UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
Département des Mathématiques

Licence Sciences et Techniques (LST)

MATHEMATIQUES ET APPLICATIONS

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Licence Sciences et Techniques

Titre

Application de la coloration des graphes aux problèmes de coloration des cartes géographiques et gestion des examens

Présenté par :

Outmane Abdelmoughit

Encadré par :

Pr. El Hilali Alaoui Ahmed
Pr. Kadri Nasser

Soutenu Le 09 Juin 2016 devant le jury composé de:

- **Pr.** Kadri Nasser *(FSTF)*
- **Pr.** El Hilali Alaoui Ahmed **(FSTF)**
- **Pr.** Fikri Majda **(ENCG d'Agadir)**
- **Pr.** El Hassania Messaoud **(Université privée de Fès)**

Stage effectué à FSTF

Année Universitaire 2015 / 2016

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES FES – SAISS
B.P. 2202 – Route d'Imouzzer – FES
☎ 212 (0)5 35 61 16 86 – Fax : 212 (0)5 35 60 82 14
Site web : http://www.fst-usmba.ac.ma

Dédicaces

A mes très chers parents,

Aucun mot ne pourra exprimer mon amour envers vous.

A mes frères,

Je vous remercie pour votre amour inconditionnel.

A tous mes collègues de la FST

Merci pour ces trois ans inoubliables

Pour tout le soutien que vous m'avez offert, vous occuperez pour toujours une partie dans mon cœur.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

En second lieu, je tiens à remercier mes encadrants Mr. Le professeur El Hilali Alaoui Ahmed, et Mr. Le professeur Kadri Nasser, pour leurs précieux conseils et leurs aides durant toute la période du projet.

Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury Mme. Le Professeur Fikri Majda et Mme. LE Professeur El Hassania Messaoud pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce projet en acceptant de l'examiner et de l'enrichir par leurs propositions.

Je passe aussi mes remerciements à monsieur Mustapha Sebaaoui, responsable du service scolarité.

Enfin, je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Merci…………

Table de matières

Introduction

On peut dire que les premiers développements majeurs de la théorie des graphes datent du milieu du vingtième siècle. Ainsi, un des premiers ouvrages si ce n'est pas le premier, traitant de théorie des graphes «*théorie der endlichen und unendlichen graphen*» écrit par Konig remonte à 1936. Depuis cette époque, la théorie des graphes s'est largement développée et fait à présent partie du cursus standard en mathématiques de bon nombre d'universités.

Ce projet concerne une partie de la théorie des graphes (principalement la coloration des graphes), et j'ai essayé dans ce travail d'appliquer cette théorie aux problèmes de coloration des cartes géographiques et gestion des examens. Pour réaliser cela, Je commence par un premier chapitre ''**Rappel sur les graphes''** qui contient les principales notions que l'on peut utiliser par la suite. Puis un deuxième chapitre très important **''La coloration des graphes''**, je vais étudier la coloration des sommets et des arêtes d'un graphe par l'algorithme de Welsh-Powell.

Les deux chapitres 3 et 4 **''La colorations des cartes géographiques** '' & **''Gestion des examens** '' sont des applications de la coloration des graphes, dans le chapitre 3 je vais traduire les étapes de l'algorithme de Welsh-Powell en langage C, et appliquer ce programme aux deux exemples : la coloration de la carte d'Ouzzane et l'organisation des examens de la session du printemps à la FSTF.

Chapitre 1 : Rappel sur les graphes

I. Première notions

1. Définition d'un graphe

On appelle un graphe un couple G=(X;U) tel que :

- X un ensemble d'élément appelés **sommets** (nœuds) du graphe
- U une famille d'éléments du produit cartésien X × X appelés **arcs** du graphe S'il est orienté, sinon on les appelle **arêtes**.

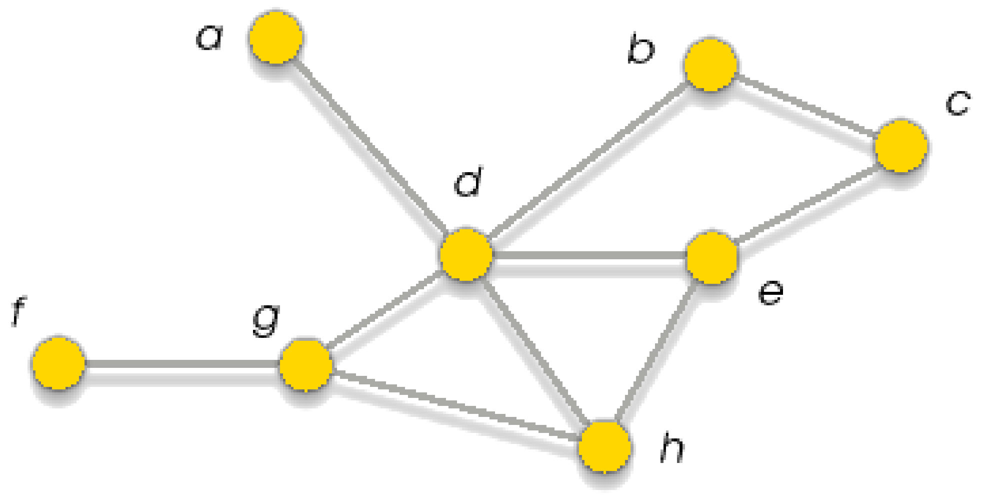
Exemple 1:

Un exemple de graphe à 8 sommets, nommés de a à h, comportant 10 arêtes.

On note le graphe par G=(X ;U)

L'ensemble des sommets est X= {a , b, c, d ,e, f, g, h }

Et l'ensemble des arêtes U={ (a,d),(b,c), (b,d),(d,e), (e,c),(e,h), (h,d),(f,g), (d,g),(g,h) }



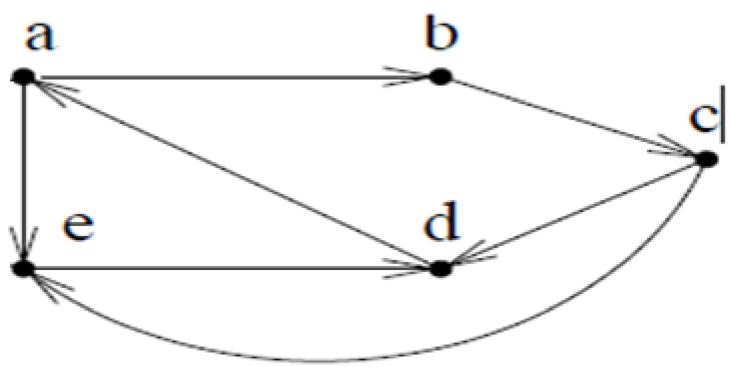
- Deux sommets x et y sont **adjacents** si il existe l'arête (x,y) dans U. Les sommets x et y sont alors dits **voisins.**
  Par exemple a et d sont adjacents car (a,d) ϵ U ,mais a et b ne sont pas adjacents car (a,b) ∉ U.
- Une arête est **incidente** à un sommet x si x est l'une de ses extrémités.
  Par exemple (a,d) est incident à d.

- On appelle **ordre** du graphe G=(X,U) le nombre de sommets du graphe ; L'ordre de G est donc le cardinal de X et noté |X|.
- Les graphes sont utilisés dans de nombreux domaines. On peut donner quelques exemples :
  - ✓ les réseaux de communication : réseaux de routes représentés par une carte routière, réseaux de chemin de fer, de téléphone, de relais de télévision, réseaux électriques, réseaux des informations dans une organisation, etc... ;
  - ✓ l'étude des circuits électriques : Kirchhof, qui a étudié les réseaux électriques, peut être considéré comme un des précurseurs de cette théorie ;
  - ✓ la chimie, la sociologie et l'économie : la notion de clique est un exemple de l'implication de la théorie des graphes dans ces disciplines.

2. *Graphe simple*

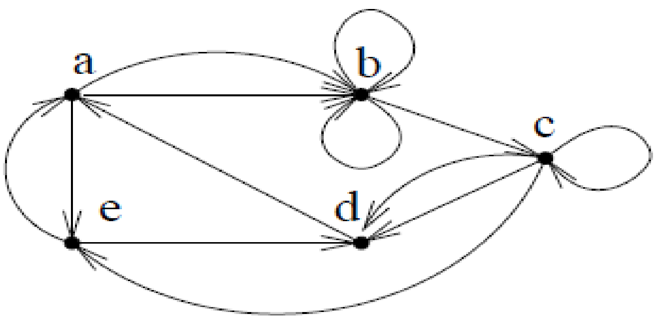
Un graphe G=(X ,U) est dit simple (ou strict) s'il ne s'agit pas d'un multi-graphe et si U est irréflexif , c'est-à-dire que quel que soit v ϵ X , (v,v)∉U (i.e.G ne contient pas de boucle) .

Exemple 2 :



Graphe simple

NB : un multi-graphe G=(X,U) est un graphe pour lequel l'ensemble U des arcs est un multi-ensemble. Autrement dit, il peut exister plus d'un arc reliant deux sommets donnés. Par exemple le graphe suivant est un multi-graphe



Multi-graphe

3. *Degré d'un sommet*

Le **degré** d'un sommet ***x*** de ***G*** est le nombre d'arêtes incidentes à ***x***. Il est noté **d*(x)***.Pour un graphe simple le degré de ***x*** correspond également au nombre de sommets adjacents à ***x***.

- Dans l'exemple 1 : d(g)=3 car on a trois arêtes incidentes a g qui sont : (f,g) , (h,g) et (d,g).

