



Licence Sciences et Techniques (LST)

MATHEMATIQUES ET APPLICATIONS

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Licence Sciences et Techniques

**OPTIMISATION D'UNE TRAJECTOIRE D'AVION
COMMERCIAL**

Présenté par :

KHALIL BENTAYEB

Encadré par :

Pr : M.ETTAOUIL (FST-Fès)

Soutenu Le 09 Juin 2016 devant le jury composé de:

- Pr : M.ETTAOUIL (FST-FES)
- Pr : R.ELKHOUALANI EL IDRISI (FST-FES)
- Pr : CHAKIR LOQMAN (EST-MEKNES)

Année Universitaire 2015 / 2016

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à adresser mes sincères remerciements à M. Mohammed Ettaouil qui, en tant que directeur de mémoire, m'a permis d'effectuer ce travail avec ses précieux conseils, sa disponibilité et son aide sans quoi ce mémoire n'aurait jamais vu le jour.

Je tiens également à remercier les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail ainsi que pour le temps qu'ils ont consacré à évaluer mon projet.

Je n'oublie pas de remercier tous mes professeurs, enseignants et toutes les personnes qui m'ont soutenus jusqu'au bout, et qui n'ont pas cessé de me donner des conseils très importants en signe de reconnaissance.

Enfin, j'adresse mes remerciements à mes parents, mes proches et mes amis qui m'ont beaucoup encouragé au cours de la réalisation de ce mémoire.

TABLES DES MATIERES

CHAPITRE 1 : La gestion du trafic aérien	7
1.1. Le déroulement d'un vol	8
1.2. L'organisation de l'espace aérien.....	8
1.2.1. Les règles de navigation	8
1.2.2. La structuration de l'espace aérien	9
1.3. La planification et la régulation du trafic aérien.....	11
1.3.1. La préparation d'un vol	11
1.3.2. La planification du trafic en différents niveaux : stratégique, pré-tactique, tactique	11
1.4. Le contrôle du trafic aérien	12
1.4.1. Les activités du contrôleur aérien.....	12
1.4.2. Différents types de contrôle.....	12
1.4.3. Les différentes mesures d'évitement	12
1.5. Modélisation de la planification d'une trajectoire :	14
1.5.1. Recherche de la commande optimale	14
1.5.2. Hypothèses de travail.....	15
1.5.3. Modèle de l'avion.....	15
1.5.4. Mise en équation sous la forme d'un problème d'optimisation.....	16
CHAPITRE 2 : L'optimisation combinatoire	17
2.1. problème d'optimisation combinatoire.....	18
2.1.1. définition.....	18
2.1.2. Résolution d'un problème d'optimisation combinatoire	18
2.2. Les méthodes d'optimisation combinatoire.....	18
2.2.1. Les méthodes exactes	19
2.2.2. Les méthodes approchés ou heuristique	20
CHAPITRE 3 : La résolution du problème en utilisant AG	26
3.1. Modélisation du problème.....	27
3.1.1. Introduction	27
3.1.2. Enoncé du problème	27
3.1.3. Modélisation du problème par un graphe	27
3.1.4. Modèle mathématique	27
3.2. Mécanisme d'algorithme génétique	29
3.2.1. Codage des individus.....	29
3.2.2. L'opérateur de sélection	29
3.2.3. L'opérateur de croisement	30
3.2.4. L'opérateur mutation	31

3.2.5. L'opérateur remplacement.....	32
3.2.6. La projection de l'algorithme génétique.....	32
3.3. programmation d'algorithme génétique en C et résolution du problème.....	32
3.3.1. Définition du langage C.....	32
3.3.2. Les résultats.....	32

TABLES DES FIGURES

Figure 1 : Les différentes étapes d'un vol, du décollage à l'atterrissage.	8
Figure 2 : Extrait d'une carte répertoriant les routes aériennes de l'espace supérieur près de Toulouse.	10
Figure 3 : Norme de séparation pour la phase en-route. Aucun autre avion ne doit pénétrer dans ce volume de protection.	13
Figure 5 :Offset.....	13
Figure 6 : Point tournant.....	13
Figure7 : Classification des méthodes d'optimisation combinatoire	19
Figure 8 : divisé en sous-problèmes	20
Figure 9 :Placement optimal des pièces.....	21
Figure 10 : Organigramme de l'algorithme du recuit simulé	23
Figure 11 : Organigramme de l'algorithme tabou.....	24
Figure 12 : Fonctionnement des algorithmes génétiques.....	25
Figure 13 :graphr associé au problème.....	27
Figure 14 -codage des solutions	29
Figure 15 : Sélection par roulette.....	30
Figure 16 : Sélection par tournoi.	30
Figure 17 : Croisement à un point.....	31
Figure 18 : Croisement à deux points.....	31
Figure 19 : Une mutation.....	31

AVANT-PROPOS

Le transport aérien est une activité complexe. Celle-ci met en jeu des investissements lourds (les avions et les infrastructures de maintenance), du personnel hautement qualifié (comme le personnel navigant) et une informatique à temps réel coûteuse (les systèmes de réservation et de gestion). C'est aussi un secteur où la concurrence est exacerbée, où les prix affichés ne reflètent pas toujours les coûts de production instantanés. Pour qu'elle soit à la fois compétitive et sûre, une compagnie aérienne doit donc être gérée au plus juste.

Pour ce faire, elle doit faire appel à des techniques d'optimisations spécifiques à chacune des étapes de la production. On regroupe ces techniques mathématiques sous le nom de recherche opérationnelle. Ce domaine est né sous l'impulsion des besoins militaires anglo-saxons durant la Deuxième guerre mondiale, avec les débuts des ordinateurs et des méthodes dites de programmation linéaire (voir l'encadré). La recherche opérationnelle s'est, depuis, beaucoup développée et a largement pénétré le monde des entreprises et de l'industrie. Étant donnés les enjeux, ses méthodes sont parfois confidentielles.

La recherche opérationnelle est censée résoudre des questions d'emploi du temps, d'affectation de tâches, d'ordonnancement d'étapes de fabrication, etc., où interviennent de multiples variables et contraintes, la solution devant être la meilleure possible — au sens d'un meilleur coût, d'un délai minimal, ou autre. Un exemple élémentaire de problème de recherche opérationnelle est celui d'affecter, dans une entreprise qui comporte 50 postes de travail, un poste déterminé à chacun des 50 employés, en tenant compte au mieux des aptitudes de chacun. Pour obtenir la meilleure solution à ce problème, on pourrait bien sûr passer en revue toutes les possibilités, évaluer chacune puis choisir la plus avantageuse. C'est tout à fait exclu en pratique: il faudrait explorer $50! = 50 \times 49 \times 48 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ possibilités, un nombre faramineux (égal à environ 3×10^{64}). Même si un ordinateur pouvait parcourir un milliard de possibilités par seconde, il lui faudrait 1048 années pour les épuiser toutes, beaucoup plus que l'âge estimé de l'Univers (environ 1010 ans)!

