conflits.

La résolution de conflits, qui consiste à utiliser des manœuvres d'évitement pour assurer le respect des contraintes de séparation, est actuellement opérée par les contrôleurs aériens.

Cependant, du fait de l'augmentation du trafic, l'automatisation partielle ou totale de cette résolution est un problème très étudié pour fournir une aide à la décision au contrôleur. La résolution automatique de conflits devra donc assurer le respect des normes de séparation sur un horizon temporel choisi.

## **5.2. Les classes de résolution de conflits**

Il existe de nombreuses méthodes de résolution automatiques de conflits. Différents critères permettent de les classer. Nous verrons dans cette partie les propriétés discriminantes qui nous permettront de placer les méthodes que nous présenterons plus loin dans ce panorama.

### **5.2.1. Centralisée et décentralisée : qui prend en charge la résolution**

Être en charge de la détection et de la résolution de conflits implique de grandes responsabilités. Il est donc nécessaire d'attribuer précisément cette responsabilité pour définir clairement qui est en charge de ces tâches. Partant de ce constat, il existe deux grandes classes de méthodes : les méthodes centralisées et les méthodes décentralisées.

- **Dans les méthodes centralisées**, la détection et la résolution sont opérés par un seul acteur qui donne les ordres de résolution aux avions. Elles centralisent donc la responsabilité. Par exemple, une méthode qui se calquerait sur l'action des contrôleurs aériens serait une méthode centralisée. Il est important de préciser que les méthodes centralisées sont généralement des méthodes appliquées au sol.

- **Les méthodes décentralisées** répartissent la responsabilité entre différents acteurs. Par exemple, dans l'approche autonome, les avions voisins communiquent entre eux et déterminent ainsi une stratégie commune de résolution. Ces méthodes de résolution sont implantées à bord de l'avion.

L'approche centralisée a l'avantage d'avoir une vision globale du trafic. En effet, il est difficile, pour l'approche autonome, de pouvoir considérer le contexte global du trafic aérien sans un contrôle au sol.

### 5.2.2. Coopératives et non-coopératives

Un conflit implique plusieurs avions. Différentes stratégies de résolution sont possibles : coopératives et non-coopératives.

- Dans **les méthodes coopératives**, les avions prennent en compte les manœuvres des autres avions impliqués pour déterminer leurs trajectoires.
- Dans **les méthodes non-coopératives**, chaque avion décide de ses manœuvres sans considérer les autres avions ou du moins, en considérant comme fixes les trajectoires des autres avions (menant généralement à une approche séquentielle).

### 5.2.3. Prescrite et optimisée

Le problème de la résolution de conflits présente plusieurs facettes. En effet, le fait de résoudre un conflit assure seulement que la contrainte de séparation n'est plus violée, sans autre considération (l'optimalité de la résolution par rapport à certains critères de coût par exemple). C'est pourquoi il existe différentes approches de résolutions : prescrite, optimisée.

- **La résolution prescrite** consiste à définir en amont un ensemble de manœuvres de résolution (manœuvres présentées dans la figure 2.1 et 2.2 par exemple) que l'opérateur applique en cas d'apparition de conflits. L'avantage d'appliquer des manœuvres prédéfinies est d'accélérer le temps de réponse de l'opérateur. L'inconvénient majeur de ce type de méthode est de ne pas être adaptable à la situation, et donc de ne pas nécessairement être optimale.
- **La résolution optimisée**, elle cherche non seulement à résoudre le conflit, mais également à optimiser le coût de la résolution selon un critère donné (distance parcourue, consommation de carburant, etc...). Les manœuvres de résolution utilisées dans cette approche varient selon les auteurs.

### 5.3. Type de manœuvres utilisées

Actuellement, lorsque les avions sont en vol, il est de la responsabilité du contrôleur d'assurer le respect des normes de séparation entre avions à tout instant. Pour cela, il utilise généralement deux types de manœuvres : le point tournant et la mise en offset (présentées dans la figure 2.1 et 2.2). Ces deux manœuvres se font dans le plan horizontal.

Les manœuvres verticales sont utilisées uniquement dans les phases de montée ou de descente, par le biais de mise en palier temporaire. Dans le trafic en-route, les manœuvres verticales ne sont utilisées par les contrôleurs qu'en dernier recours, de par leur coût élevé en termes de carburant.

Dans les méthodes automatiques de résolution de conflits, il existe deux approches pour modéliser les manœuvres d'évitement. La première se conforme aux manœuvres utilisées couramment, dites manœuvres opérationnelles. La seconde ne se préoccupe pas de cet aspect et utilise des manœuvres d'évitement non-opérationnelles. Dans ce cas, nous différencions les manœuvres ne respectant pas les contraintes ATM (de vitesse ou de courbure) et celles les respectant.

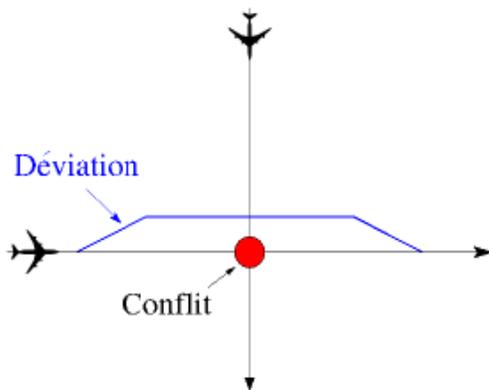


Figure 2.1 – offset

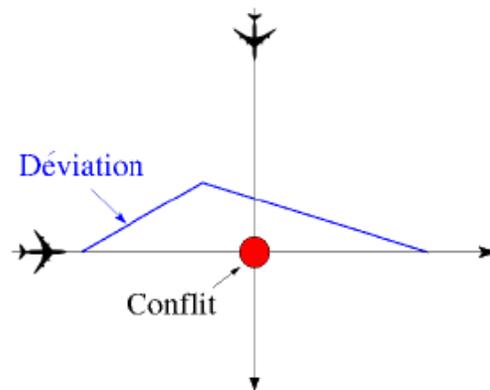


Figure 2.2– point tournant

## 6. Détection et méthodes de résolution de conflits

La détection et la résolution de conflits entre trajectoires d'avions sont parmi les tâches principales des contrôleurs aériens. Il est aujourd'hui possible de leur fournir des outils pour les assister dans ces tâches.

### 6.1. Qu'est-ce qu'un conflit aérien

Deux avions sont dites « en conflit » si leur trajectoires futures les amènent à occuper simultanément des positions ne respectant pas une norme de séparation fixée.