Remarque :

Pour un graphe simple d'ordre ***n,*** le degré d'un sommet est un entier compris entre ***0*** et ***n-1***. Un sommet de degré ***0*** est dit ***isolé*** : il n'est relié à aucun autre sommet.

4. *Graphe orienté*

Soit G=(X,U) un graphe(resp. multi-graphe), on dit que G est **orienté** si les couples (u_i,u_j) sont orientés, c'est-à-dire (u_i,u_j) est un couple ordonné, ou u_i est le sommet initial, et u_j le sommet terminal (u_i le **prédécesseur** de u_j, et u_j le **successeur** de u_i). Le couple (u_i,u_j) est appelé un arc, est représenté graphiquement par $u_i \longrightarrow u_j$.

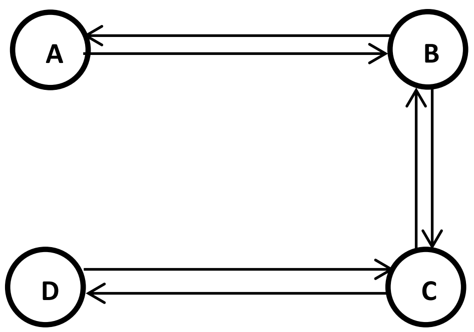
Le graphe de *l'exemple 2* est un graphe orienté.

5. *Graphe non orienté*

soit G=(X,U) un graphe (resp. multi-graphe) si U est une relation symétrique sur X, on dira que G est un graphe (resp. multi-graphe) non orienté. Autrement dit G est non orienté si : $\forall u_1, u_2 \in U : (u_1,u_2) \in U \Rightarrow (u_2,u_1) \in U$

Le graphe de l'exemple 1 est un graphe non orienté

Les graphes non orientés sont en fait un cas particulier de graphes (orientés) :

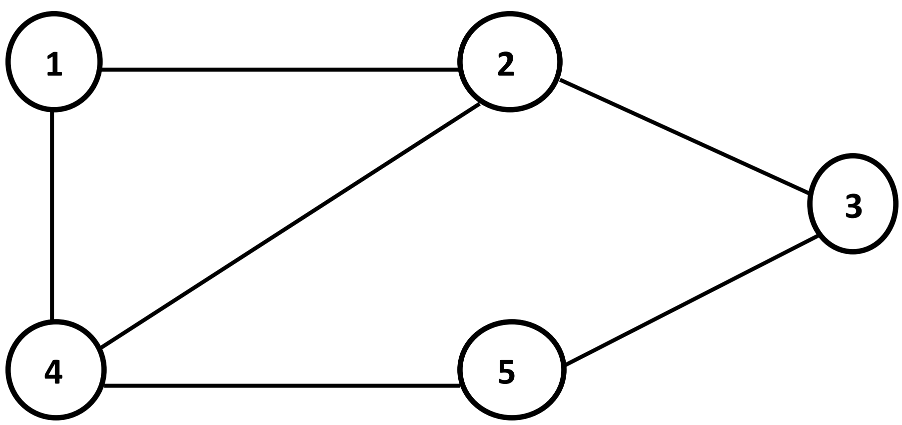


II. Graphe planaire

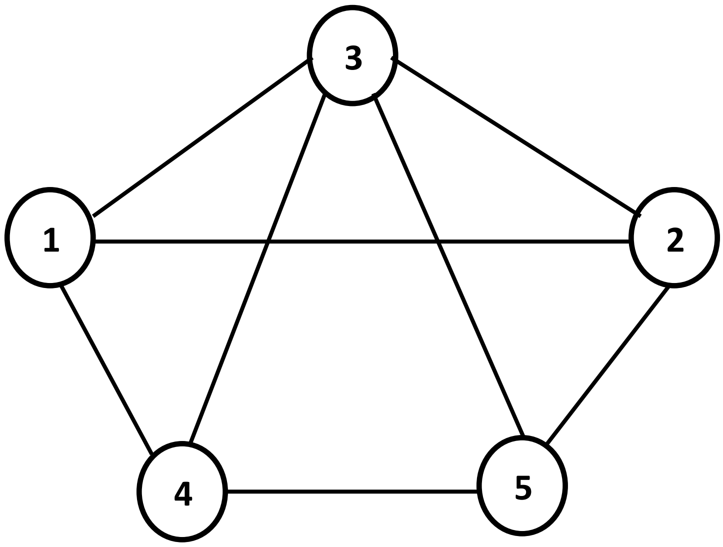
1. Définition

Un graphe **planaire** est un graphe qui a la particularité de pouvoir se représenter dans un plan sans qu'aucune arête, n'en croise une autre.

2. Exemples



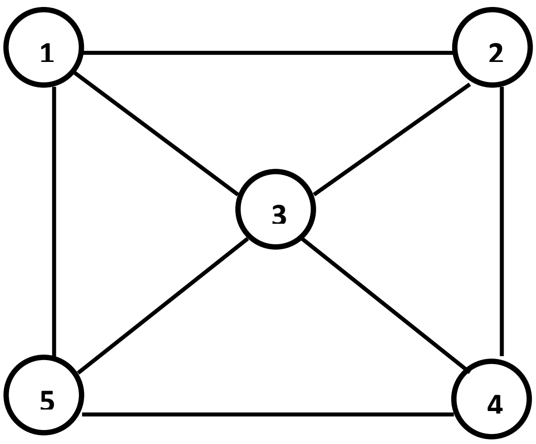
Graphe 1

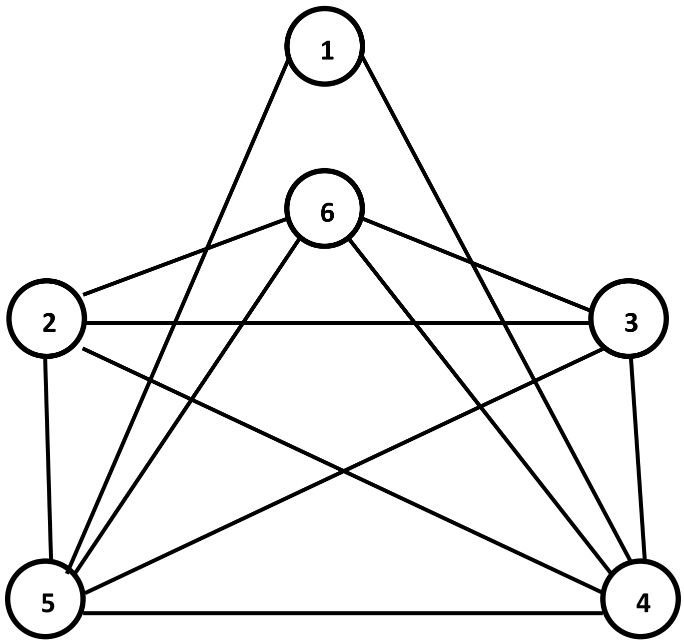


Graphe 2

Les graphes 1 et 2 sont des graphes planaires.

Graphe 2 est planaire car nous pouvons représenter ce graphe sous une forme équivalente où les arêtes ne se croisent pas :





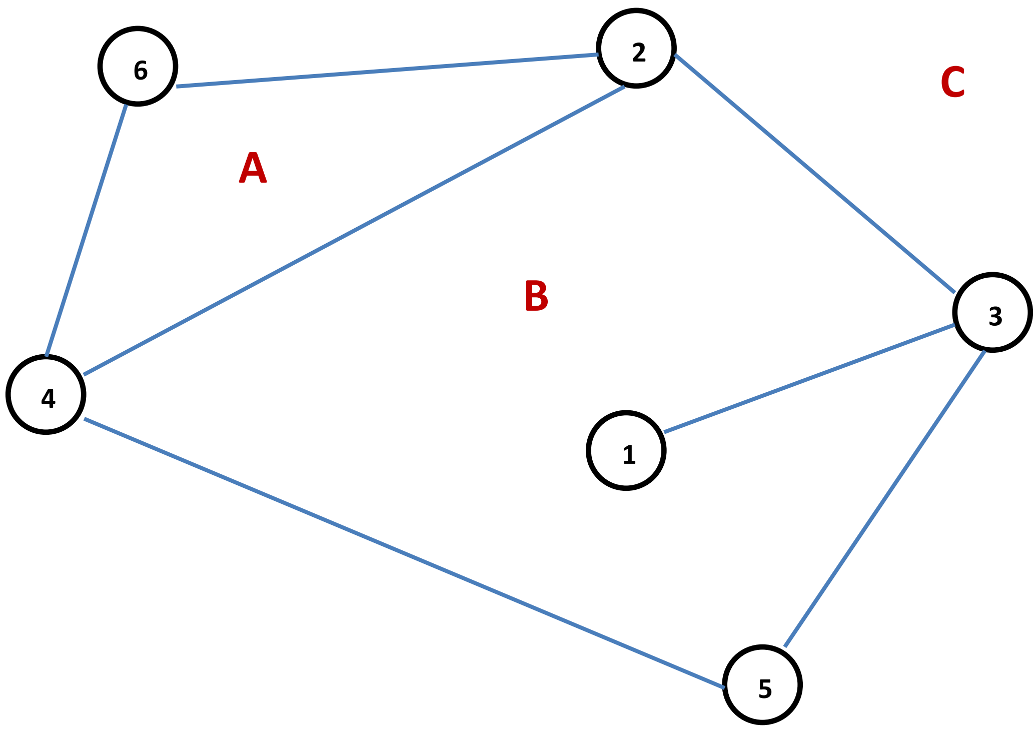
Graphe 3

Ce graphe n’est pas planaire.