CHAPITRE 1

LA GESTION DU TRAFIC AERIEN

Ce chapitre met en jeux les différentes méthodes pour gérer d'organiser la circulation des vols afin d'en assurer la sécurité et l'efficacité. La sécurité est l'enjeu essentiel. Concrètement, cela se traduit, pour les avions, par l'évitement des zones congestionnées, des zones météorologiques dangereuses, et bien sûr, des autres avions. Le deuxième enjeu concerne l'efficacité du trafic c'est-à-dire arriver à améliorer la capacité du trafic aérien tout en essayant de respecter au plus près les planifications effectuées.

1.1. Le déroulement d'un vol

Les principales étapes d'un vol sont représentées sur la figure 4. Tout au long du vol, l'avion est soumis à différentes règles de régulation et de contrôle pour garantir la sécurité.

Dans le cadre de nos recherches, nous nous sommes intéressés particulièrement à la phase de croisière d'un avion, c'est-à-dire entre le Top Of Climb (TOC), point d'atteinte de l'altitude optimale, et le Top Of Descent (TOD), point de début de la descente. La partie de la gestion du trafic qui nous concerne est donc la phase en-route.

Nous décrirons spécifiquement cette phase, néanmoins les autres étapes seront brièvement détaillées pour donner un aperçu global de la gestion du trafic aérien.

La section suivante présente la structure de l'espace aérien permettant une meilleure gestion de la phase en-route.

1.2. L'organisation de l'espace aérien

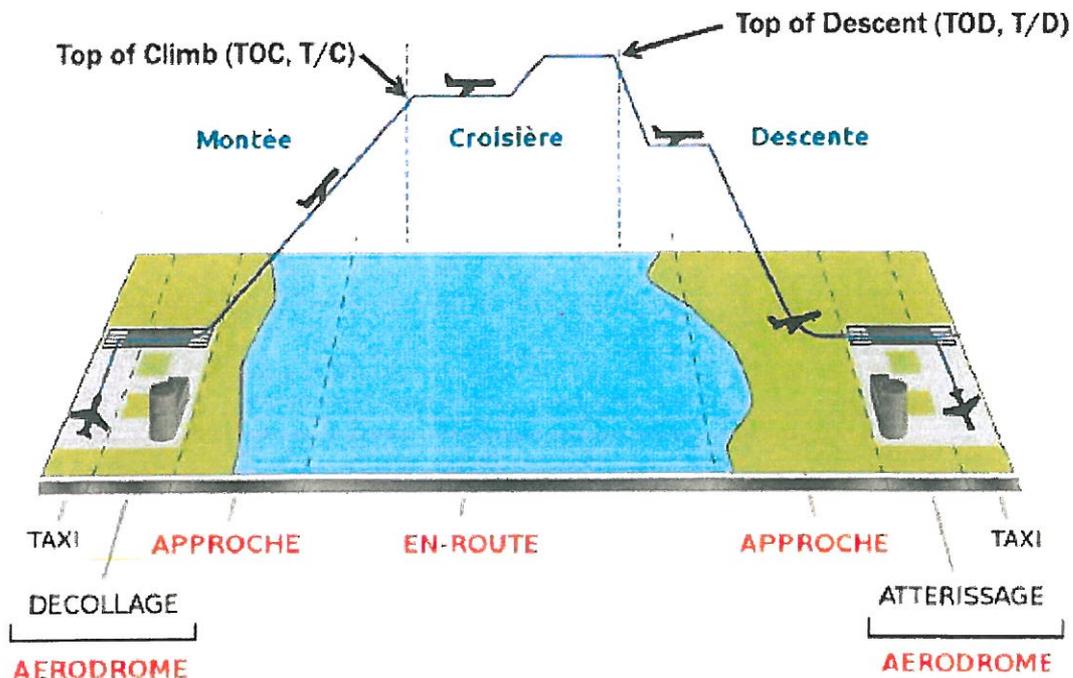


Figure 1 – Les différentes étapes d'un vol, du décollage à l'atterrissage.

1.2.1. Les règles de navigation

La circulation aérienne générale et militaire : La circulation aérienne comprend la circulation aérienne générale c'est-à-dire tous les avions civils qu'ils soient commerciaux ou privés et la circulation aérienne militaire. Les avions militaires sont soumis à des règles particulières. Ce sont à eux de s'autogérer pour se séparer des avions civils. Néanmoins, il existe une coordination avec les avions civils. Ils peuvent toutefois décider de voler en circulation aérienne générale. Ils sont alors soumis aux mêmes règles que les avions civils.

Deux modes de vol différents : Les avions peuvent évoluer sous deux régimes différents : le vol à vue, Visual Flight Rules (VFR) ou le vol aux instruments, IFR. En fonction de ces deux modes, les règles sont différentes :

- Les **règles de vol à vue, VFR**, sont applicables lorsque les conditions météorologiques sont bonnes avec une visibilité suffisante. Ces conditions sont qualifiées Visual Meteorological Conditions (VMC) et sont définies en fonction de la visibilité horizontale et de la distance par rapport aux nuages.

- Les **règles de vol aux instruments, IFR**, sont obligatoires dès lors que les conditions météorologiques sont Instrumental Meteorological Conditions (IMC) c'est-à-dire qu'elles ne sont plus VMC. Elles ne permettent plus de voler à vue. Ce mode est utilisé pour les vols commerciaux.

Nous nous intéresserons ici particulièrement à la **gestion des vols IFR** puisque ce mode est utilisé pour le vol commercial e, les vols qui nous intéressent pour la planification.

1.2.2. La structuration de l'espace aérien

Au vu du trafic important à gérer, l'espace aérien est découpé verticalement et horizontalement pour faciliter le contrôle. Nous nous intéresserons ici uniquement aux zones contrôlées où un service de contrôle est rendu. La structure de l'espace aérien présentée ci-dessous est décrite pour les vols dans leur phase en-route.

Un découpage vertical, les niveaux de vol : À partir d'une certaine altitude, 3000 ft (environ 914 m), l'espace aérien est découpé verticalement en niveau de vol ou en anglais Flight Level (FL). Les avions peuvent alors évoluer uniquement à ces niveaux. Le niveau de vol est défini comme la distance verticale entre un point et le niveau de pression de référence donné à 1013,25 hPa. Il est exprimé en centaines de pieds, un niveau de vol noté FL correspond à 100 ft (soit 30,48 m). En aéronautique, les termes de hauteur et d'altitude sont aussi utilisés. Une hauteur est la distance verticale entre un aéronef et la surface qu'il survole (terre ou eau). Une altitude est la distance verticale d'un aéronef au-dessus du niveau moyen des mers. L'unité en niveau de vol est utilisée durant la phase de croisière pour garantir que tous les avions utilisent la même référence et soient sur la même échelle ; la pression n'étant pas constante à une altitude donnée. Les lignes isobares ne sont donc pas horizontales et parallèles entre elles. Lorsqu'un avion vole à un niveau de vol donné, son altitude n'est donc pas constante au cours du vol en suivant une ligne isobare.