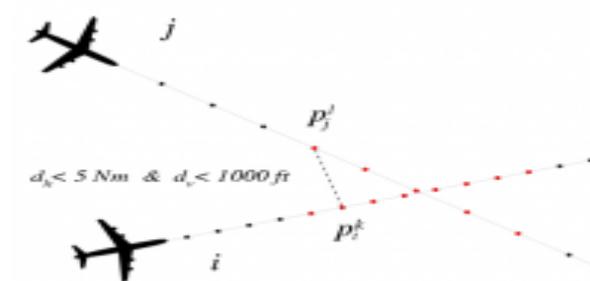


Figure 3 : exemple de deux avions en conflit [1]

### 6.2. Modélisation des incertitudes, détection de conflit

Dans la détection de conflits, les taux de fausse alarme et de non-détection sont très dépendants de la qualité de la prévision des trajectoires et d'une modélisation fine des incertitudes. Il existe au moins deux façons de modéliser l'incertitude des positions futures :

- Encadrer cette incertitude par des intervalles de confiance, ou de tolérance. Cette approche permet de définir une « boîte » autour des positions nominales futures, dans laquelle la présence de l'avion est assurée avec une certaine probabilité, ou certain niveau de certitude.
- Définir une probabilité de présence de l'avion à chaque point le long de sa route prévue.

Selon la modélisation des incertitudes, la détection de conflits reviendra donc soit à déterminer quand la distance entre zones d'incertitudes sera en dessous

normes de séparation verticales et horizontales, soit à déterminer si la probabilité d'une perte de séparation est supérieure à un certain seuil fixé.

### **6.3. Qu'est-ce que la résolution de conflits**

Résoudre un conflit consiste trouver des trajectoires alternatives, dont la déviation est minimale par rapport aux trajectoires initiales, et qui respectent les normes de séparation.

Il s'agit donc d'un problème d'optimisation sous contraintes. La fonction à minimiser est relativement simple. Par contre pour des modélisations réalistes, la forme analytique des contraintes de séparation n'est pas immédiatement accessible : l'évaluation des contraintes de séparation nécessite généralement une simulation du trafic, avec un calcul des trajectoires alternatives et une détection de conflits.

Au delà de cette formulation, les objectifs d'une résolution de conflits peuvent être divers :

- Trouver une solution, même de qualité médiocre
- Chercher un optimum local
- Chercher un optimum global, pour l'ensemble des déviations de trajectoires, qui est un problème plus difficile que les précédents.
- Prouver l'existence de solution, ou leur absence
- Prouver l'optimalité des solutions trouvées

### **6.4. Méthode de résolution de conflit**

Pour surveiller le trafic, les contrôleurs aériens disposent généralement d'un écran radar affichant l'ensemble des vols présents dans leur secteur ainsi que ceux qui sont à même d'y entrer dans un futur proche. La majorité des informations sont donc regroupées sur une interface interactive 2D, sur laquelle le contrôleur s'appuie pour anticiper et résoudre les conflits potentiels entre les aéronefs. Une grande partie du travail du contrôleur consiste donc à évaluer mentalement les différents scénarios possibles pour prendre les décisions adéquates afin de garantir la sécurité des vols. Avec l'augmentation du volume du trafic, la charge de travail

potentielle des contrôleurs est susceptible d'augmenter. Ainsi une part considérable de la recherche dans la gestion du trafic aérien s'attache à proposer des solutions afin de faciliter leur tâche, ces méthodes sont connues sous le nom de détection et résolution de conflits aériens.

La détection et la résolution des conflits potentiels font partie intégrante du travail quotidien du contrôleur aérien. Le contrôleur aérien dispose de trois méthodes pour résoudre un conflit potentiel :

- le changement de niveau de vol,
- le changement de cap,
- le changement de vitesse,

ou une combinaison de ces trois méthodes. Dans la pratique, seules les deux premières méthodes sont fréquemment utilisées par les contrôleurs aériens. La régulation de vitesse seule est difficile à mettre en œuvre car elle ne modifie pas la trajectoire 3D des vols, contrairement aux deux autres méthodes. Pour le contrôleur cela représente une difficulté supplémentaire car visuellement, sur l'écran radar, la résolution du conflit n'apparaît que très progressivement. Ainsi, de façon globale, les contrôleurs préfèrent les clairances de réaffectation de niveau de vol ou de modification de cap et se focalisent sur ces méthodes de résolution de conflit.

Dans la suite de ce document on s'intéresse au deuxième conflit c'est-à-dire la résolution de conflit par le changement de cap.

## **Conclusion**

le trafic aérien est un domaine très compliqué en raison de l'augmentation permanente croissante du nombre de vols, ce qui exige une forte mobilisation pour assuré la sécurité.

Le contrôleur aérien joue un rôle très important pour assurer la sécurité des vols. Ces contrôleurs sont chargés du suivi du bon déroulement des vols dans leur secteur, de la détection de conflits potentiels entre avions et de la résolution des conflits.

# Chapitre 2 : Optimisation combinatoire

---

## I.Introduction

L'optimisation combinatoire occupe une place très importante en recherche opérationnelle, en mathématiques discrètes et en informatique. Son importance se justifie d'une part par la grande difficulté des problèmes d'optimisation et d'autre part par de nombreuses applications pratiques pouvant être formulées sous la forme d'un problème d'optimisation combinatoire. La résolution des conflits aériens se ramène à la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire de grandes tailles et qui sont difficile à résoudre.

On expose dans la suite différentes méthodes permettant la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire. Ces méthodes peuvent être classées sommairement en deux grandes catégories : les méthodes exactes (complètes) qui garantissent la complétude de la résolution et les méthodes approchées (incomplètes) qui perdent la complétude pour gagner en efficacité.

## II.Méthode de résolution

### 1. Méthode exacte

#### 1.1. Branch and bound

Appelé aussi algorithme de séparation et évaluation, est une méthode générique de résolution de problèmes d'optimisation combinatoire. Le principe de la méthode consiste à construire nœud par nœud l'arbre d'énumération tout en faisant usage de bornes (primales et duales) afin d'éviter la génération de tous les nœuds de l'arbre.

Mécanismes :

- Séparer (Brancher, Branch) : Diviser les problèmes en sous-problèmes (“diviser pour régner”).
- Evaluer (Borner, Bound) : Calculer une estimation de la solution optimale d’un sous-problème.
- Le calcul d’une bonne solution réalisable (borne primale) est un élément qui peut se révéler important.

## 1.2. Programmation dynamique

La programmation dynamique est une méthodologie générale pour concevoir des algorithmes permettant de résoudre efficacement certains problèmes d’optimisation. Un problème d’optimisation consiste à rechercher, parmi un ensemble de solutions d’un problème, celles qui optimisent un certain critère. Par exemple, trouver un plus court chemin pour aller d’un point à un autre dans un réseau de transport est un problème d’optimisation. La conception d’un algorithme de programmation dynamique se décompose en quatre étapes.

- Caractérisation de la structure d’une solution optimale.
- Définition récursive de la valeur de la solution optimale.
- Calcul ascendant de la valeur de la solution optimale.
- Construction de la solution optimale à partir des informations obtenues à l’étape précédente.