3. Vocabulaire

- Un graphe planaire découpe le plan en plusieurs **régions**
- Une **face** d’un graphe est par définition une région du plan limitée par des arêtes et qui ne contient ni sommet ni arête dans son intérieur.
- Deux faces R et S sont dites **adjacentes** si leurs contours ont au moins une arête commune ; deux faces qui ne se touchent que par un sommet ne sont pas adjacentes.
- Le **degré** d’une face F (ou région) et noté ***d(F)*** est égal à la longueur du cycle ou de la chaine fermée qui limite F.
- La circonférence de G est la taille du plus petit cycle dans G, s’il existe.

Exemple 3 :



Ce graphe planaire comporte 6 sommets, 7 arêtes, divise le plan en 3 faces A, B et C. On remarque que les faces A et B sont limitées, alors que la face C, extérieure, est illimitée et on a :

d(A)=3 d(B)=6 d(C)=5 La circonférence est : 3.

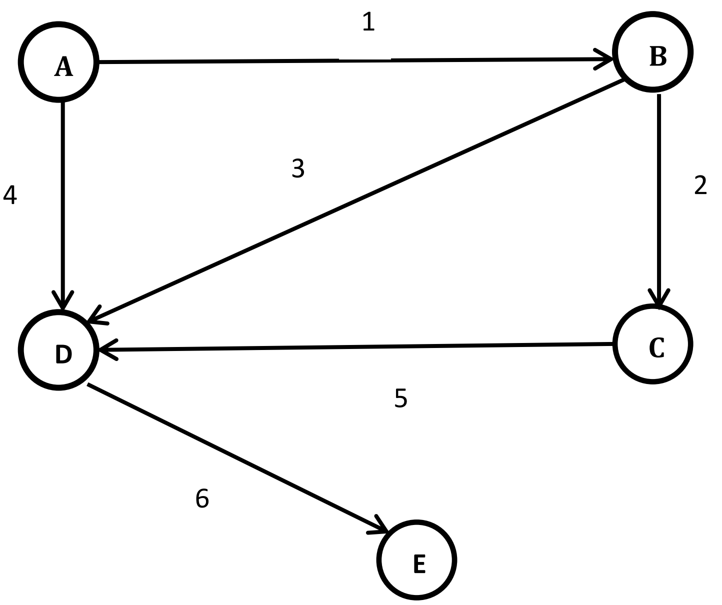
III. Matrice associée à un graphe

1. Matrice d'incidence sommets-arcs

La matrice d'incidence sommets-arcs d'un graphe G=(X,U) sans boucle est une matrice telle que chaque ligne correspond à un sommet de G et chaque colonne à un arc de G ; si u=(h,k) ϵ U, la colonne u de la matrice $A=(a_{ij})$ a tous ses termes nuls sauf :

$$\begin{cases} a_{hu}=+1 \\ a_{ku}=-1 \end{cases}$$

Exemple 4



La matrice d'incidence sommets-arcs du graphe si dissous est :

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\
\begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}
\end{array}$$

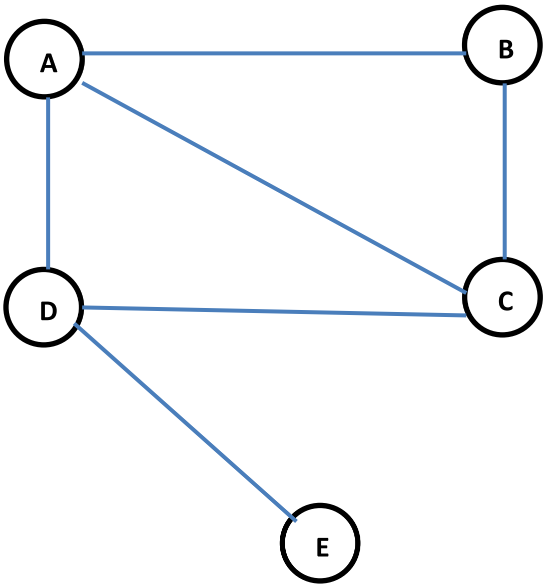
2. *Matrice d'adjacence ou d'incidence sommets-sommets*

La matrice d'adjacence ou d'incidence sommets-sommets d'un graphe G=(X,U), tel que |X|=n , est une matrice carrée d'ordre n ou chaque ligne correspond à un sommet de G et chaque colonne correspond à un sommet de G. le terme général de la matrice A=(a_{ij}) (i,j $\epsilon\{1, \ldots, n\}$) est :

$$\begin{cases} a_{ij}=1 \text{ si } (i,j) \epsilon U \text{ (càd (i,j) est un arc)} \\ a_{ij}=0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Exemple 5 :

La matrice d'adjacence du graphe non orienté suivant :



Est :

$$M = \begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ A & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ B & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ C & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ D & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ E & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Nb : La matrice d'adjacence est symétrique car on a un graphe non orienté, est de diagonale nulle car on n'a pas de boucles dans le graphe.

Chapitre 2 : Coloration des graphes

I. Coloration des sommets d'un graphe

1. Définition

La coloration des sommets d'un graphe consiste en une affectation de couleurs à tous les sommets du graphe de telle sorte que deux sommets adjacents ne soient pas porteurs de la même couleur.

2. Ensemble stable

Soit G=(X,U) un graphe non orienté. Un sous ensemble S c X est un ensemble **stable** s'il ne comprend que des sommets non adjacents deux à deux :

$$\forall i , j \in S \Rightarrow (i,j) \notin U$$

Le cardinal du plus grand ensemble stable est appelé le **nombre de stabilité** de G ; on le note **α(G).**

$$\alpha(G)=max(card(S)) \quad \text{tel que S est stable}$$

3. Le nombre chromatique

Le nombre chromatique δ(G) est le nombre minimum de couleurs distincts nécessaires à la coloration des sommets de G.

- Un graphe G qui est coloriable en ***k*** couleurs est dit ***k-chromatique***
- Une k-coloration des sommets est une partition $(S_1,S_2,\ldots\ldots,S_k)$ de l'ensemble des sommets en k ensembles stables.

Propriété :

α(G).δ(G) ≥ n(G) *Où* n(G) : le nombre de sommets du graphe.

Preuve :

Soit *c* une coloration propre du graphe G=(X,U) ($c : X \longrightarrow S$ *où* S l'ensemble des couleurs tel que ∀ (a,b) ϵ U , *c*(a) ≠ *c*(b)) avec les couleurs 1,2,…, δ(G). Et $S_i=\{x \epsilon X : c(x) = i\}$ pour 1≤ i ≤ δ(G). Chaque S_i est stable donc $|S_i| \leq \alpha(G)$. D'où

$$n(G)=|X|=\sum_{i=1}^{\delta(G)} |Si| \leq \sum_{i=1}^{\delta(G)} \alpha(G) \leq \delta(G).\ \alpha(G)$$

4. Domaines d'applications

La coloration des sommets et des arêtes d'un graphe ont de nombreux domaines d'application comme :

- ✓ L'affectation de fréquences dans les réseaux cellulaires.
- ✓ L'ordonnancement.
- ✓ Les emplois du temps.
- ✓ La gestion de chaines logistiques.
- ✓ Le calcul de dérivées, de matrices jacobiènnes et hessiennes.
- ✓ La gestion du trafic aérien.
- ✓ L'allocation de ressources en réseau.

5. Algorithme de Welsh et Powell

➢ Sur le graphe

La coloration de graphe quand l'ordre est petit est assez aisée, mais le problème se complique dès que le nombre de sommets augmente, aussi que pour colorier un graphe, des algorithmes ont été développés.

L'algorithme que nous avons choisi de présenter (il en existe d'autres) permet d'obtenir une assez bonne coloration d'un graphe, c'est-à-dire une coloration n'utilisant pas un trop grand nombre de couleurs.

Les étapes d'algorithme de Welsh et Powell :

Etape 1 : classer les sommets du graphe dans l'ordre décroissant de leur degré ; et attribuer à chacun des sommets son numéro d'ordre dans la liste obtenue.

On obtient une liste ordonnée de sommets x_1, x_2,……., x_n tel que :

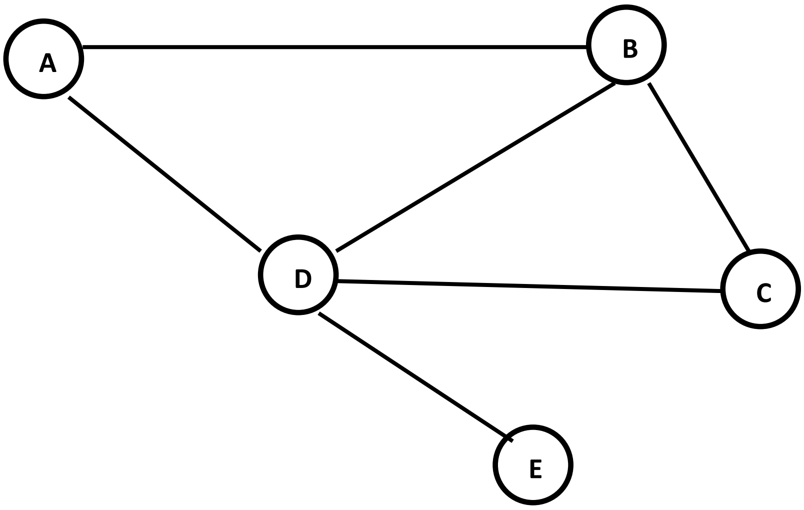
$d(x_1) \leq d(x_2) \leq \ldots\ldots . \leq d(x_n)$.

Etape 2 : en parcourant la liste dans, attribuer une couleur non encore utilisée au premier sommet non encore coloré, est attribuer cette même couleur à chaque sommets non coloré et non adjacent à un sommet de cette couleur.

Etape 3 : s'il reste des sommets non colorés dans le graphe revenir à l'étape 2. Sinon la coloration est terminée.