Les niveaux de vol permettent de faciliter la séparation des avions en fonction de leur régime de vol et de leur destination.

À partir d'un niveau de vol donné (différent pour chaque pays), on distingue deux espaces :

- **l'espace supérieur**, qui se situe au-dessus de FL195 pour la France ;
- **l'espace inférieur**, qui s'étend du niveau du sol ou de la mer jusqu'au niveau de vol FL195.

La gestion de la circulation aérienne dans chacun d'eux est différente.

Dans cette thèse, nous nous intéressons principalement aux **avions évoluant dans l'espace supérieur** ; en effet, les vols commerciaux évoluent à des niveaux de vols supérieurs à FL195 dans leur phase en-route.

Un découpage horizontal, la sectorisation de l'espace aérien : Un découpage horizontal de l'espace est aussi effectué pour faciliter le contrôle de l'ensemble des avions.

Au vu du volume de trafic important, il n'est pas envisageable pour un opérateur humain de contrôler l'ensemble des avions. L'espace aérien est alors divisé en différents secteurs, appelés **secteurs de contrôle**, qui se répartissent la charge de travail. Une coordination entre ces différents secteurs est nécessaire.

Chaque secteur est chargé de contrôler la portion d'espace qui lui est affectée. Ce regroupement est défini à partir de la capacité maximale associée à chaque secteur.

La capacité d'un secteur de contrôle correspond en Europe au nombre maximal d'avions qui peuvent entrer dans le secteur en une heure. Elle est définie à partir de plusieurs critères, parmi lesquels :

- La taille du secteur : un secteur de petite taille laisse peu de place pour croiser les avions et induit une capacité plus faible ;
- La nature des flux : un flux d'avions évolutifs (des montées et des descentes) est souvent plus délicat à gérer que des avions stables ;
- la présence de zones militaires : elles restreignent l'espace utilisable par les contrôleurs aériens civils et peuvent complexifier énormément la gestion du trafic.

Cette liste n'est pas exhaustive car les critères sont multiples.

Il existe aussi des zones particulières à l'intérieur des régions d'information de vol qui ont des contraintes particulières et qui peuvent être interdites de survol. Ces zones sont les zones dangereuses, réglementées, interdites et les zones de ségrégation temporaire.

Elles peuvent être temporaires ou définitives. La plupart de ces zones sont au-dessus de zones militaires et sont interdites lors des entraînements. Ces zones sont une contrainte supplémentaire à prendre en compte pour la gestion des vols.

Les routes aériennes : Aujourd'hui, pour faciliter la gestion du trafic, les avions évoluent le long de routes aériennes. Ces routes aériennes sont des successions de segments dans le plan horizontal reliés entre eux par des balises (ou en anglais waypoint). C'est souvent à l'intersection de ces segments, au niveau des balises, qu'apparaissent des conflits.

La figure 2 montre un exemple de route aérienne aux alentours de Toulouse.

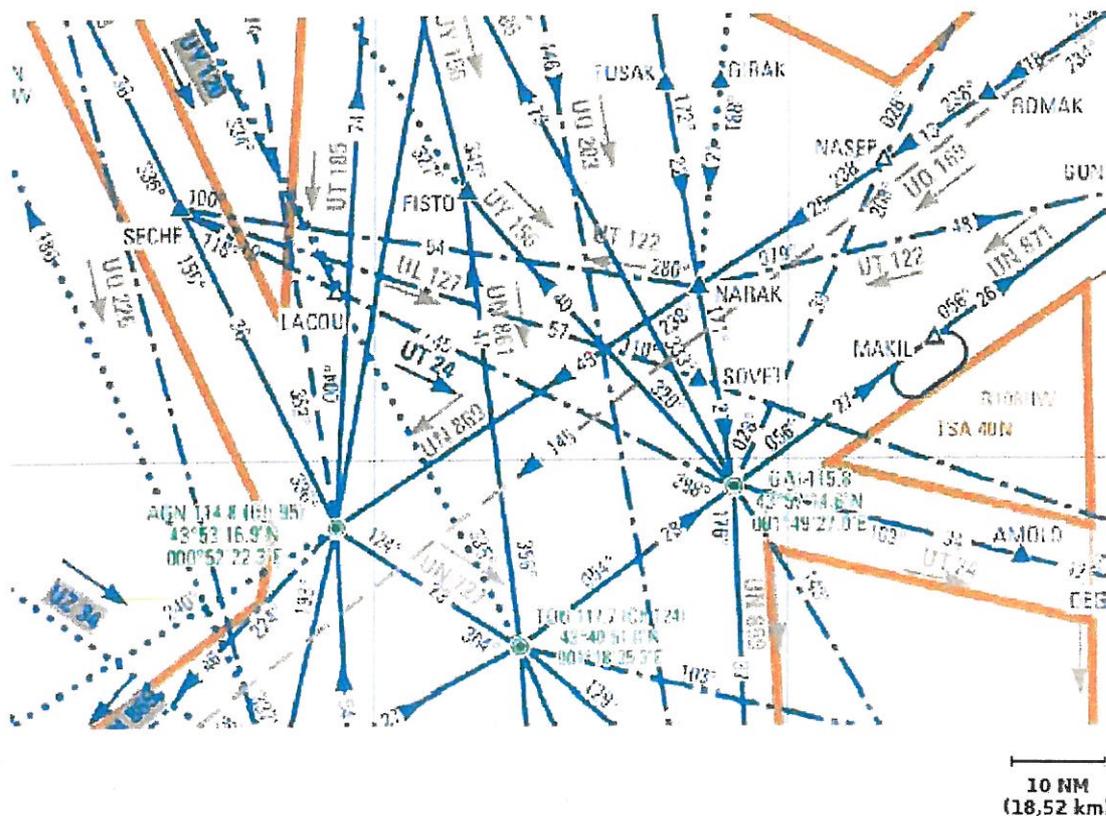


Figure 2 – Extrait d'une carte répertoriant les routes aériennes de l'espace supérieur près de Toulouse. Les balises sont représentées par des petits triangles, celles-ci sont reliées entre elles par les routes aériennes matérialisées par les lignes droites. Les points verts représentent les balises au-dessus des villes par exemple Toulouse.

1.3. La planification et la régulation du trafic aérien

1.3.1. La préparation d'un vol

Avant toute planification, il est nécessaire de connaître les demandes des utilisateurs de l'espace aérien. Pour cela, chaque vol doit déposer et faire valider un **plan de vol** pour définir ses caractéristiques. Ces données doivent être transmises suffisamment à l'avance au Network Manager pour permettre d'anticiper les flux et planifier au mieux le trafic.

Ces informations permettent aussi d'adapter les ressources de contrôle à déployer pour garantir la sécurité.