## 2. Méthodes approchées

### 2.1. Recuit simulé

L’idée principale du recuit simulé tel qu’il a été proposé par Métropolis en 1953 est de simuler le comportement de la matière dans le processus du recuit très largement utilisé dans la métallurgie. Le but est d’atteindre un état d’équilibre

thermodynamique, cet état d'équilibre (où l'énergie est minimale) représente - dans la méthode du recuit simulé - la solution optimale d'un problème ; L'énergie du système sera calculé par une fonction coût (ou fonction objectif) spécifique à chaque problème. La méthode va donc essayer de trouver la solution optimale en optimisant une fonction objectif, pour cela, un paramètre fictif de température a été ajouté par Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi.

### **L'algorithme du recuit simulé :**

Le recuit simulé applique itérativement l'algorithme de Métropolie, pour engendrer une séquence de configurations qui tendent vers l'équilibre thermodynamique :

- 1) Choisir une température de départ  $T=T_0$  et une solution initiale  $S=S_0$  ;
- 2) générer une solution aléatoire dans le voisinage de la solution actuelle ;
- 3) comparer les deux solutions selon le critère de Métropolie ;
- 4) répéter 2 et 3 jusqu'a ce que l'équilibre statistique soit atteint ;
- 5) décroître la température et répéter jusqu'a ce que le système soit gelé.

Dans un premier temps,  $T$  étant généralement choisi très grand, beaucoup de solutions - même celles dégradant la valeur de  $f$  - sont acceptées, et l'algorithme équivaut à une visite aléatoire de l'espace des solutions. Mais à mesure que la température baisse, la plupart des solutions augmentant l'énergie sont refusés, et l'algorithme se ramène à une amélioration itérative classique.

A température intermédiaire, l'algorithme autorise de temps en temps des transformations qui dégradent la fonction objective. Il laisse ainsi une chance au système de s'extraire d'un minima local.

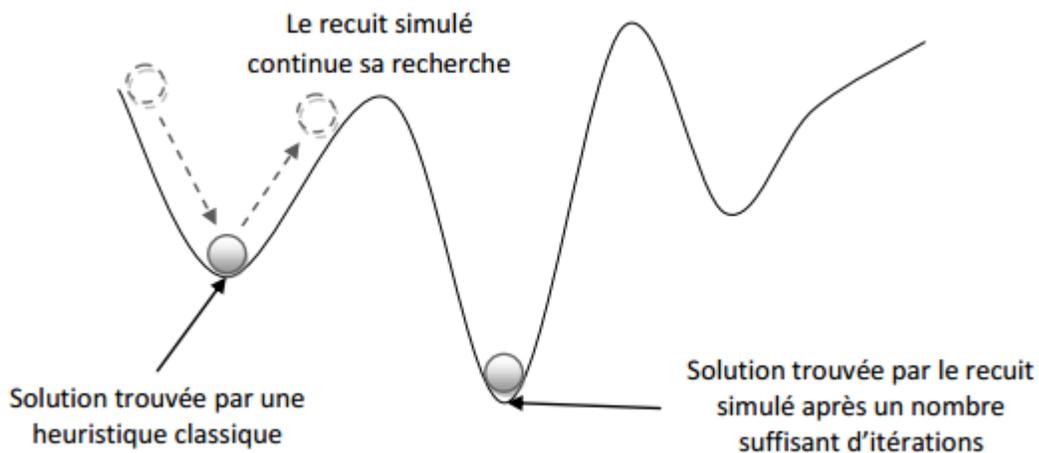


Figure 4 : comparaison entre recuit simulé et une heuristique classique

## 2.2. Recherche tabou

### a) Définition de la recherche Tabou (RT)

Définition de base de RT : méthode méta-heuristique utilisée pour la résolution des problèmes d'optimisation, destinée principalement à guider d'autres méthodes afin de trouver de meilleures solutions à partir d'une solution initiale obtenue par l'une des heuristiques.

### b) Principe de la Recherche Tabou

- L'utilisation de structures de mémoires flexibles (court, moyen, long terme) permettant l'exploration complète du critère d'évaluation et aussi de l'historique de la recherche.
- Un mécanisme de contrôle basé sur l'alternance entre les conditions qui restreignent (restriction Tabou) et qui libèrent (critère d'aspiration) le processus de recherche.
- L'incorporation des stratégies dites d'intensification et de diversification de la recherche :

- La stratégie d'intensification utilisant la mémoire à moyen terme, sert à renforcer la recherche dans la région des meilleures solutions trouvées récemment.

La stratégie de diversification utilisant la mémoire à long terme, sert à guider la recherche dans de nouvelles régions

### c) **Algorithme générale de la recherche tabou**

1-Initialisation.

2-Créer une liste des mouvements candidats.

3-Choisir le meilleur candidat. Ce choix est basé sur les restrictions Tabou et le critère d'aspiration.

- On obtient ainsi une autre solution, mais qui ne sera enregistré que si elle est meilleur que la solution précédente.

4-Appliquer le critère d'arrêt.

- Continue: changer les candidats d'admissibilité (restriction Tabou et critère d'aspiration). Aller à 2.
- Stop: passer aux stratégies d'intensification et diversification

### 2.3. **Algorithme génétiques**

Un AG est un algorithme stochastique itératif qui utilise une population d'individus représentant les solutions potentielles du problème d'optimisation à résoudre.

Cette population va évoluer de générations en générations : les individus les « mieux adaptés » auront plus de chance de se reproduire et donc de transmettre leurs caractéristiques héréditaires.

Le patrimoine génétique d'un individu est contenu dans un chromosome qui est constitué d'un ensemble de gènes qui prennent leur valeur dans un alphabet binaire ou non.

Le processus de l'évolution est traduit au travers des opérateurs de sélection et de reproduction. Les individus sont sélectionnés en fonction de leur adaptation. Pour se reproduire, deux mécanismes permettent de « fournir » de nouveaux individus :

- le croisement ou l'hybridation qui combine les génotypes de deux parents et fournit deux descendants.
- la mutation qui change un ou plusieurs gènes d'un individu.