Exemple 6 :

Soit G=(X,U) un graphe :

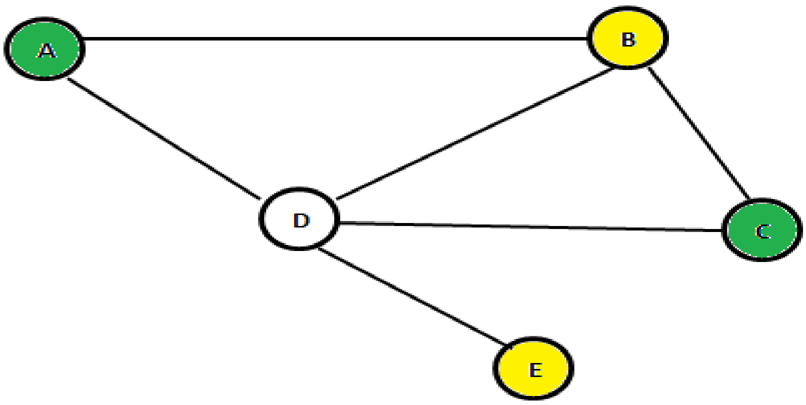


- Premièrement on va classer les sommets par ordre décroissant de degré
- La Deuxième étape consiste à donner une couleur au premier sommet, et la même couleur à tous sommets non adjacents est non adjacent à un sommet de cette couleur.

  Le tableau suivant résume les étapes de l'algorithme :

Sommets	D	B	A	C	E
Degrés	4	3	2	2	1
coloration	Blanc	Jaune	Vert	Vert	Jaune

Le graphe coloré est le suivant :



- ***Sur la matrice d'adjacence d'un graphe***

Pour colorer les sommets d'un graphe on peut utiliser sa matrice d'adjacence, au lieu d'utiliser le graphe complétement et aussi pour colorer le graphe à partir des logiciels informatiques.
On peut suivre les étapes suivantes pour colorier les sommets d'un graphe:

Etape 1 : calculer la somme des éléments de chaque ligne de la matrice, et choisir le sommet qui correspond à la quantité maximale, empiler ce sommet dans un ensemble *S.*

Etape 2 : chercher le zéro *(toujours dans la ligne correspond au sommet choisi à l'étape 1)* qui existe dans une colonne qui ne contient pas des uns barrés, et empiler le sommet correspond à ce zéro dans le même ensemble *S*.

Etape 3 : barrer toutes les lignes et toutes les colonnes qui correspondent aux sommets de l'ensemble *S.*

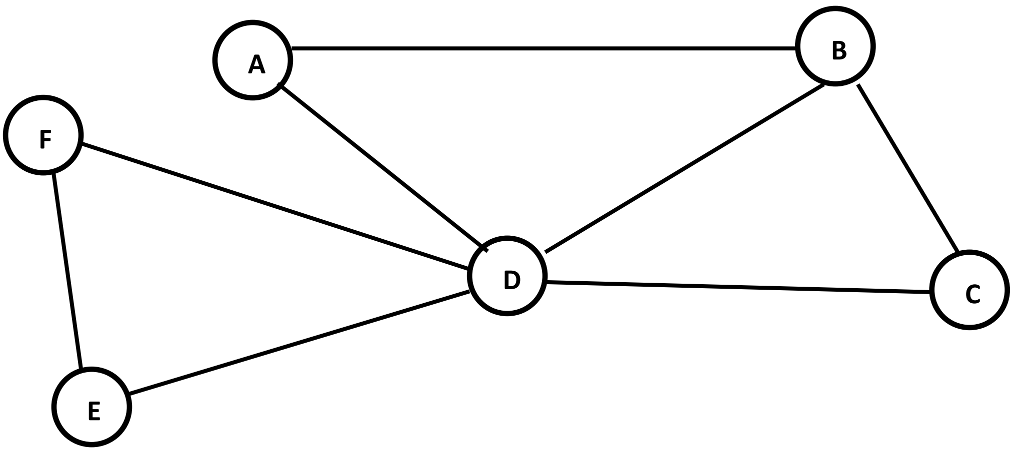
Etape 4 : ***Si*** le test de tous les zéros est fini :
Donner une couleur n'est pas encore utilisée à l'ensemble *S*, et supprimer toutes les lignes et toutes les colonnes barrées de la matrice, puis refaire les mêmes étapes (à partir de l'étape1) sur la nouvelle matrice à condition que la matrice ne soit pas nulle.

Sinon :

Passer à l'étape 2.

Si tous les sommets sont colorés c.à.d. on a la matrice nulle. On s'arrête.

Exemple 7 :
On va colorer le graphe suivant à partir de sa matrice d'adjacence :



La matrice d’adjacence de ce graphe est :

$$M=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & F \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Première étape : calculer la somme des éléments de chaque ligne

$$M1=\begin{array}{ccc} & \begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & F \end{array} & \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \\ 2 \\ 2 \end{array} \end{array}$$

La quantité maximale égale à 5 qui correspond au sommet D, dans ce cas la ligne D ne contient aucun deuxième zéro (c’est-à-dire que D est adjacent avec tous les sommets du graphe), donc *S*=$\{D\}$, puis on affecte la couleur 1 (blanc) à *S,* et on barre la ligne et la colonne D, et on supprime les lignes et les colonnes barrées. La matrice M1 devient :

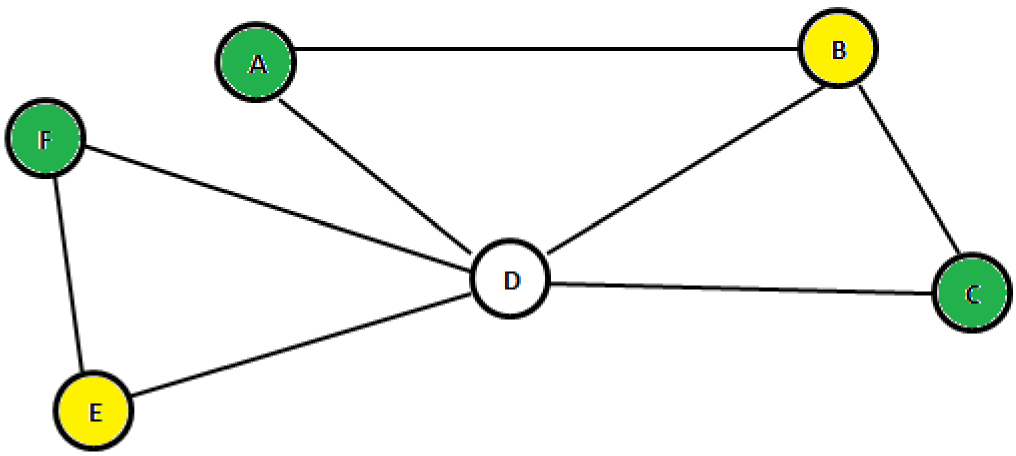
$$M2=\begin{array}{ccc} & \begin{array}{ccccc} A & B & C & E & F \end{array} & \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ E \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \end{array}$$

La quantité maximale égale à 2 qui correspond au sommet B. Le premier zéro correspond au sommet E donc *S*=$\{B, E\}$, puis on barre les deux lignes et colonnes B et E. La ligne B a un autre zéro correspondant au sommet F, mais la colonne F a un (1) barré donc, *S* reste *S*=$\{B, E\}$. On affecte la couleur 2 (jaune) à *S,* et on supprime les lignes et les colonnes barrées, la matrice devient :

$$M3= \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} A & C & F \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ C \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

La matrice M est nulle donc les sommets A, C et F ne sont pas adjacents, on va affecter la couleur 3 (vert) à *S*=$\{A, C, F\}$

Le graphe coloré est :



Remarque :

- L'algorithme de Welsh-Powell ne donne pas nécessairement le nombre minimal de couleurs. Ici, on a pu colorier ce graphe avec trois couleurs, on peut donc en déduire uniquement que : **δ(G) ≤ *3.***

- On peut définir le problème de coloration des graphes par le model suivant :

$$\begin{cases} \quad Min\ (f=||K||) \\ s.a \\ \quad \sum_{k \in K} x_{ik} = 1 \\ \quad X_{ik} + x_{jk} = 1 \quad \forall\, i\,,j \in Q \text{ tq } (i,j) \in U \text{ et } \forall\, k \in K \end{cases}$$

K : l'ensemble des couleurs.
Q : l'ensemble des nœuds.
Ou $x_{ik} \in \{0,1\}$ ***tq*** $x_{ik}=1$ si le nœud i est de couleur k sinon $x_{ik}=0$
La première contrainte indique qu'un nœud doit être assigné d'une seule et unique couleur alors que la seconde contrainte indique qu'il est impossible que deux nœuds reliés par un arc soient de même couleur.

II. La coloration des arêtes d'un graphe

1. Définition

Soit G=(X,U) un graphe sans boucle, ***la coloration des arêtes d'un graphe*** consiste à affecter une couleur à chaque arête de telle sorte que deux arêtes adjacentes ne soient pas porteuses de la même couleur.

Deux arêtes sont dites adjacentes s'ils ont un parmi de ses deux extrémités en commun, autrement dit 2 arêtes u=(a,b) et v=(c,d) sont dites adjacentes si (a=c ou a=d) où (b=c ou b=d).

2. L'indice chromatique d'un graphe

L'indice chromatique d'un graphe G où *le nombre chromatique des arêtes* noté ***q(G)*** est le nombre minimal de couleurs nécessaires à la coloration des arêtes de G.