Le plan de vol contient donc tous les éléments pertinents décrivant le vol prévu pour un avion avec, en particulier, les informations suivantes :

- L'identification de l'avion ;
- Le type d'avion ;
- L'aérodrome de départ ;
- L'heure de départ ;
- La vitesse de croisière ;
- Le niveau de vol souhaité pour la croisière ;
- La route prévue décrite par une série de balises ;
- L'aérodrome de destination.

1.3.2. La planification du trafic en différents niveaux : stratégique, pré-tactique, tactique

Le but de la gestion des flux (en anglais, Flow Management) est d'équilibrer la demande des vols dans l'espace aérien à long et court terme en fonction de la capacité de contrôle du trafic aérien. Il doit également réagir de manière efficace et en temps opportun sur des événements imprévus jusqu'au jour des opérations. L'objectif du Network Manager est d'optimiser ces flux pour permettre aux compagnies aériennes d'exploiter des vols sûrs et efficaces.

Les planifications du Network Manager se divisent en trois phases :

- **La planification stratégique.** Cette phase se déroule environ un an jusqu'à une semaine avant le vol. Son but n'est pas, au sens strict, d'éviter des conflits, mais plutôt d'organiser le trafic de façon macroscopique. Elle fixe les volumes et les flux de trafic de manière à optimiser la sécurité et la capacité de l'espace aérien. Pour cela, le Network Manager Operations Center (NMOC) aide les fournisseurs de services de la navigation aérienne, ou en anglais Air Navigation Service Providers (ANSP), à prédire les capacités que devra gérer chaque centre de contrôle.
- **La planification pré-tactique.** Elle comprend les six jours avant le jour des opérations. Elle a pour but d'organiser la journée de trafic en minimisant les coûts et les retards. Ce planning s'effectue en collaboration avec tous les acteurs impliqués.
- **La planification tactique.** Cette phase se déroule le jour des opérations. Elle a pour but de surveiller et de remettre à jour le planning en fonction du déroulement des opérations et des différents aléas pouvant se produire (retards, météo, grèves ...). Le Network Manager ajuste ainsi les plannings en tenant compte des demandes en temps réels pour utiliser au mieux la capacité disponible. Ces ajustements peuvent induire des allocations différentes de créneaux de décollage, des routes différentes ou des niveaux de vols différents.

1.4. Le contrôle du trafic aérien

1.4.1. Les activités du contrôleur aérien

L'objectif des services de la navigation aérienne est d'assurer la sécurité des vols, tout en assurant un trafic fluide, ainsi que la ponctualité de celui-ci. En effet, même si l'espace aérien est vaste, le trafic est important et nécessite un contrôle permanent des vols pour assurer la sécurité. Le rôle des contrôleurs aériens consiste à :

- assurer la sécurité de tous les usagers de l'espace aérien ;
- communiquer de façon permanente et précise avec les équipages ;
- garantir la meilleure ponctualité des vols possible.

1.4.2. Différents types de contrôle

Au cours d'un vol, les méthodes de contrôle ne sont pas uniques et varient suivant les différentes phases du vol vu dans la section 1.1. Il existe trois types de contrôle : le contrôle d'aérodrome, le contrôle d'approche et le contrôle en route. Ces différents services de contrôle aérien sont en permanence en interaction pour assurer la prise en charge des vols tout le long de leur trajet.

- **Le contrôle d'aérodrome.** Il a la charge d'une zone restreinte autour de l'aérodrome. Ses fonctions sont d'assurer les phases de décollage et d'atterrissage des avions, ainsi que tous les déplacements au sol entre les terminaux de l'aéroport et les pistes de décollage et d'atterrissage. Ce contrôle s'effectue depuis la tour de contrôle située aux pieds des pistes.
- **Le contrôle d'approche.** Il gère les avions en phase de montée et de descente dans les zones à proximité des aéroports (entre 10 et 30 Milles Nautiques (NM) des pistes). Pour les avions au départ, le contrôle d'approche vise à amener l'avion de son point de sortie de la zone de contrôle d'aérodrome à sa route en phase de croisière. Pour les arrivées, le contrôle d'approche a pour fonction de disposer les avions les uns derrière les autres en direction des pistes afin de faciliter le travail du contrôle d'aérodrome.
- **Le contrôle en-route.** Il gère la progression des avions évoluant en dehors des zones proches des aéroports. Dans ces zones, les grandes majorités des avions circulent le long des routes aériennes préétablies, appelées couloirs aériens (en anglais airways), comme décrites dans la section 1.2.2. Ces routes permettent aux contrôleurs d'avoir une visualisation plus aisée de la situation spatiale des avions qui facilite la gestion des croisements des voies aériennes.

1.4.3. Les différentes mesures d'évitement

Différentes mesures d'évitement peuvent être prises par le contrôleur radar. Les trois instructions données à un pilote peuvent être : une modification du niveau de vol, un changement de cap ou une modification de sa vitesse. Les avions évoluant de manière différente pour un contrôle en approche ou en-route, le choix de la mesure d'évitement à prendre diffère suivant le type de contrôle.

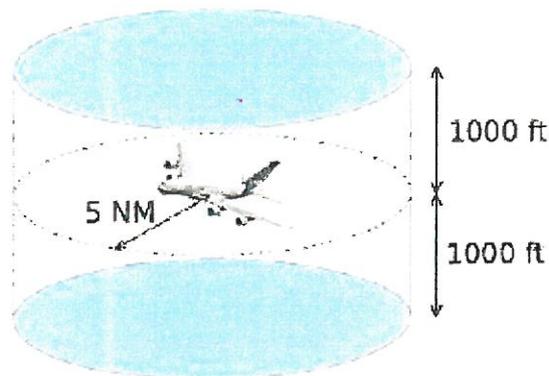
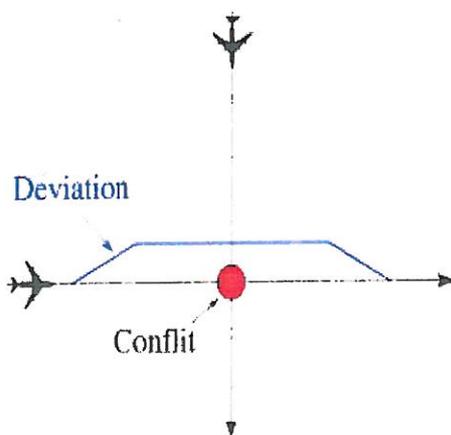


Figure 3 – Norme de séparation pour la phase en-route. Aucun autre avion ne doit pénétrer dans ce volume de protection.

L'ordre donné aux avions durant la phase en-route est le plus souvent un changement de cap. Pourquoi ce choix est-il pris le plus souvent ?

- **Un changement de niveau de vol** induit une hausse significative de la consommation et n'est pas toujours possible pour respecter les contraintes aérodynamiques (poids de l'avion, vitesse ...).
- **Un changement de vitesse** peut être difficile à visualiser pour le contrôleur puisque celui-ci doit être très faible. Le contrôleur ne peut pas visualiser directement sur le radar si le pilote a bien effectué l'ordre qu'il lui a été demandé, un changement de vitesse n'étant pas immédiat.
- **Le changement de cap** est quant à lui immédiat et permet au contrôleur de visualiser facilement la modification. On peut citer deux manœuvres standards : l'offset (voir figure 5) et le point tournant (voir figure 6). Le point tournant consiste à modifier le cap d'un avion et le ramener ensuite sur sa trajectoire.