**a) Principe**

- compétition entre les individus d'une population pour les ressources (eau, nourriture, etc..)
- compétition pour attirer les partenaires sexuels (mating) les individus les plus adaptés (performants) vont se reproduire et avoir plusieurs progénitures
- la combinaison des “ bonnes ” caractéristiques des parents va permettre d'avoir des enfants mieux adaptés
- de générations en générations, l'espèce va évoluer et devenir de mieux en mieux adaptée

**b) mise en œuvre**

1. Création d'une population initiale.
2. Evaluation des individus de la population
3. Sélection des “ meilleurs ” individus
4. Croisement et mutation dans le « mating pool »
5. Formation d'une nouvelle génération

Retour au 2 si non convergence

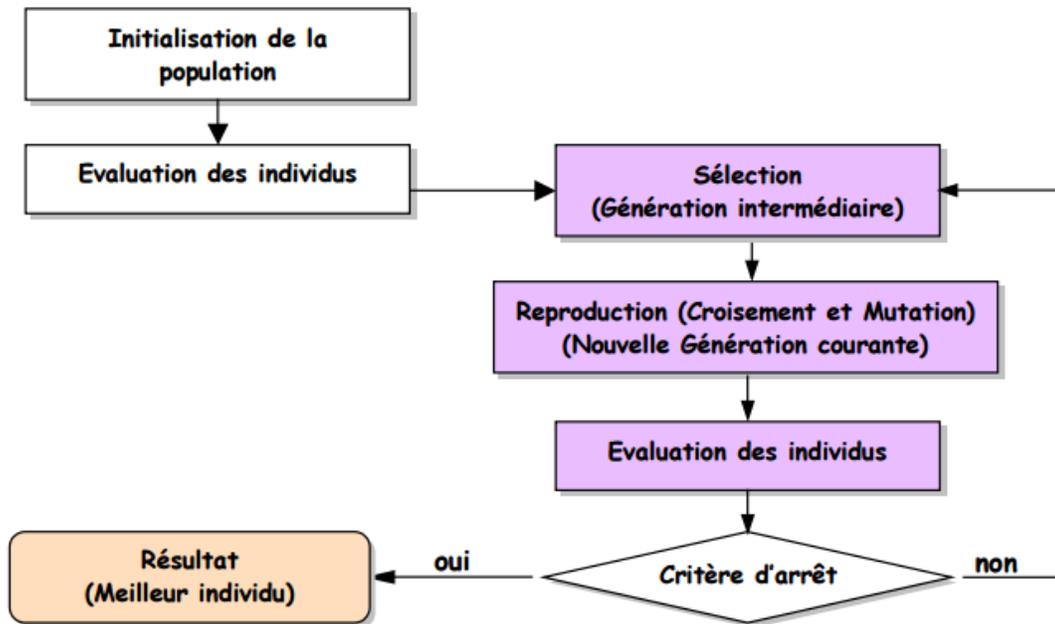


Figure 5 : organigramme d'un algorithme génétique

## 2.4. L'optimisation par les algorithmes de colonie de fourmis

### a) Définition

Les algorithmes de colonies de fourmis sont des algorithmes inspirés du comportement des fourmis et qui constituent une famille de méta-heuristiques d'optimisation. Initialement proposé par Marco Dorigo et al. Dans les années 1990, pour la recherche de chemins optimaux dans un graphe, le premier algorithme s'inspire du comportement des fourmis recherchant un chemin entre leur colonie et une source de nourriture. L'idée originale s'est depuis diversifiée pour résoudre une classe plus large de problèmes et plusieurs algorithmes ont vu le jour, s'inspirant de divers aspects du comportement des Fourmies.

### b) Optimisation naturelle : pistes de phéromone

Les algorithmes de colonies de fourmis sont nés à la suite d'une constatation : les insectes sociaux en général, et les fourmis en particulier, résolvent naturellement des problèmes relativement complexes. Les biologistes ont étudié comment les fourmis arrivent à résoudre collectivement des problèmes trop

complexes pour un seul individu, notamment les problèmes de choix lors de l'exploitation de sources de nourriture.

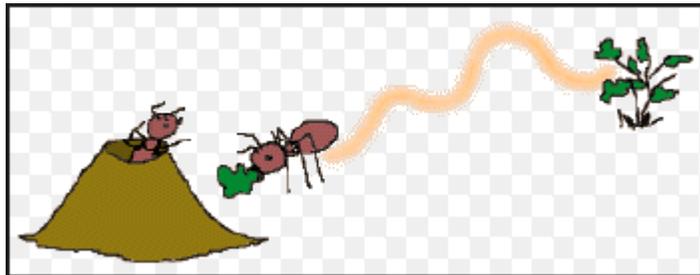


Figure 6::une fourmis dépose des phéromones sur son passage

Les fourmis ont la particularité d'employer pour communiquer des substances volatiles appelées phéromones. Elles sont attirées par ces substances, qu'elles perçoivent grâce à des récepteurs situés dans leurs antennes. Ces substances sont nombreuses et varient selon les espèces. Les fourmis peuvent déposer des phéromones au sol, grâce à une glande située dans leur abdomen, et former ainsi des pistes odorantes, qui pourront être suivies par leurs congénères (Figure 6). Les fourmis utilisent les pistes de phéromone pour marquer leur trajet, par exemple entre le nid et une source de nourriture. Une colonie est ainsi capable de choisir (sous certaines conditions) le plus court chemin vers une source à exploiter, sans que les individus aient une vision globale du trajet. En effet, comme l'illustre la figure 7, les fourmis le plus rapidement arrivées au nid, après avoir visité la source de nourriture, sont celles qui empruntent les deux branches les plus courtes. Ainsi, la quantité de phéromone présente sur le plus court trajet est légèrement plus importante que celle présente sur le chemin le plus long. Or, une piste présentant une plus grande concentration en phéromone est plus attirante pour les fourmis, elle a une probabilité plus grande d'être empruntée. La piste courte va alors être plus renforcée que la longue, et, à terme, sera choisie par la grande majorité des fourmis. On constate qu'ici le choix s'opère par un mécanisme d'amplification d'une fluctuation initiale. Cependant, il est possible qu'en cas d'une plus grande quantité de phéromone déposée sur les grandes branches, au

début de l'expérience, la colonie choisisse le plus long parcours. D'autres expériences, avec une autre espèce de fourmis, ont montré que si les fourmis sont capables d'effectuer des demi-tours sur la base d'un trop grand écart par rapport à la direction de la source de nourriture, alors la colonie est plus flexible et le risque d'être piégé sur le chemin long est plus faible.

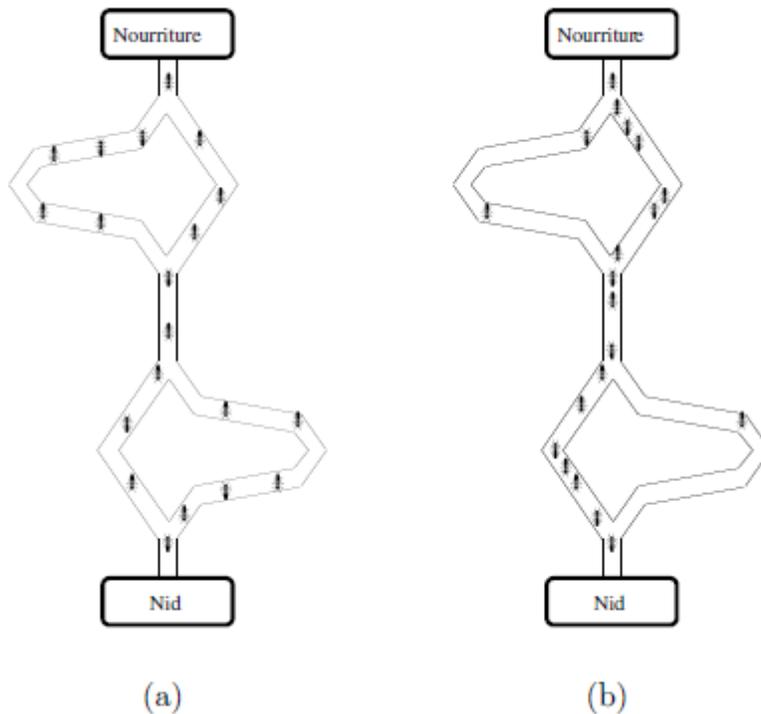


Figure 7 : Expérience de sélection des branches les plus courtes par une colonie de fourmis : (a) au début de l'expérience, (b) a la fin de l'expérience.[ 3]