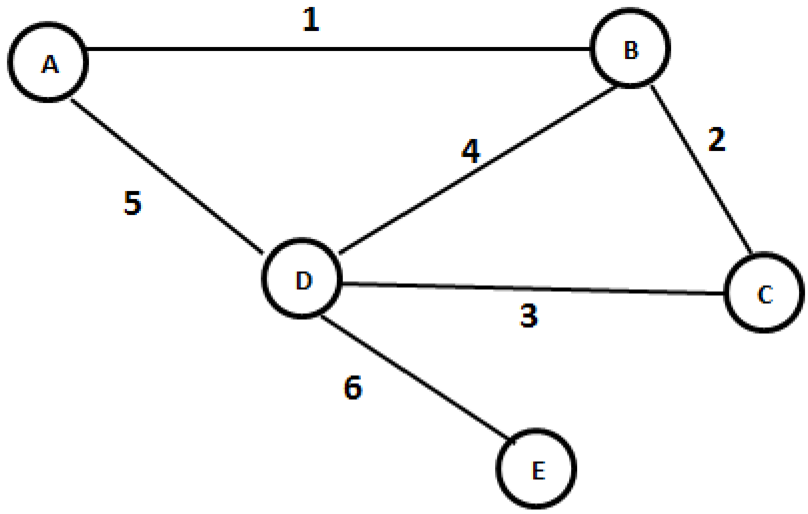
3. Algorithme de Welsh- Powell

Pour colorer les arêtes d'un graphe G, on peut se ramener au problème de la coloration des sommets. Il suffit pour cela de travailler non pas sur le graphe lui-même, mais sur le graphe adjoint, noté G', et que l'on définit ainsi :

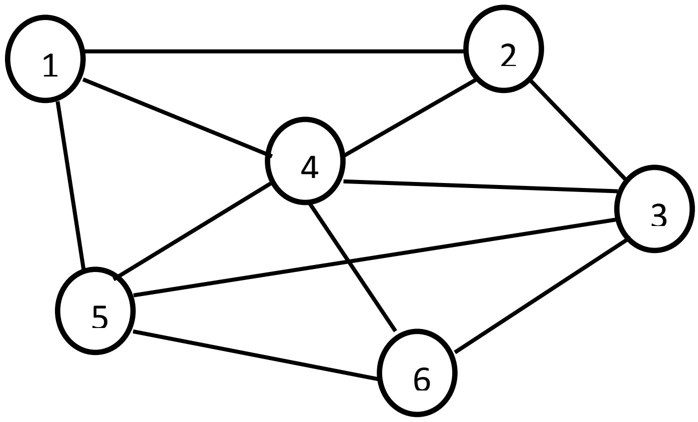
1) à chaque arête de G=(X,U) correspond un sommet de G'=(V,W).
2) deux sommets de G' sont reliés par une arête si les deux arêtes correspondantes de G sont adjacentes.

Exemple 8 :

Pour colorer les arêtes du graphe G suivant :



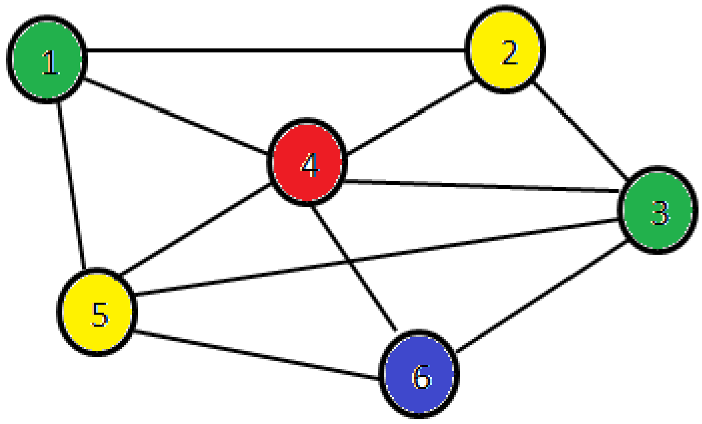
On va transformer le graphe G en graphe adjoint G' suivant :



Graphe adjoint

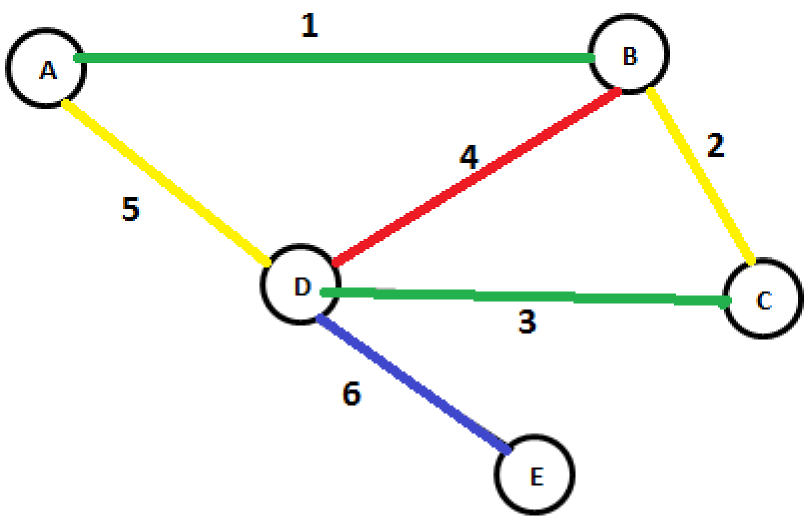
Puis on va colorer les sommets de ce graphe par l'algorithme de welsh-Powell :

Sommets	4	3	5	1	2	6
Degrés	5	4	4	3	3	3
Couleurs	rouge	Vert	Jaune	vert	jaune	Bleu



Le graphe adjoint coloré

Et enfin on donne à chaque arête sa couleur d'après le graphe adjoint coloré :



Chapitre 3 : coloration des cartes géographique

I. Définition

La coloration des cartes géographiques consiste à donner une couleur à chaque pays (où région) à condition que deux pays frontaliers ne soient pas porteurs de la même couleur.

II. Théorème des quatre couleurs

1. énoncé du théorème (Appel et Haken 1976)

Toute carte géographique est coloriable avec quatre couleurs sans que deux régions frontalières ne soient colorées de la même manière

D'une autre façon tout graphe planaire est coloriable en quatre couleurs, car toute carte géographique est représentable comme un graphe planaire.

La preuve de ce théorème est très compliquée. Elle consiste en une réduction à un certain nombre de graphes (plus de 1000) pour lequel le théorème a été prouvé à l'aide d'un calcul par ordinateur.

2. Historique

L'histoire de ce théorème commence en 1852 avec un étudiant du professeur de mathématique « De Morgan » à l'University College (Londres) , cet étudiant a dit à son professeur : « *si une figure est divisée de quelque manière que ce soit, et si on colorie les morceaux de telle sorte que, chaque fois qu'ils ont une ligne frontalière, leurs couleurs soit distinctes, il va falloir 4 couleurs mais pas plus* », et le 23 octobre de la même année Augustus De morgan a envoyé une lettre à monsieur William Rowan Hamilton " professeur au Trinty College (Dublin) " , il l'a informé par cette lettre de la remarque de son étudiant et il lui a posé la question suivante : « *peut-on imaginer une figure nécessitant une cinquième couleur ?* » il lui a dit « *si 4 régions on deux à deux une ligne frontalière, trois d'entre elles enclavent la quatrième et empêche n'importe quelle cinquième de la toucher, si ceci était vrais, quatre couleurs seraient toujours suffisantes…* ».

Nous verrons que cette dernière affirmation, dont la démonstration consiste par ailleurs la seule vraie contribution de De Morgan au problème des quatre couleurs, repose sur une assez grossière erreur de raisonnement.

Quant à Hamilton, obsédé qu'il était par son invention de quaternions, il répondit à De Morgan : « *il est peut probable que je regarde bientôt votre problème de 'quaternion ' de couleur* ».

Puis l'affaire reste stationnaire jusqu'à ce que, en 1878, Arthur Cayley découvre à son tour le problème et lui donne une existence officielle en le posant à la communauté scientifique, dont deux notes parues l'une à la société mathématique de Londres, l'autre à la société géographique. Quant à l'étudiant de De Morgan qui avait découvert la propriété, son identité ne fut révélée qu'en 1880, grâce à une note du physicien Frederick Gurthrie au Proceeding of the Royal Society of Edinburgh :

« *Il y a environ 30 ans, alors que je suivais les cours du professeur de De Morgan, mon frère, Francis Guthrie, qui venait d'en sortir (et qui est maintenant professeur de mathématiques à l'université Sud-Africaine, cap), me fit remarquer que le plus grand nombre de couleurs nécessaires au coloriage d'une carte en évitant de colorier pareillement deux régions linéairement frontalières est quatre. Il ne serait guère sérieux, après si longtemps, de tenter de restituer ici sa démonstration, mais la figure cruciale était la suivante :*

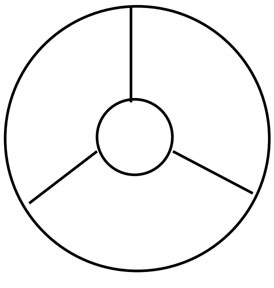


Figure cruciale

Avec la permission de mon frère. Je soumets le théorème au professeur De Morgan qui eut beaucoup de plaisir à le lire et l'accepta comme un résultat nouveau. »

Francis Guthrie mourut en 1899, sans avoir jamais rien publié sur le théorème des quatre couleurs.

Peu après les articles de Cayley et justement en 1879 un avocat anglais, Alfred Bray Kemp, publia la première démonstration du théorème, puis en donna plusieurs améliorations qui parurent dans diverses revues. Et en 1880 Tait a fait une variante dans la preuve de Kemp. C'est seulement dix ans plus tard, en 1890, que John Heawood découvrit une erreur dans la preuve de Kemp, un an plus tard Petersen trouve une erreur dans celle de Tait, la preuve de Kemp reste toutefois valable pour prouver le théorème des cinq couleurs.