L'offset induit un décalage latéral. Cette modélisation est indispensable pour un conflit de rattrapage (un avion rattrape l'autre sur une même trajectoire).



Ne figure 5– Offset

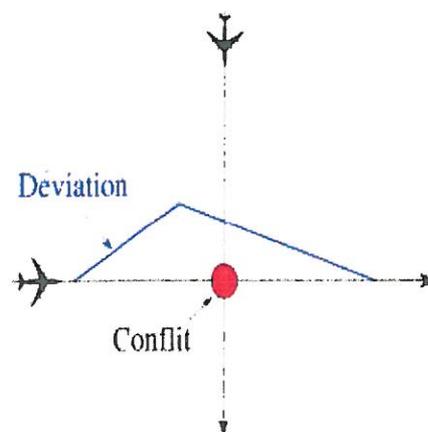


Figure 6– Point tournant

1.5. Modélisation de la planification d'une trajectoire

1.5.1. Recherche de la commande optimale

Les problèmes de contrôle optimal cherchent à déterminer la commande optimale d'un système évoluant dans le temps dans le but de minimiser un critère.

L'évolution du système est régie par une équation différentielle (*) dépendant de la commande a que l'on cherche à calculer.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t), a(t)) \\ x(t_0) = x_0 \\ a \in A \text{ (condition sur la commande)} \end{cases} \quad (*)$$

Pour modéliser un problème sous la forme d'un problème de contrôle optimal, il faut définir :

- le critère à optimiser $J(x(t), a(t))$;
- l'état et la commande du système qui évolue : $x(t)$ et $a(t)$ et les contraintes possibles sur ces deux variables ;
- la dynamique du système c'est-à-dire l'équation différentielle définissant comment évolue le système : $\dot{x}(t) = f(t, x(t), a(t))$;
- les conditions initiales en t_0 ;
- les conditions finales ;
- le temps final t_f

La modélisation du problème pour l'optimisation d'une trajectoire sous la forme d'un problème de contrôle optimal a été introduite dans [Bryson 1975]. Dans le cas qui nous intéresse, c'est-à-dire l'optimisation de la trajectoire en spatiale, la modélisation est la suivante :

- le critère à optimiser $J(x(t), a(t))$ représente le temps total de la trajectoire ;
- l'état $x(t)$ correspond à la position du mobile et la commande $a(t)$ à la direction de déplacement du mobile ;
- la dynamique du système correspond à l'équation définissant la vitesse du mobile en fonction de la position et de la commande ;
- les conditions initiales sont uniquement le point de départ du mobile ;
- les conditions finales sont uniquement le point d'arrivée du mobile ;
- le temps final t_f fait partie des inconnues.

À partir de cette modélisation, le problème peut s'écrire sous la forme générale d'un problème de commande optimale suivant :

$$\begin{cases} \min_{x(\cdot), a(\cdot)} J(x(\cdot), a(\cdot)) \\ \dot{x}(t) = f(t, x(t), a(t)) & \text{(équation d'état)} \\ x(\cdot) \in \Omega & \text{(contraintes d'état)} \\ a(\cdot) \in A & \text{(contraintes sur les commandes)} \\ x(t_0) = x_0 & \text{(conditions initiales)} \\ x(t_f) = C_f & \text{(conditions finales)} \end{cases}$$

Les inconnues sont donc la commande $a : [t_0, t_f] \rightarrow a(t)$ dépendant du temps, mais aussi l'état x qui évolue avec t et qui est commandé par a . À ces deux variables est associé le critère de coût J .

Le critère à optimiser $J(x(\cdot), a(\cdot))$ peut s'écrire sous trois formulations différentes : la formulation de Lagrange, la formulation de Mayer et la formulation de Bolza. Ces trois formulations sont mathématiquement équivalentes. Le critère est simplement exprimé de manière différente. La formulation la plus générale est la formulation de Bolza. Le critère est défini de la façon suivante pour un problème à temps terminal t_f libre :

$$J(x(\cdot), a(\cdot), t_f) = \int_{t_0}^{t_f} g(t, x(t), a(t)) dt + l(t_f, x(t_f)) \quad (**)$$

Avec t_0 fixé et t_f inconnu, $g(t, x(t), a(t))$ le coût instantané et $l(t_f, x(t_f))$ le coût associé au point terminal. Pour résoudre ce problème, différentes méthodes numériques existent. Elles ont été résumées dans [Betts 1998]. Les trois grandes classes de méthodes sont : les méthodes directes, les méthodes indirectes et l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman pour des problèmes en temps continu ou la programmation dynamique pour des problèmes en temps discret. Pour plus de détails et d'informations sur les problèmes de commande optimale, on pourra se référer au livre suivant [Hiriart-Urruty 2008].

1.5.2. Hypothèses de travail

Notre problème se résume à rechercher la trajectoire optimale entre deux points : le point de départ TOC et le point de destination TOD sous les hypothèses suivantes:

- le vol se déroule sous les conditions atmosphériques standard ;
- le niveau de vol est constant : la recherche de la trajectoire s'effectue donc sur un espace à deux dimensions ;
- la vitesse propre de l'avion $VTAS$ est constante ;
- la composante verticale du vent est négligée, les composantes horizontales par rapport à la Terre sont supposées connues.

1.5.3. Modèle de l'avion

À partir des hypothèses faites, le modèle de l'avion est résumé par un point. Le déplacement de ce point au cours du temps est défini à partir de la vitesse de l'avion par rapport au sol, VGS . Cette vitesse dépend de la vitesse propre de l'avion $VTAS$, du cap suivi Θ et du vent W rencontré.

L'équation de déplacement par rapport au sol de l'avion peut alors s'écrire de la manière suivante

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = V_a \sin(\Theta(t)) + W_x(x(t), y(t), t) \\ \dot{y}(t) = V_a \cos(\Theta(t)) + W_y(x(t), y(t), t) \end{cases} \quad (***)$$

Avec (x, y) la position de l'avion dans un repère cartésien, Θ le cap de l'avion, V_a la vitesse propre de l'avion, $W_x(x(t), y(t), t)$ la composante x du vent, $W_y(x(t), y(t), t)$ la composante y du vent. Pour des raisons de simplification d'écriture, nous utiliserons à présent la notation V_a pour la vitesse propre de l'avion.

1.5.4. Mise en équation sous la forme d'un problème d'optimisation

Comme nous l'avons vu dans la section 1.5.1, le problème de planification d'une trajectoire peut s'écrire sous la forme d'un problème de commande optimale. Le système à contrôler au cours du temps est ici la position de l'avion.