Il est difficile de connaître avec précision les propriétés physico-chimiques des pistes de phéromone, qui varient en fonction des espèces et d'un grand nombre de paramètres. Cependant, les méta-heuristiques d'optimisation de colonies de fourmis s'appuient en grande partie sur le phénomène d'évaporation des pistes de phéromone. Or, on constate dans la nature que les pistes s'évaporent plus lentement que ne le prévoient les modèles. Les fourmis réelles disposent en effet "d'heuristiques" leur apportant un peu plus d'informations sur le problème (par

exemple une information sur la direction). Il faut garder à l'esprit que l'intérêt immédiat de la colonie (trouver le plus court chemin vers une source de nourriture) peut être en concurrence avec l'intérêt adaptatif de tels comportements. Si l'on prend en compte l'ensemble des contraintes que subissent une colonie de fourmis (prédation, compétition avec d'autres colonies, etc.), un choix rapide et stable peut être meilleur, et un changement de site exploitée peut entraîner des coûts trop forts pour permettre la sélection naturelle d'une telle option.

### c) **Algorithme de base**

Dans l'algorithme AS, à chaque itération  $t$  ( $1 \leq t \leq t_{\max}$ ), chaque fourmi  $k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) parcourt le graphe et construit un trajet complet de  $n = |N|$  étapes (on note  $|N|$  le cardinal de l'ensemble  $N$ ). Pour chaque fourmi, le trajet entre une ville  $i$  et une ville  $j$  dépend de :

1. la liste des villes déjà visitées, qui définit les mouvements possibles à chaque pas, quand la fourmi  $k$  est sur la ville  $i$  :  $J_i^k$  ;
2. l'inverse de la distance entre les villes :  $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ , appelée visibilité. Cette information "statique" est utilisée pour diriger le choix des fourmis vers des villes proches, et éviter les villes trop lointaines;
3. la quantité de phéromone déposée sur l'arête reliant les deux villes, appelée l'intensité de la piste. Ce paramètre définit l'attractivité d'une partie du trajet global et change à chaque passage d'une fourmi. C'est, en quelque sorte, une mémoire globale du système, qui évolue par apprentissage.

La règle de déplacement est la suivante :

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{(\tau_{ij}(t))^\alpha \cdot (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t))^\alpha \cdot (\eta_{il})^\beta} & \text{si } j \in J_i^k \\ 0 & \text{si } j \notin J_i^k \end{cases}$$

Ou  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux paramètres contrôlant l'importance relative de l'intensité de la piste,  $\tau_{ij}(t)$ , et de la visibilité,  $(\eta_{ij})$ . Avec  $\alpha = 0$ , seule la visibilité de la ville est prise en compte ; la ville la plus proche est donc choisie à chaque pas. Au contraire, avec  $\beta = 0$ , seules les pistes de phéromone jouent. Pour éviter une sélection trop rapide d'un trajet, un compromis entre ces deux paramètres, jouant sur les comportements de diversification et d'intensification, est nécessaire.

Après un tour complet, chaque fourmi laisse une certaine quantité de phéromone  $\Delta\tau_{ij}^k(t)$  sur l'ensemble de son parcours, quantité qui dépend de la qualité de la solution trouvée :

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{si } (i,j) \in T^k(t) \\ 0 & \text{si } (i,j) \notin T^k(t) \end{cases}$$

ou  $T^k(t)$  est le trajet effectué par la fourmi  $k$  à l'itération  $t$ ,  $L^k(t)$  la longueur de la tournée et  $Q$  un paramètre fixé. L'algorithme ne serait pas complet sans le processus d'évaporation des pistes de phéromone. En effet, pour éviter d'être piégé dans des solutions sous-optimales, il est nécessaire de permettre au système "d'oublier" les mauvaises solutions. On contrebalance donc l'additivité des pistes par une décroissance constante des valeurs des arêtes à chaque itération. La règle de mise à jour des pistes est donc :

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t)$$

ou  $m$  est le nombre de fourmis et  $\rho$  le taux d'évaporation. La quantité initiale de phéromone sur les arêtes est une distribution uniforme d'une petite quantité  $\tau_0 \geq 0$ .

## **Conclusion**

Les méta-heuristiques sont des algorithmes itératifs qui permettent généralement de traiter des problèmes combinatoires difficiles de grandes tailles avec un coût de calcul raisonnable. Les problèmes d'optimisation combinatoire modélisant les conflits aériens sont de grandes tailles, et ils sont difficiles à résoudre. Des méta-heuristiques telles que la colonie de fourmis ou l'algorithme génétique sont assez souvent utilisés pour traiter ce type de problèmes.

# Chapitre 3 : Résolution de conflits par colonies de fourmis

---

## I. Introduction

La résolution de conflits est un problème difficile car fortement combinatoire. Lorsque le nombre d'avions augmente, il apparaît clairement que le nombre de conflits potentiels devient très important, rendant ainsi la résolution de conflits de plus en plus contrainte et par conséquent, la résolution du problème de plus en plus difficile.

Nous présentons dans ce chapitre la résolution d'un problème de conflit simplifié par l'algorithme de colonie de fourmis (les détails et le principe de l'algorithme ont été expliqués à la fin du chapitre 2) qui utilise une approche optimisée et modélisant les trajectoires comme un chemin dans un graphe. La simplification du problème tient aux faits que la durée de cette étude est très courte pour traiter de tel problème, et que nous avons voulu concentrer nos efforts sur la compréhension de la modélisation d'un problème d'optimisation combinatoire par l'algorithme de colonies de fourmis.

## II. Problème à résoudre

Le problème que nous nous proposons de résoudre ici est un problème classique d'évitement : minimiser les retards des avions (retards entraînés par les altérations de leurs trajectoires dues à l'évitement), sous les contraintes suivantes :

- les avions restent toujours séparés deux à deux.
- les deux avions ont les mêmes vitesses.
- l'un de ces deux avions altère son cap et l'autre reste dans sa trajectoire initiale.
- l'intervalle de temps est divisé en plusieurs pas de temps égaux.