C'e jusqu'en 1971, où l'en crut sérieusement que le japonais Matsumoto, grâce au traitement informatique de milliers de cas, avait abouti. Ce ne fut, cette fois encore, qu'une fausse alerte, mais en 1976 Kenneth Appel et Wolfang Haken annoncent avoir vérifié le théorème. La preuve considère 1476 configurations, et la vérification a demandé 1200 heures de calcul, en 1995 les théoriciens de graphes Robertson, Seymour et Sanders présentent une variante de la preuve précédente. Elle ne considère que 633 configurations, et les conditions que celles-ci doivent vérifier soient un peu plus simples.

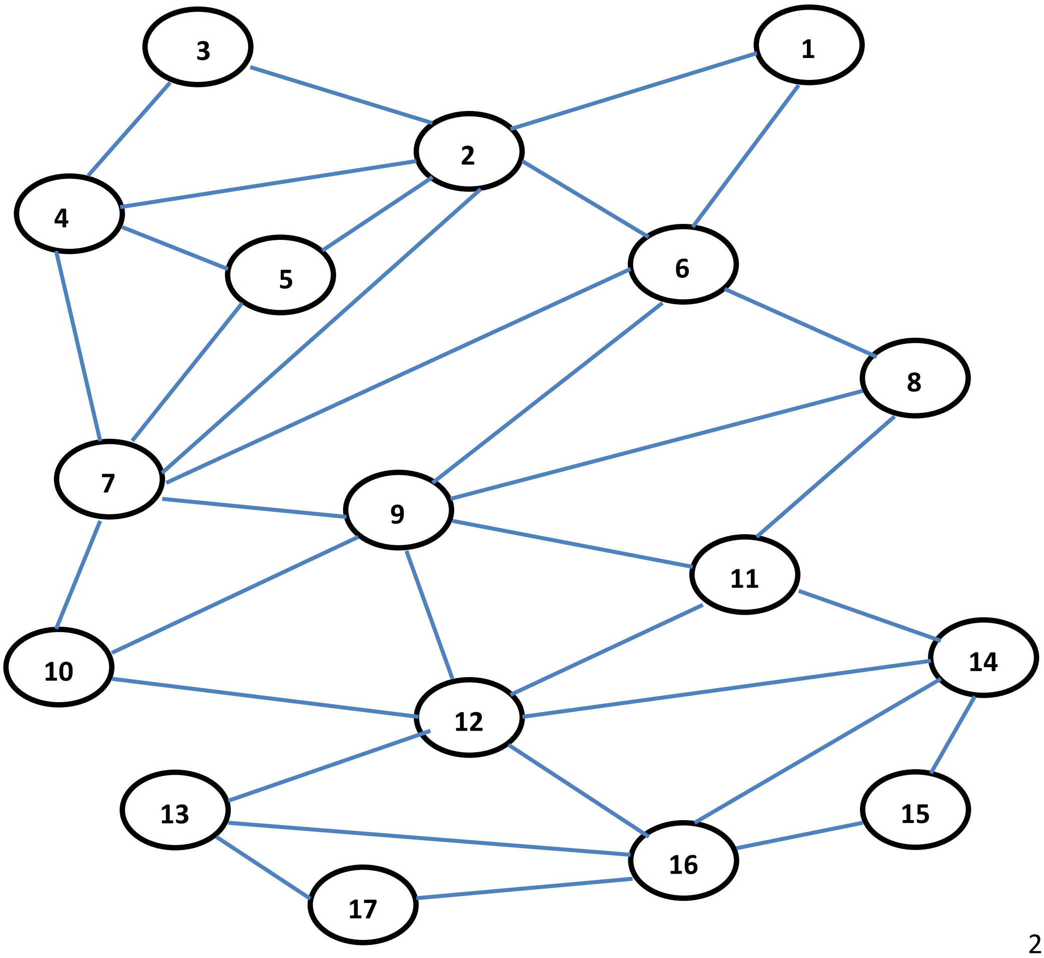
La vérification prend alors environ une heure sur PC (une dizaine de minute aujourd'hui).

3. *Exemple : coloration de la carte de Ouazzane*

Pour colorier la carte en utilisant l'algorithme de Welsh-Powell, on va transformer la carte en graphe, tel que les sommets représentent les communes, et si deux communes sont frontalières on relie les sommets correspondants à ces communes par une arête.

Premièrement on va numéroter les communes de notre carte :

Le graphe correspond à cette carte est le suivant :



La matrice d'adjacente associée à ce graphe est :

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{pmatrix}$$

En suivant les mêmes étapes de l'exemple 7 on trouve :

$S_1 = \{2,8,10,13,14\} \longrightarrow$ couleur 1

$S_2 = \{7,1,3,11,15,17\} \longrightarrow$ couleur2

$S_3 = \{9,4,16\} \longrightarrow$ couleur 3

$S_4 = \{5,6,12\} \longrightarrow$ couleur 4

En suivant le langage C :

Voilà la traduction de l'algorithme de welsh et Powell en langage C :

Les entrées :

n : l'ordre de la matrice.

M : les éléments de la matrice.

Sortie : les couleurs des sommets.

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
// calcul de maximum

int clcul_som_lin(int i , int n , int T[100][100])
{
    int s=0,j;
          for(j=1;j<=n;j++)
          {if(T[i][j]>0 && T[i][j]!=3)
               s=s+T[i][j];
          }
          return s;
}
int clcul_som_lin2(int i , int n , int T[100][100])
{
    int s=0,j;
          for(j=1;j<=n;j++)
          {
               s=s+T[i][j];
          }
          return s;
}
int clcul_som_colon(int i, int n, int T[100][100])
{
          int s=0,j;
     for(j=1;j<=n;j++)
        {
          s=s+T[j][i];
        }
          return s;
}
int calcul_term_mat(int n, int T[100][100]){
```

```
int s=0,i;
for(i=1;i<=n;i++)
{
            s=s+clcul_som_colon( i,  n,  T);}
            return s;
}
main()
{
    int i,j,x,y,n,M[100][100],S[100][100],id,k=1,h,c,b,d=1,a,idx=1,V[100];

    printf("entrez le nombre de region :\n ");
    scanf("%d",&n);
     //saisir la matrice du graphe
    for(i=1;i<=n;i++)

    {
                for(j=1;j<=n;j++)
                {
                            printf("M[%d][%d]= ",i,j);
                            scanf("%d",&M[i][j]);
                            }
                            printf("\n");
                            }
x=calcul_term_mat(n, M);
 for(i=1;i<=n;i++)
             V[i]=clcul_som_colon(i,n,M);
do
{
    a=clcul_som_lin(1,n,M);
    h=1;
    id=1
     for(i=2;i<=n;i++)
     {
                 b=clcul_som_lin(i,n,M);
                 if(b>a)
                 {
                 a=b;
                 id=i;
                 }
                 }
              S[k][h]=id;
```

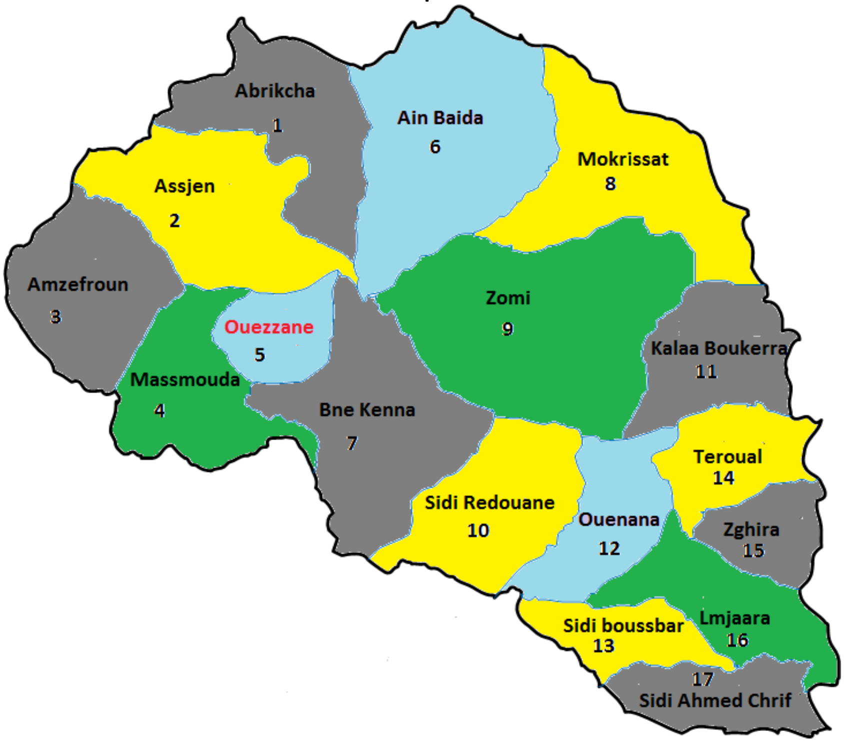
```
 for(i=1;i<=n;i++){
                if(M[id][i]!=3)  M[id][i]=(-3*n)*M[id][i];
                if(M[i][id]!=3)  M[i][id]=(-3*n)*M[i][id];
}
   for(i=1;i<=n;i++){
                c=clcul_som_colon(i,n,M);
            if(M[id][i]==0 && i!=id && c>=0 && c!=3*V[i] ){
                        h++;
                        idx=i;
                        S[k][h]=idx;
            for(j=1;j<=n;j++){
                if(M[idx][j]!=3)  M[idx][j]=(-3*n)*M[idx][j];
                if(M[j][idx]!=3)  M[j][idx]=(-3*n)*M[j][idx];
                }
                }
                }
           k++;
for(i=1;i<=n;i++)
   {
    for(j=1;j<=n;j++)
               {
                   if(M[i][j]<0)
                   M[i][j]=3;
                   }
                   }
                   y=calcul_term_mat( n, M);
                   d++;
             if(y>=0 && y==3*x) break;
                   }
                   while(y!=3*x );

                i=1;
                do{
                    printf("Couleur %d pour les sommets :",i);
                    for(j=1;j<=n;j++){
                           if(S[i][j]!=0) printf(" %d ",S[i][j]);
                           }
                           printf("\n\n");
                           i++;
                           if (clcul_som_lin2( i ,  n ,  S)==0){
```