Critère à optimiser : L'objectif de nos recherches est de minimiser les coûts liés à la phase de croisière. Les coûts dépendent principalement de deux paramètres corrélés : la consommation et le temps de vol. En gardant la vitesse de l'avion $VTAS$ constante, la consommation dépend principalement du temps de vol. En négligeant la surconsommation induite par les changements de direction, la minimisation du temps de vol permet de minimiser la consommation. Notre critère à optimiser est ici le temps de vol total de la trajectoire.

État et contrôle du système : L'état du système à un instant t correspond à la position de l'avion à cet instant dans un espace à deux dimensions. La variable de contrôle est le cap magnétique de l'avion.

Dynamique du système : La position au cours du temps de l'avion est régie par l'équation de déplacement (***)

Conditions initiales et finales : La condition initiale correspond à l'état initial du système c'est-à-dire ici à la position de départ de l'avion. Cette position de départ est le point TOC qui définit le début de la phase de croisière. La condition finale est l'état final du système c'est-à-dire le point de destination de la trajectoire. Ici, il correspond à la fin de la phase de croisière c'est-à-dire le point TOD. Le temps à l'état final est inconnu, le problème est donc un problème à temps final libre.

Le problème de commande optimale peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x, y) = \min_{\Theta} \int_{t_0}^{t_f} 1 dt = \min_{\Theta} (t_f - t_0) \\ \text{s.t} \quad \dot{x}(t) = V_a \sin(\Theta(t)) + W_x(x(t), y(t), t) \\ \quad \quad \dot{y}(t) = V_a \cos(\Theta(t)) + W_y(x(t), y(t), t) \\ \quad \quad (x(t_0), y(t_0)) = (x_0, y_0) \\ \quad \quad (x(t_f), y(t_f)) = (x_f, y_f) \end{array} \right.$$

Le critère à optimiser en commande optimale est formulé par l'intégrale d'un coût instantané $g(x(t), a(t))$. Ici, ce coût instantané est constant et égal à 1.

CHAPITRE 2

L'OPTIMISATION COMBINATOIRE

Dans ce chapitre on va découvrir les différentes techniques mathématiques qui servent à résoudre les problèmes d'optimisation.

2.1. problème d'optimisation combinatoire

2.1.1. définition

L'optimisation combinatoire est minimiser ou maximiser une fonction souvent appelée fonction coût, d'une ou plusieurs variables soumises à des contraintes. L'optimisation combinatoire occupe une place très importante en recherche opérationnelle, en mathématiques discrètes et en informatique. Son importance se justifie d'une part par la grande difficulté des problèmes d'optimisation et d'autre part par de nombreuses applications pratiques pouvant être formulées sous la forme d'un problème d'optimisation combinatoire. Bien que les problèmes d'optimisation combinatoire soient souvent faciles à définir, ils sont généralement difficiles à résoudre. En effet, la plupart de ces problèmes appartiennent à la classe des problèmes NP-difficiles et ne possèdent donc pas à ce jour de solution algorithmique efficace valable pour toutes les données.

2.1.2. Résolution d'un problème d'optimisation combinatoire

Résoudre un problème d'optimisation combinatoire nécessite l'étude de trois points particuliers :

- La définition de l'ensemble des solutions réalisables,
- L'expression de l'objectif à optimiser,
- Le choix de la méthode d'optimisation à utiliser,

Les deux premiers points relèvent de la modélisation du problème, le troisième de sa résolution. Afin de définir l'ensemble des solutions réalisables, il est nécessaire d'exprimer l'ensemble des contraintes du problème. Ceci ne peut être fait qu'avec une bonne connaissance du problème sous étude et de son domaine d'application.

2.2. Les méthodes d'optimisation combinatoire

Les méthodes d'optimisation peuvent être réparties en deux grandes classes de méthodes pour la résolution des problèmes ;

- Les méthodes exactes,
- Les méthodes approchées,

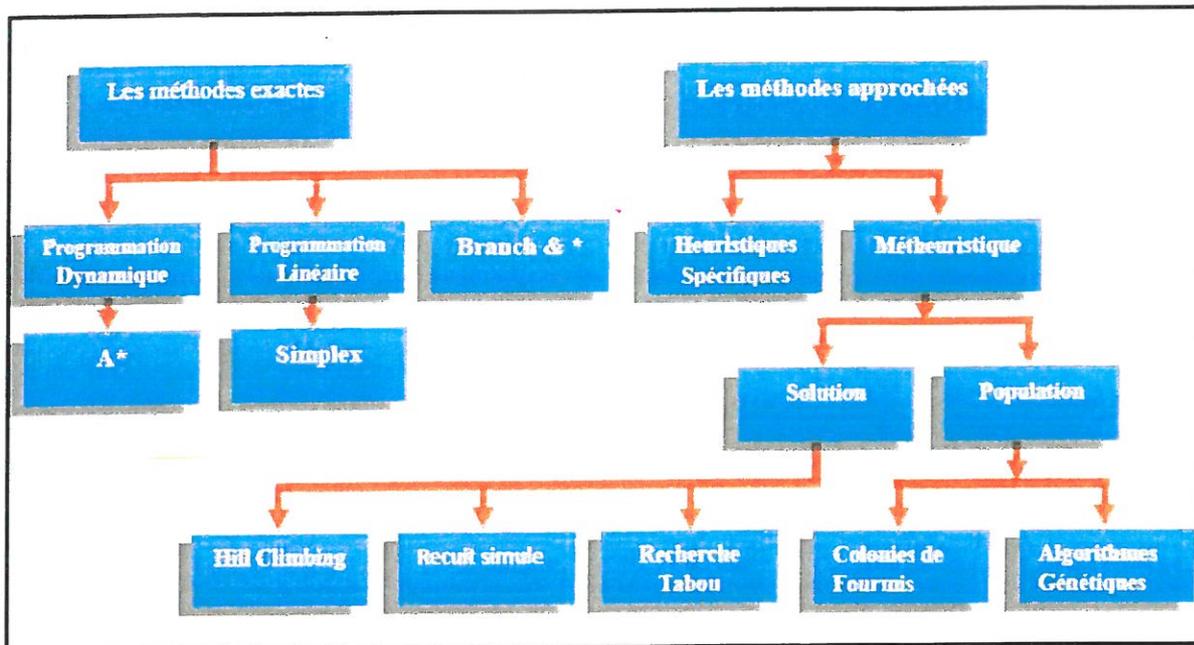


Figure7 : Classification des méthodes d'optimisation combinatoire

2.2.1. Les méthodes exactes

Les algorithmes exacts sont utilisés pour trouver au moins une solution optimale d'un problème. Les algorithmes exacts les plus réussis dans la littérature appartiennent aux paradigmes de quatre grandes classes :

La programmation dynamique,

La programmation linéaire,

Les méthodes de recherche arborescente (Branch & Bound)

2.2.1.1. La méthode du Branch et Bound

La méthode de Branch and Bound (procédure par évaluation et séparation progressive) consiste à énumérer ces solutions d'une manière intelligente en ce sens que, en utilisant certaines propriétés du problème en question, cette technique arrive à éliminer des solutions partielles qui ne mènent pas à la solution que l'on recherche. De ce fait, on arrive souvent à obtenir la solution recherchée en des temps raisonnables. Bien entendu, dans le pire cas, on retombe toujours sur l'élimination explicite de toutes les solutions du problème.