L'unique manœuvre d'évitement considérée dans ce document est le point tournant (figure1.2). En revanche, plusieurs angles de manœuvre sont autorisés :  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $30^\circ$ , et la durée de manœuvre est libre (la manœuvre de résolution peut être appliquée sur toute la trajectoire). Dans cette approche, le temps est discrétisé et la trajectoire d'un avion est modélisée par un chemin dans un graphe. Chaque nœud de ce graphe correspond à une position d'un avion à un temps donné.

### III. Modélisation du problème par un graphe

Structure de graphe des chemins :

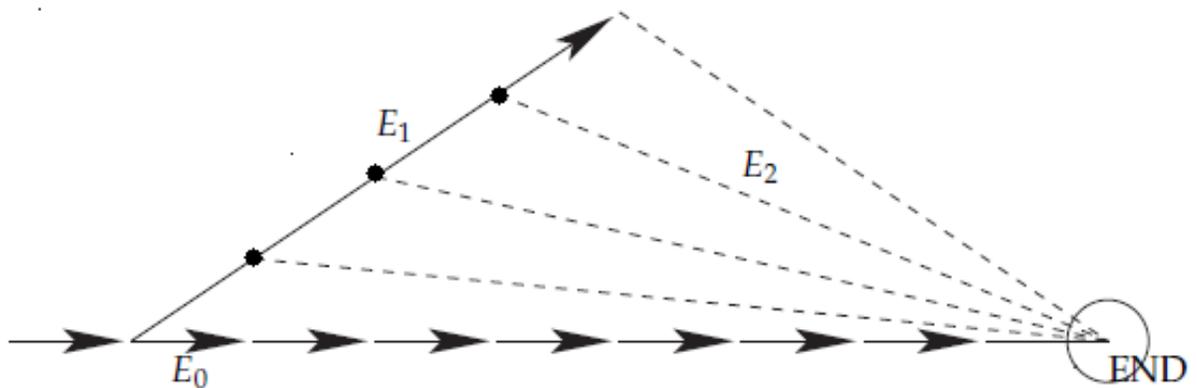


Figure 8. les différents chemins de l'avion selon l'angle de déviation et le temps de discrétisation. [2]

Le graphe qui modélise le problème va servir à la recherche du plus court chemin, ce graphe a les caractéristiques suivantes :

- Le début de graphe correspond à l'état initial de l'évitement.
- Chaque arc représente un éventuel déplacement de l'avion entre deux incréments de temps successifs.
- Le coût d'un chemin dans le graphe est la longueur de la trajectoire.
- Les nœuds représentent les différentes positions possibles de l'avion à chaque pas de temps.

## IV. L'adaptation de colonie de fourmis pour le conflit aérien

### 1. La distance entre les deux avions

Nous nous limitons à envisager pour les avions des manœuvres de déviation dans le plan horizontal, ses manœuvres sont de type point tournant: l'avion altère son cap de 10, 20 ou 30 degrés à gauche de sa trajectoire à  $t_0$  et reprend un cap vers sa destination à  $t_1$  (voir figure 1). Ce type de manœuvre permet de rester proche de la trajectoire optimale.

On cherche ici l'expression de la distance entre les deux avions en fonction des paramètres de graphe.

- Pour le premier pas de discrétisation on a le graphe suivant :

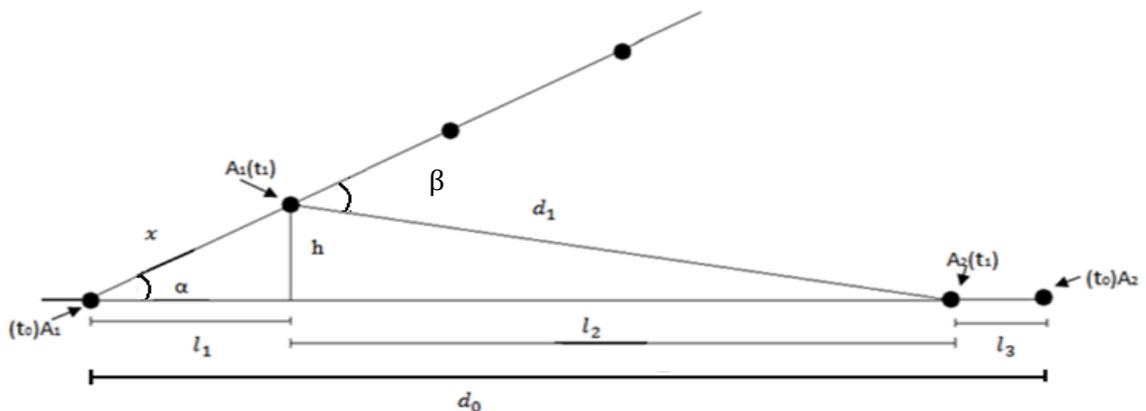


Figure 9 : Positions des deux avions après le premier pas de discrétisation

Les paramètres de la figure sont :

- $\alpha$  : l'angle de déviation.
- $d_0$  : la distance entre les deux avions à l'instant  $t_0$ .
- $d_1$ : la distance entre le premier sommet et le sommet de destination.
- $h$  : la projection de la position de l'avion à l'instant  $t_1$  sur la droite  $d_0$ .

- $\beta$  : l'angle de déviation vers la destination.
- $x$  : la distance entre les instants  $t_0$  et  $t_1$ .

- **Calculons la distance  $d_1$**

On a  $d_1^2 = h^2 + l_2^2$

C'est-à-dire  $d_1 = \sqrt{h^2 + l_2^2}$

Avec :  $l_2 = d_0 - (l_1 + l_3)$ .

$$l_1 = v \times \Delta t \times \cos \alpha .$$

$$l_3 = v \times \Delta t .$$

$$h = x \times \sin \alpha$$

C'est-à-dire  $h = v \times \Delta t \times \sin \alpha$  car on a  $v = x/\Delta t$ .

Donc l'expression de  $d_1$  devient :

$$d_1 = \sqrt{(v \times \Delta t \times \sin \alpha)^2 + (d_0 - (v \times \Delta t)(1 + \cos \alpha))^2}$$

**Remarque :**

- $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$
- l'expression de  $d_0$  reste vrai tant que la condition  $l_1 + l_3 < d_0$  est vraie.