```
                printf("couleur %d :  Pour le reste des sommets \n\n",i);
                break;
                }
        }
        while(i<n);
        system("pause");
 }
```

Ce programme marche pour la coloration de tous les graphes, ce n'est pas seulement pour ce graphe, on peut colorer n'importe quelle carte, et organiser les examens de n'importe quelle établissement.
La compilation de ce programme donne les informations suivantes :

```
C:\Users\LapTop\Desktop\Untitled2.exe
Couleur 1 pour les sommets : 2  8  10  13  14
Couleur 2 pour les sommets : 7  1  3  11  15  17
Couleur 3 pour les sommets : 9  4  16
couleur 4 :  Pour le reste des sommets
Appuyez sur une touche pour continuer...
```

Et par suite nous colorons notre carte à partir de ces données :



Comme nous voyons 4 couleurs sont suffisantes pour colorier notre carte.

Chapitre 4 : Gestion des examens

I. Introduction

Le problème de gestion des examens est parmi les problèmes les plus étudiés dans la littérature, il consiste à minimiser la durée des examens, avec le respect des contraintes surtout les contraintes fortes. Et on peut résoudre ce problème par la méthode de coloration des graphes.

Pour un étudiant : une répartition d'examens représente la distribution des périodes où ce dernier doit se présenter afin de subir une évaluation dans un ou plusieurs cours dans lequel il est inscrit.

Pour un gestionnaire responsable de l'ordonnancement : une répartition d'examens représente l'assignation des examens dans les différentes périodes prévues à cette fin.

Une répartition d'examens peut être considérée comme **réalisable** ou **non réalisable** :

- ✓ Un horaire réalisable doit obligatoirement respecter l'ensemble des **contraintes fortes** :
  - La première contrainte essentielle est le respect les conflits horaires : un conflit horaire est présent lorsqu'un étudiant se voit assigner deux examens à la même période.
  - Le respect de capacité des locaux et la pré-assignation des examens, les pré-assignations stipulent que certains examens doivent avoir lieu durant certaines périodes spécifiques.
- ✓ Dès que l'une ou l'autre de ces contraintes fortes est enfreinte l'horaire est considéré comme non réalisable.

II. Méthodes d'initialisations

Pour la majoration des algorithmes le choix d'une ou plusieurs solutions initiales est primordial, un choix judicieux permettra un meilleur positionnement de la fouille lors de son démarrage. Cette section présentera quelques techniques d'initialisation des solutions qui sont utilisées dans le domaine de la création des horaires d'examens.

Dans la plupart des cas, les méthodes d'initialisation sont utilisées afin de créer une solution de départ réalisable, c'est-à-dire sans conflit d'horaire. Les quatre méthodes proposées reposent toutes sur le même principe. L'assignation des périodes se fait de façon séquentielle en sélectionnant les examens l'un après l'autre selon différents critères qui peuvent être :

a) ***Largest Degree (LD) :***
Assigner les examens dans les périodes en commençant par les examens qui sont en relation avec le plus d'examens. Ou bien en termes de coloration de graphe, colorier les nœuds en commençant par ceux reliés par le plus grand nombre d'arc (les nœuds qui ont le plus grand degré. Algorithme de Welsh et Powell).

b) ***Saturation Degree (SD) :***
Communément appelée D-Satur, commencer par les examens ayant le choix de périodes possibles le plus restreint.

c) ***Largest Weighted Degree (LWD) :***
Assigner les examens dans les périodes en commençant par les examens qui ont le plus d'étudiants en conflits. Cette méthode est semblable au LD à la seule différence que la pondération des arcs est prise en considération.

d) ***Randon Ordering (RO) :***
Choix aléatoire.

D'après les expérimentations de Carter, les méthodes par Largest Degree et Saturation Degree donnent en moyenne les meilleurs résultats pour l'initialisation d'horaire d'examens.

III. Exemple : organisation des examens de la session du printemps à la FST de Fès

On peut organiser les horaires des examens en utilisant la coloration des graphes, tel que les sommets représentent les examens alors que les couleurs représentent les périodes consacrées à la tenue des examens, et si deux examens concernent un ou plusieurs étudiants en commun on relie les deux sommets correspondants à ces deux examens par une arête.

Dans notre exemple on va organiser les horaires des examens de la deuxième session (S2,S4) du tronc commun :Biologie, Chimie, Géologie (BCG), on ne considère pas la capacité des locaux car c'est évident (on ne traite pas l'emplois du temps de tous les niveaux de la faculté).

Voilà le tableau des étudiants réservistes au DEUST :

			SESSION PRINTEMPS											
			Semestre 2						Semestre 4					
CNE	NOM	PRENOM	Biologie animale	Physique	Géodynamique externe	Chimie Générale	Bases de Données	Techniques d'Expression & de Communication 2	Statistique descriptive et Probabilités	Microbiologie générale	Biochimie structurale	Chimie Minérale 2 / Chimie Organique 2	Tectonique	TEC 3
1210751108	AADEL	KHADIJA	X				X		X	X	X	X		
1210764364	AKROUH	SAFAE	x				x			x	x	x		
1311777218	ALAOUI	HAMZA	X		X				X	X	X	X		
1210530184	ALAOUI	MOHAMED ISLAM	X				X		X	X	X	X		
1311760079	AMGOUSSOU	ISMAIL	X				X		X		X	X		
1311760125	BACHIR ALAMI	MOHAMED			X		X		X	X	X	X		

1210763824	BENTOUR	AYOUB	X			X	X							
1311754059	BEROIGUI	OUMAIMA							X		X	X		
1311787924	BERRADA	GHITA			X		X			X	X	X		
1210775678	BESSI	AYMANE					X							
1210746261	BOUCHEBTI	AHMED							X	X	X	X		
1210607831	BOUISS	CHARAF EDDINE		X	X									
1210762122	BOUNJOUM	BOUCHRA	X		X					X	X			
1300000008	CARDOSO	FRANCISCO DANIEL		X	X				X		X	X		
1311811721	CHAHAT	JAMILA												
1310777904	EL ACHCH	HAMZA	X	X										
1311844087	EL AMRANI	CHARAF EDDINE	X		X		X		X			X		
1210777240	EL ATIKI GANOUNI	SAMIR			X		X			X	X	X		
1210934021	EL BAKKAL	SARA					X							
1210759432	EL BARAKA	HAJAR	X				X		X	X	X	X		
1310813138	EL BARAKA	AYOUB	X		X		X		X	X		X		
1310764589	EL HARCH	SI MOHAMED												
1311777284	EL MEZRAOUI	ASMAE	X				X							
1311779266	EL MOUTKINE	KHAOULA	X		X							X		
1311754548	EL OTHEMANY	HAJAR	X		X				X	X	X	X		
1311956108	EL OUADGHIRI	NADA	X				X		X	X	X	X		
1210813128	EL YAALAOUI	MOHAMED	X		X					X	X	X		
1229766090	EL YAMNI	NAIMA								X		X		
1210759039	EL-ALAMI	LAILA	X		X				X	X		X		
1311807457	EL-AZRAK	HIND					X							
1210922401	ELHANNATI	ASMAE					X				X	X		
1228754342	EL-HASSOUNI	TAOUFIK					x		X	X	X	X		
1311787615	ELKORTBI	KENZA			X		X		X	X		X		
1311753452	ELMARZOUKI	NAZHA			X				X	X	X	X		
1311805583	EL-MERNISSI	YASSINE	X		X		X	X		X	X			
1311761430	ELMOUSTANSIRI	HAJAR			X		X		X	X	X	X		

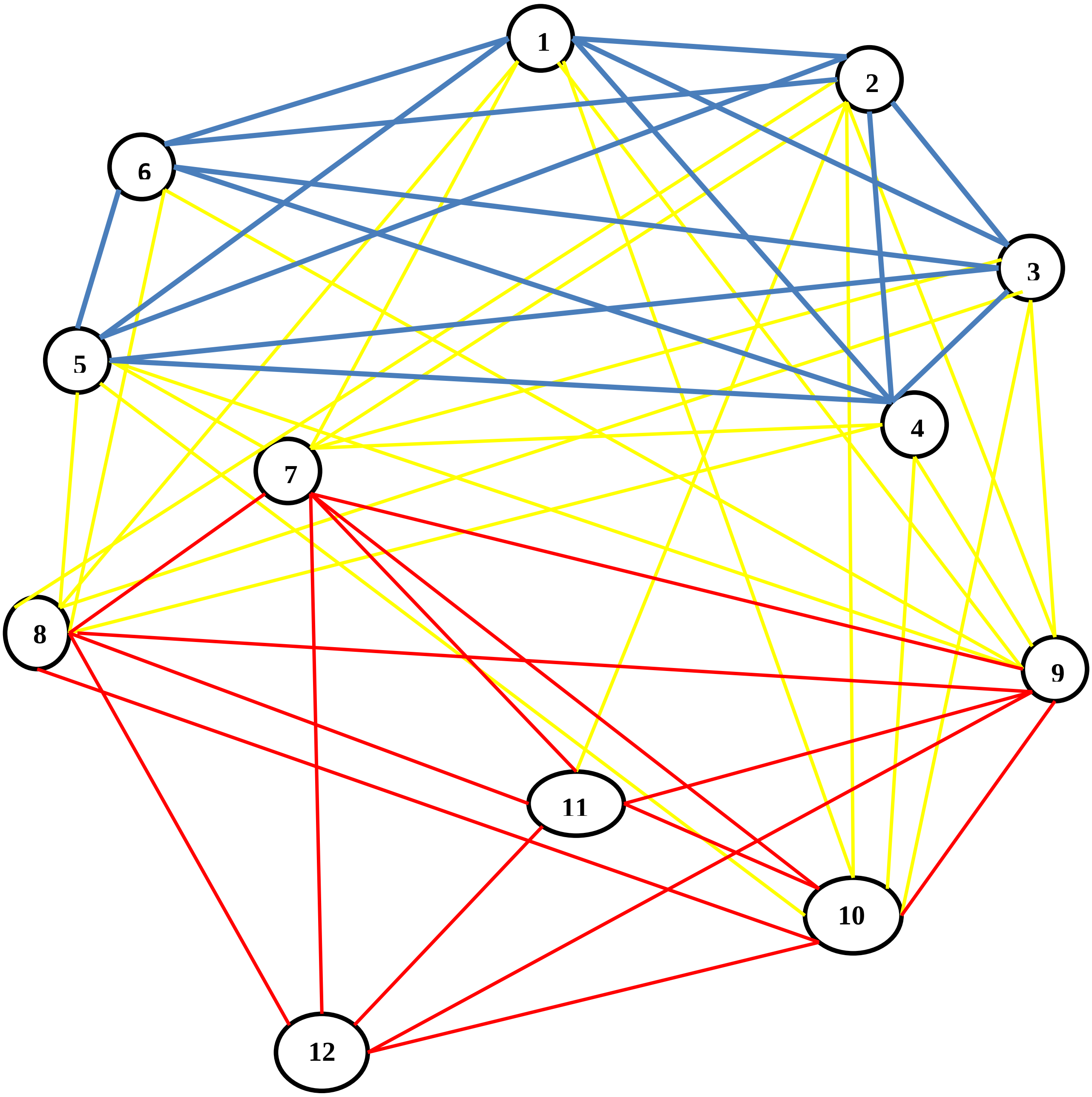
1311812652	ELYOUBI	BOUCHRA	X		X				X	X	X	X		
1311759077	ER-REGGAD	SOUFIANE				X			X	X	X	X		
1210813849	EZZERYATI	KHADIJA			X		X		X			X		
1127411300	FATTOUKH	ABDESSLAM					X		X	X		X		
1210743371	FECHTALI	HASSANIA	X				X							
1311763540	FETTAH	ISMAIL	x						x	x	x			
1311775748	GHARMILI SEFRIOUI	MOHAMMED ILIAS	X						X					
1311763722	GRAGUI	YASSINE	X						X			X		
1210932408	HAMOUCHAN	AZIZA												
1311943365	HAMZAOUI	RIM			X				X	X	X	X		
1210801678	HARI	AMAL			X				X	X	X	X		
1311754554	HIBAOUI	SALMA	X		X				X	X	X	X		
1311760092	KAMEL	JIHANE							X			X		
1311788215	KHANADOU	YOUSSRA		X					X	X	X	X		
1311764611	KHENNOUSSI	AYOUB	X		X		X			X		X		
1229767079	LAAMACH	HAMZA	X			X			X	X	X	X		
1210744399	LAAMIM	SARRA	X						X	X		X		
1311546629	LACHKAR	SAFAE	X							X		X		
1313822335	LAFTOUHI	FADOUA	X		X				X	X	X	X		
1210931844	LAHLOU	HANAE												
1210764531	LAKNIT	OMAYMA					X							
1310777416	LAKSIR	ANAS		X			X		X	X	X			
1210800359	LAMRABAT	HIND												
1311767753	MALEK	MANAL					X			X	X	X		
1311759223	MITACHE	MOHAMED		X										
1311760048	MOHADDAB	MAROUANE		X			X							
1311758262	MOUSSAMIH	YOUSSRA												
1210756482	NAJJATI	MOURAD	X						X	X	X	X		
1311950094	NASSIRI	SARAH												
1311788228	OKACHA	KHALID	X		X		X		X	X		X		
1310759455	OUAGMAN	ISMAIYL												
1311784741	OUARDIRHI	NADA												
1311756444	OUAZZANI	HAJAR			X				X	X		X		

1311747057	OUDGHIRI	KHAOULA		X									X	
1311759082	OUHSSAIN	ALI			X		X		X	X	X	X		
1311754557	OUKADDOU	SOUKAINA	X						X	X	X	X		
1311741498	OUKHELLOU	FATIMAZAHRA	X						X		X	X		
1210813823	RAHO	OUISSAME												
1210776663	RAQEN	SARA					X		X	X		X		
1210759113	REBAH	OUSSAMA	X		X		X		X	X	X			
1311754440	REBHI	SAFAE							X		X	X		
1229761311	SALIH	YOUSRA			X					X	X	X		
1210805508	SMINA	AYOUB	X		X		X				X	X		
1210782130	TALEB	OMAR					X		X	X	X	X		
1210779260	TAZI	MOHAMMED-JALAL TAZI	x		x					X		X		
1311759132	YAAKOUBI	ABDELILAH		X					X			X		
1210776669	ZAHRAOUI	HAMZA												
1311755487	ZEKRITI	MOHAMMED REDA				X								
1311966067	ZINEB	EL JABBOURY	x											

Le graphe G=(X,U) associé à ce problème contient 12 sommets car on a 12 modules. On va numéroter tous les modules dans le tableau suivant :

Module	sommet associé
Biologie animale	**1**
Physique	**2**
Géodynamique externe	**3**
Chimie générale	**4**
Bases de données	**5**
Technique d'expression & de communication	**6**
Statistique descriptive et probabilités	**7**
Microbiologie générale	**8**
Biochimie structurale	**9**
Chimie minérale 2 / chimie organique 2	**10**
Tectonique	**11**
TEC 3	**12**

Les deux sous graphes G1=(V,W) et G2=(N,M) de G tel que V={1,2,3,4,5,6} et N={7,8,9,10,11,12} sont deux sous graphes complets. Voilà le graphe associé à ce problème :



La matrice adjacence associée à ce graphe est :

$$M=\begin{pmatrix}
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0\\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1\\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1\\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{pmatrix}$$

Et par le même programme que nous avons utilisé dans le chapitre précédant (juste on change la matrice) nous trouvons les informations suivantes :


C:\Users\LapTop\Desktop\Untitled2.exe