Pour ce faire, cette méthode se dote d'une fonction qui permet de mettre une borne sur

2. certaines solutions pour soit les exclure soit les maintenir comme des solutions potentielles.

Bien entendu, La performance d'une méthode de Branch and Bound dépend, entre autres, de la qualité de cette fonction (de sa capacité d'exclure des solutions partielles tôt).

➤ Algorithme général

Début

Placer le nœud début de longueur 0 dans une liste.

Répéter

Si la première branche contient le nœud recherché **alors**
Fin avec succès.

Sinon

- Supprimer la branche de la liste et former des branches nouvelles en étendant la branche supprimée d'une étape.
- Calculer les coûts cumulés des branches et les ajouter dans la liste de telle sorte que la liste soit triée en ordre croissant.

Jusqu'à (liste vide ou nœud recherché trouvé)

Fin

2.2.1.2. La programmation dynamique

La programmation dynamique a été appelée comme cela depuis 1940 par Richard Bellman et permet d'appréhender un problème de façon différente de celle que l'on pourrait imaginer au premier abord. Le concept de base est simple : une solution optimale est la somme de sous-problèmes résolus de façon optimale. Il faut donc diviser un problème donné en sous-problèmes et les résoudre un par un.

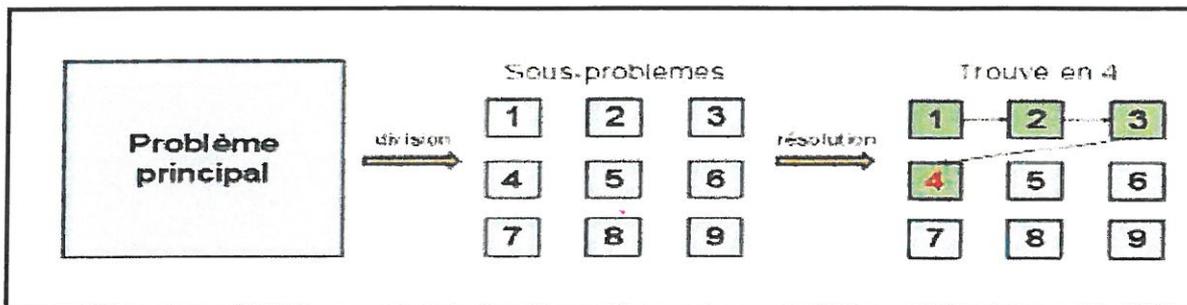


Figure 8: divisé en sous-problèmes

➤ Algorithme général de programmation dynamique

La conception d'un algorithme de programmation dynamique peut être planifiée dans une séquence de quatre étapes.

1. Caractériser la structure d'une solution optimale.
2. Définir récursivement la valeur d'une solution optimale.
3. Calculer la valeur d'une solution optimale en remontant progressivement jusqu'à l'énoncé du problème initial.
4. Construire une solution optimale pour les informations calculées.

2.2.2. Les méthodes approchées ou heuristique

Une méthode heuristique ou approchée est une méthode d'optimisation qui a pour but de trouver une solution réalisable de la fonction objectif en un temps raisonnable, mais sans garantie d'optimalité. L'avantage principal de ces méthodes est qu'elles peuvent s'appliquer à

n'importe quelle classe de problèmes, faciles ou très difficiles, Dun autre côté les algorithmes d'optimisation tels que les algorithmes de recuit simulé, les algorithmes tabous et les algorithmes génétiques ont démontré leurs robustesses et efficacités face à plusieurs problèmes d'optimisation combinatoires.

Les méthodes approchées englobent deux classes :

- Les méthodes constructives,
- Les Métaheuristiques,

2.2.2.1. Les méthodes constructives

Ce sont des méthodes itératives qui construisent pas à pas une solution. Partant d'une solution partielle initialement vide, ils cherchent à étendre à chaque étape la solution partielle de l'étape précédente, et ce processus se répète jusqu'à ce que l'on obtienne une solution complète.

➤ **Utilisation** : Les méthodes constructives sont généralement utilisables quand la qualité de solution n'est pas un facteur primordial ou la taille de l'instance est raisonnable, en l'occurrence pour générer une solution initiale dans une métaheuristique, ces méthodes rapides et faciles d'implémentation.

2.2.2.1.1. Algorithme glouton

Construction de une solution réalisable en ramenant à une suite de décisions qu'on prend à chaque fois au mieux en fonction d'un critère local sans remettre en question les décisions déjà prises. Généralement, la solution obtenue set approchée.

- **Avantage** : algorithmes simples à implémenter,
- **Inconvénient** : solutions approchées obtenues plus ou moins bonnes, critère local,

Exemple : Placement optimal de pièces 2D (Bin Packing).

On dispose de plaques rectangulaires toutes identiques dans lesquelles on veut placer des pièces rectangulaires sans chevauchement. Les pièces à placer ont des dimensions diéreses.

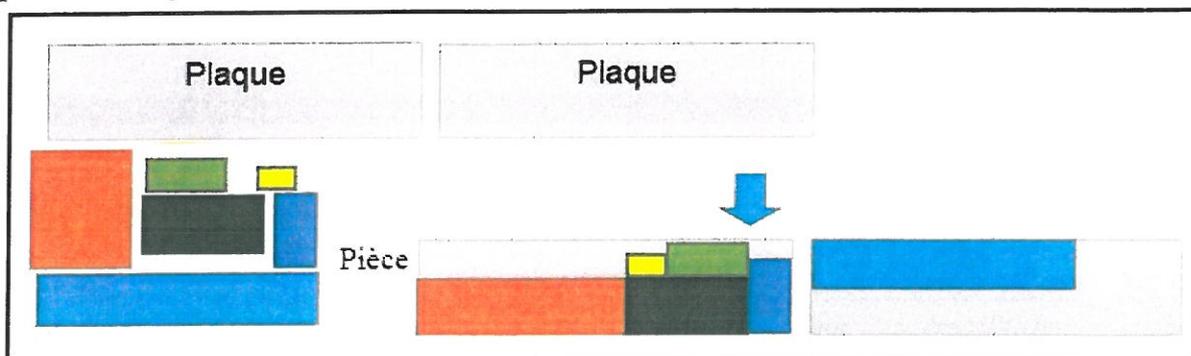


Figure 9: Placement optimal des pièces

On veut trouver le placement pour minimiser le nombre de plaques utilisées.

Algorithme glouton : trier les pièces en fonction de leur taille et placer d'abord les pièces les plus grandes.

2.2.2.2. Les Métaheuristique

Le mot métaheuristique est dérivé de la composition de deux mots grecs :

- heuristique qui vient du verbe heuriskein et qui signifie 'trouver'.
- méta qui est un suffixe signifiant 'au -delà', 'dans un niveau supérieur'.