- **Calculons l'angle  $\beta$**

On a  $\pi = \beta + \delta$  C'est-à-dire  $\beta = \pi - \delta$

D'après la figure si dessus on a :

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

Avec  $\delta_1 = \pi - \alpha - \frac{\pi}{2}$

$$= \frac{\pi}{2} - \alpha$$

Et  $\cos \delta_2 = \frac{h}{x} = \frac{h}{v \times \Delta t}$  C'est-à-dire  $\delta_2 = \cos^{-1} \frac{h}{v \times \Delta t}$

Alors  $\delta = \frac{\pi}{2} - \alpha + \cos^{-1} \frac{h}{v \times \Delta t}$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
\beta &= \pi - \delta \\
&= \pi - \frac{\pi}{2} + \alpha - \cos^{-1} \frac{h}{v \times \Delta t} \\
&= \frac{\pi}{2} - \alpha + \cos^{-1} \frac{h}{v \times \Delta t}
\end{aligned}$$

- Pour le deuxième pas de discrétisation on a

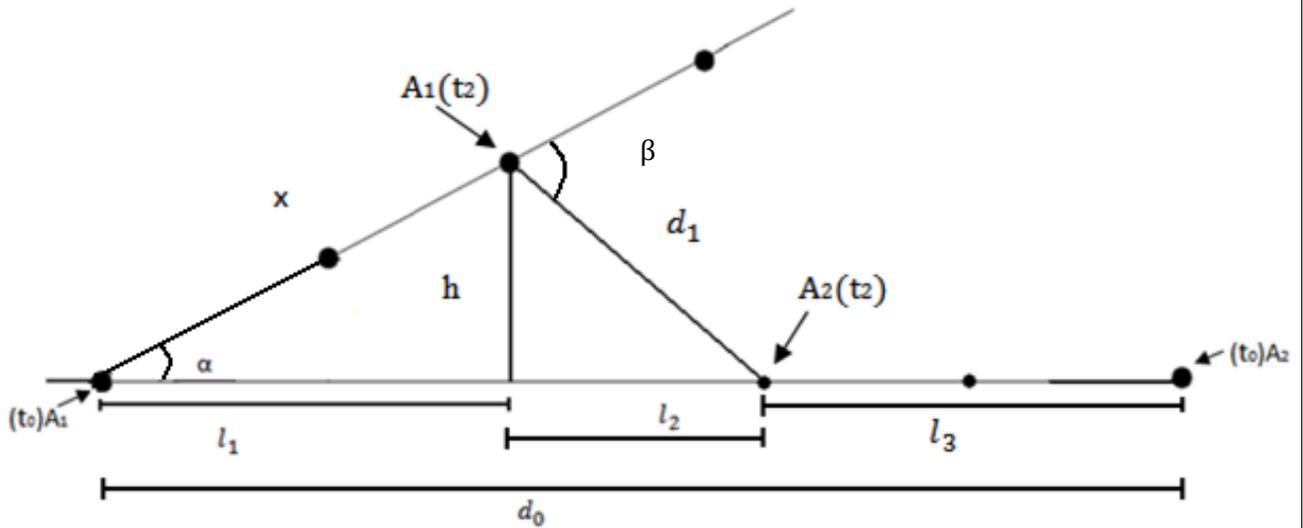


Figure 10 : Positions des deux avions après le deuxième pas de discrétisation

- **Calculons la distance  $d_2$**

On a  $d_2^2 = h^2 + l_2^2$  C'est-à-dire  $d_2 = \sqrt{h^2 + l_2^2}$

Avec :

- $l_2 = d_0 - (l_1 + l_3)$ .
- $l_1 = 2 \times v \times \Delta t \times \cos \alpha$ .
- $l_3 = 2 \times v \times \Delta t$ .
- $x = 2 \times v \times \Delta t$
- $h = x \times \sin \alpha$  C'est-à-dire  $h = 2 \times v \times \Delta t \times \sin \alpha$  ;

Donc l'expression de  $d_2$  devient :

$$d_2 = \sqrt{(2 \times v \times \Delta t \times \sin \alpha)^2 + (d_0 - 2 \times (v \times \Delta t)(1 + \cos \alpha))^2}$$

Remarque :

- $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$
- l'expression de  $d_0$  reste vraie tant que la condition  $l_1 + l_3 < d_0$  est vraie.

- **calculons l'angle  $\beta$**

on a  $\pi = \beta + \delta$  c'est-à-dire  $\beta = \pi - \delta$

D'après la figure si dessus on a :

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$\begin{aligned} \text{Avec : } \delta_1 &= \pi - \alpha - \frac{\pi}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} - \alpha \end{aligned}$$

$$\text{Et } \cos \delta_2 = \frac{h}{x} = \frac{h}{2 \times v \times \Delta t} \text{ C'est-à-dire } \delta_2 = \cos^{-1} \frac{h}{2 \times v \times \Delta t}$$

$$\text{Alors } \delta = \frac{\pi}{2} - \alpha + \cos^{-1} \frac{h}{2 \times v \times \Delta t}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} \beta &= \pi - \delta \\ &= \pi - \frac{\pi}{2} + \alpha - \cos^{-1} \frac{h}{2 \times v \times \Delta t} \\ &= \frac{\pi}{2} - \alpha + \cos^{-1} \frac{h}{2 \times v \times \Delta t} \end{aligned}$$

- On généralise les résultats précédents pour un pas  $i$  quelconque de discrétisation :

- **Calculons la distance  $d_i$**

$$\text{On a toujours : } d_i^2 = h^2 + l_2^2 \text{ C'est-à-dire } d_i = \sqrt{h^2 + l_2^2}$$

Avec :

- $l_2 = d_0 - (l_1 + l_3)$ .
- $l_1 = i \times v \times \Delta t \times \cos \alpha$ .
- $l_3 = i \times v \times \Delta t$ .

- $x = i \times v \times \Delta t.$
- $h = x \times \sin \alpha$

C'est-à-dire  $h = i \times v \times \Delta t \times \sin \alpha$

Donc l'expression de  $d_i$  devient :

$$d_i = \sqrt{(i \times v \times \Delta t \times \sin \alpha)^2 + (d_0 - i \times (v \times \Delta t)(1 + \cos \alpha))^2} ;$$

Remarque :

- $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$
- l'expression de  $d_0$  reste vrai tant que la condition  $l_1 + l_3 < d_0$  est vraie.

- **Calculons l'angle  $\beta$  :**

On a  $\pi = \beta + \delta$  C'est-à-dire  $\beta = \pi - \delta.$

D'après la figure si dessus on a :

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$\begin{aligned} \text{Avec } \delta_1 &= \pi - \alpha - \frac{\pi}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} - \alpha \end{aligned}$$

$$\text{Et } \cos \delta_2 = \frac{h}{x} = \frac{h}{i \times v \times \Delta t} \text{ C'est-à-dire } \delta_2 = \cos^{-1} \frac{h}{i \times v \times \Delta t}$$

$$\text{Alors } \delta = \frac{\pi}{2} - \alpha + \cos^{-1} \frac{h}{i \times v \times \Delta t}$$

Par conséquence :

$$\begin{aligned} \beta &= \pi - \delta \\ &= \pi - \frac{\pi}{2} + \alpha - \cos^{-1} \frac{h}{i \times v \times \Delta t} \\ &= \frac{\pi}{2} - \alpha + \cos^{-1} \frac{h}{i \times v \times \Delta t} \end{aligned}$$

## 2. La fonction coût, le dépôt et l'évaporation de phéromone

L'algorithme se déroule par génération. Le principe étant que chaque génération de fourmis dépose des phéromones sur son parcours qui guident la génération suivante. La façon dont ces phéromones sont déposées est donc un aspect crucial de cet algorithme. Nous en expliquons le principe ici.