```
Couleur 1 pour les sommets : 8
Couleur 2 pour les sommets : 9
Couleur 3 pour les sommets : 2  12
Couleur 4 pour les sommets : 1  11
Couleur 5 pour les sommets : 3
Couleur 6 pour les sommets : 4
Couleur 7 pour les sommets : 5
Couleur 8 pour les sommets : 7
couleur 9 :  Pour le reste des sommets
Appuyez sur une touche pour continuer...
```

On peut programmer les examens ayant la même couleur pendant le même créneau.

Conclusion

Dans ce projet, j'ai étudié le problème de la coloration de graphe. Pour faire cette étude, j'ai utilisé juste l'algorithme de Welsh-Powell même s'il en existe d'autres algorithmes comme : algorithme de Glouton, algorithme RLF (Recursive Largest First Leighton 1979), algorithme DSATUR (Daneil Brélaz 1979)…cependant, l'algorithme de Welsh-Powell marche mieux en pratique.

J'ai présenté au premier chapitre un rappel sur les graphes que j'ai utilisé dans les chapitres suivants. Au deuxième chapitre j'ai étudié la coloration des sommets et des arêtes d'un graphe, en utilisant l'algorithme de Welsh-Powell j'ai essayé dans ce projet de projeter les étapes de cet algorithme sur la matrice d'adjacence du graphe, dans le but de colorer les sommets du graphe en utilisant le langage C.

Dans le troisième chapitre j'ai fait la première application de la coloration des sommets d'un graphe, et nous avons pris connaissance du théorème des quatre couleurs et son historique, et j'ai coloré la carte d'Ouazzane par l'algorithme de Welsh-Powell en langage C (c'est le plus important dans ce travail). La seconde application existe au quatrième chapitre (la gestion des examens), qui contient les quatre méthodes d'initialisation et un exemple de l'organisation des examens d'un semestre à la FST de Fès en utilisant le programme précédant.

Il est à noter que ce programme fonctionne pour la coloration des sommets de tous les graphes.

Bibliographie

1. Ahmed EL HILALI ALAOUI, Ghizlane BENCHEIKH, Fatima ELKHOUKHI, Livre- Initiation à la recherche opérationnelle, 2009.

2. Antoine Gournay, Théorie des graphes, septembre 2013.

3. Michel Rigo, Théorie des graphes, 2009-2010.

4. Nathann COHEN, Coloration des graphes planaires, Avril-juillet 2008.

5. Olivier Togni, Coloration de graphes : Quelques contributions, 2006.

6. Pascal Côté, Thèse-Optimisation Multi-objective des problèmes combinatoires Application à la génération des horaires d'examens finaux, 2004.

7. Pierre Bornsztein, Cours-Théorie des graphes, samedi 2 aout 2003.