À chaque génération, pour chaque avion  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),  $p$  fourmis (où  $p$  est fixé par l'utilisateur, par exemple,  $p = 10$ ) sont lancées dans le graphe représentant une grille discrète dans le plan horizontal à partir du nœud représentant la position initiale de l'avion. Elles se déplacent de nœud en nœud vers leurs objectifs respectifs. À chaque chemin emprunté correspond un score  $c_{parcours}$ . Ce score est déterminé en fonction de la manœuvre utilisée. Pour déterminer ce score, trois types de mouvements sont autorisés pour une fourmi :

le mouvement U par lequel elle suit sa trajectoire initiale (ligne droite), le mouvement V par lequel elle s'écarte de sa trajectoire, et le mouvement W par lequel elle revient vers sa trajectoire initiale (voir figure 11). Durant le chemin de la fourmi, le score du chemin est incrémenté : pour chaque arête, le score est inchangé si la fourmi fait un mouvement U, il est incrémenté de 2 si la fourmi fait un mouvement V, et de 1 si elle fait un mouvement W. De plus, Si une fourmi se trouve en position de conflit, elle sera exclue de la colonie. Chaque arête,  $e$ , ayant mené directement à un conflit, comptabilise le nombre de fourmi perdues dans nœud (le nombre courant de fourmis perdues à l'arête  $e$ ). Sur chaque chemin (ensemble d'arêtes consécutives) qu'elles empruntent, les fourmis laissent une certaine quantité de phéromones en fonction de la qualité du chemin emprunté.

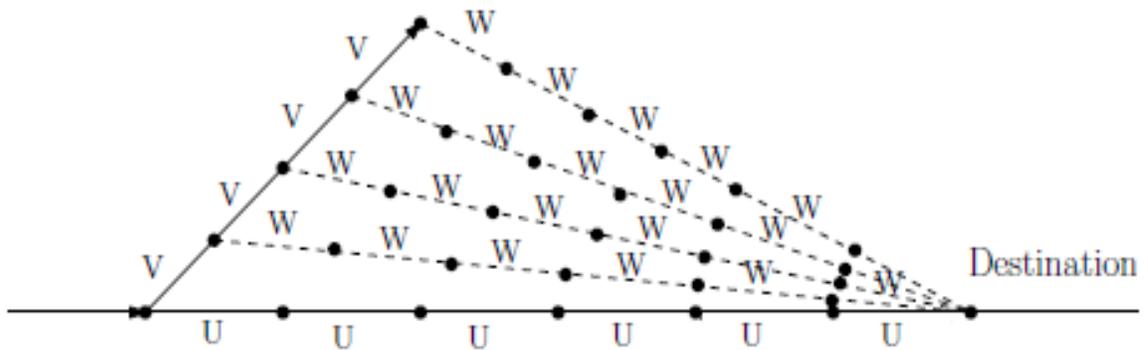


Figure 11: Exemple de mouvements dans le graphe pour une trajectoire[4]

Cette qualité d'un chemin dépend du score  $c_{parcours}$ , qui traduit le rallongement de la trajectoire, et du nombre de fourmis perdues,  $n_{out}^e$  où ( $e \in$  chemin). Plus précisément, la quantité de phéromone laissée sur une arête  $e$  est déterminée comme suit :

$$\Delta\tau = \begin{cases} \frac{N - n_{out}^e}{N} \times \frac{\tau_0}{c_{parcours}} & \text{si le chemin contient un conflit} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $\tau_0$  est la quantité initiale de phéromones. Cette quantité est répartie uniformément sur tous les chemins possibles.

L'algorithme s'arrête lorsque le score obtenu par l'ensemble des  $N$  fourmis ne diminue plus ou lorsqu'un temps maximal de résolution est atteint. Il est important de noter que les phéromones déposées s'évaporent au fur et à mesure des générations selon une loi d'évaporation déterminée à l'avance par l'utilisateur pour éviter une convergence prématurée de l'optimisation.

## **Conclusion :**

Un problème de conflit aérien simplifié de deux avions a été traité. nous avons donné les hypothèses simplificatrices ainsi que la modélisation par un graphe de ce problème, ensuite nous nous sommes intéressés à l'adaptation de l'algorithme de colonie de fourmis. Une expression de la distance séparant les positions des deux avions a été établie, cela permet de vérifier que les deux avions ne soient pas en conflit au cours de la manœuvre d'évitement.

## Conclusion générale

Cette étude m'a donné l'opportunité de me familiariser au système de gestion du trafic aérien. Cette gestion est très complexe dont laquelle les contrôleurs jouent un rôle primordiale. Elle est soumise à des normes de sécurité très strictes, de plus elle doit prendre en considération un volume de vols en perpétuel augmentation.

La modélisation mathématique est devenue un outil incontournable pour garantir une telle gestion. Dans le cas particulier d'un conflit aérien, cette modélisation conduit à un problème d'optimisation combinatoire difficile à résoudre, en plus une solution de ce problème n'a d'intérêt que si elle est fournie en un temps utile. Nous avons présenté plusieurs algorithmes de résolution de ces problèmes d'optimisation, en particulier les méta-heuristique colonie de fourmis et l'algorithme génétique, qui sont souvent utilisés dans ces applications.

Dans cette étude, on s'est intéressé davantage à la résolution des potentiels conflits aériens. Un exemple simplifié de conflit aérien frontal a été étudié. La modélisation mathématique de ce cas conduit à un problème d'optimisation combinatoire. L'algorithme de colonie de fourmis a été adapté pour la résolution de ce problème. L'utilisation de cette méta-heuristique malgré que le cas considéré soit relativement simple, tient au fait que la modélisation du conflit aérien en toute sa complexité conduit à un problème d'optimisation combinatoire de grande taille pour lequel les algorithmes déterministes ne fournissent pas une solution en un temps acceptable alors que les normes de sécurité du trafic aérien exige qu'une solution, d'un conflit potentiel, soit proposée en un temps très court.

## Références

- [1] Site web : [www.maiaa.recherche.enac.fr /fr/application-atm/resolution-de-conflits-aeriens/](http://www.maiaa.recherche.enac.fr/fr/application-atm/resolution-de-conflits-aeriens/)
- [2] : Xavier OLIVE « Résolution de conflits par algorithmes stochastiques parallèles »
- [3] : Johann Dréo « Adaptation de la méthode des colonies de fourmis pour l'optimisation en variables continues. Application en génie biomédical »
- [4] : ClementPeyronne « Modélisation mathématique et résolution automatique de conflits par algorithmes génétiques et par optimisation locale continue.
- [5] : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Contr%C3%B4le\\_de\\_la\\_circulation\\_a%C3%A9rienne](https://fr.wikipedia.org/wiki/Contr%C3%B4le_de_la_circulation_a%C3%A9rienne)