Les Métaheuristiques se sont des méthodes inspirées de la nature, ce sont des heuristiques modernes dédiées à la résolution des problèmes et plus particulièrement aux problèmes d'optimisation, qui visent d'atteindre un optimum global généralement enfoui au milieu de nombreux optima locaux.

Les Métaheuristiques qui se subdivisent en deux sous-classes :

- Les méthodes de voisinage.
- Les méthodes évolutives.

2.2.2.2.1. Les méthodes de voisinages

Ces méthodes partent d'une solution initiale (obtenue de façon exacte, ou par tirage aléatoire) et s'en éloignent progressivement, pour réaliser une trajectoire, un parcours progressif dans l'espace des solutions. Dans cette catégorie, se rangent :

- le recuit simulé.
- la méthode Tabou le terme de **recherche locale** est de plus en plus utilisée pour qualifier ces méthodes.

- **Le recuit simulé**

La méthode du recuit simulé est une généralisation de la méthode Monte-Carlo ; son but est de trouver une solution optimale pour un problème donné. Elle a été mise au point par trois chercheurs de la société IBM : S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt et M.P. Vecchi en 1983, et indépendamment par V. Cerny en 1985 à partir de l'algorithme de Metropolis ; qui permet de décrire l'évolution d'un système thermodynamique.

L'idée principale du recuit simulé tel qu'il a été proposé par Metropolis en 1953 est de simuler le comportement de la matière dans le processus du recuit très largement utilisé dans la métallurgie. Le but est d'atteindre un état d'équilibre thermodynamique, cet état d'équilibre (où l'énergie est minimale) représente - dans la méthode du recuit simulé - la solution optimale d'un problème ; L'énergie du système sera calculé par une fonction coût (ou fonction objectif). La méthode va donc essayer de trouver la solution optimale en optimisant une fonction objective, pour cela, un paramètre fictif de température a été ajouté par Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi. En gros le principe consiste à générer successivement des configurations à partir d'une solution initiale S_0 et d'une température initiale T_0 qui diminuera tout au long du processus jusqu'à atteindre une température finale ou un état d'équilibre (optimum global).

- **Algorithme général de recuit simulé**

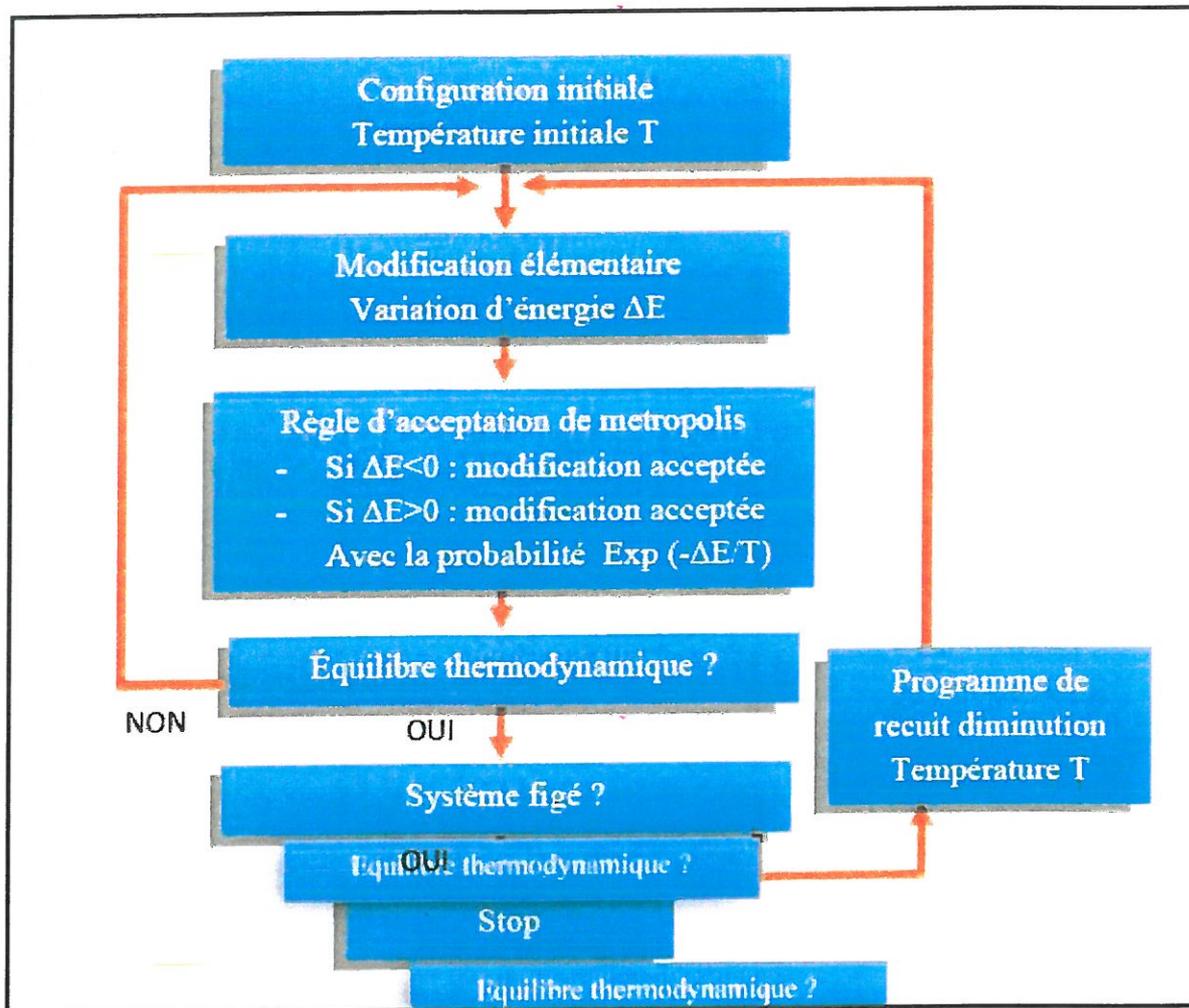


Figure 10: Organigramme de l'algorithme du recuit simulé

• La recherche TABOU

La méthode de recherche tabou, ou simplement méthode tabou, a été formalisée en 1986 par F. Glover. Sa principale particularité tient dans la mise en oeuvre de mécanismes inspirés de la mémoire humaine. L'idée consiste à garder la trace du cheminement passé dans une mémoire et de s'y référer pour guider la recherche

➤ Notion de base

À chaque itération, l'algorithme tabou choisit le meilleur voisin non tabou, même si celui-ci dégrade la fonction de coût. Pour cette raison, on dit de la recherche avec tabou qu'elle est une méthode agressive.

➤ La liste TABOU

L'idée de base de la liste tabou consiste à mémoriser les configurations ou régions visitées et à introduire des mécanismes permettant d'interdire à la recherche de retourner trop rapidement vers ces configurations.

- **Algorithme générale**

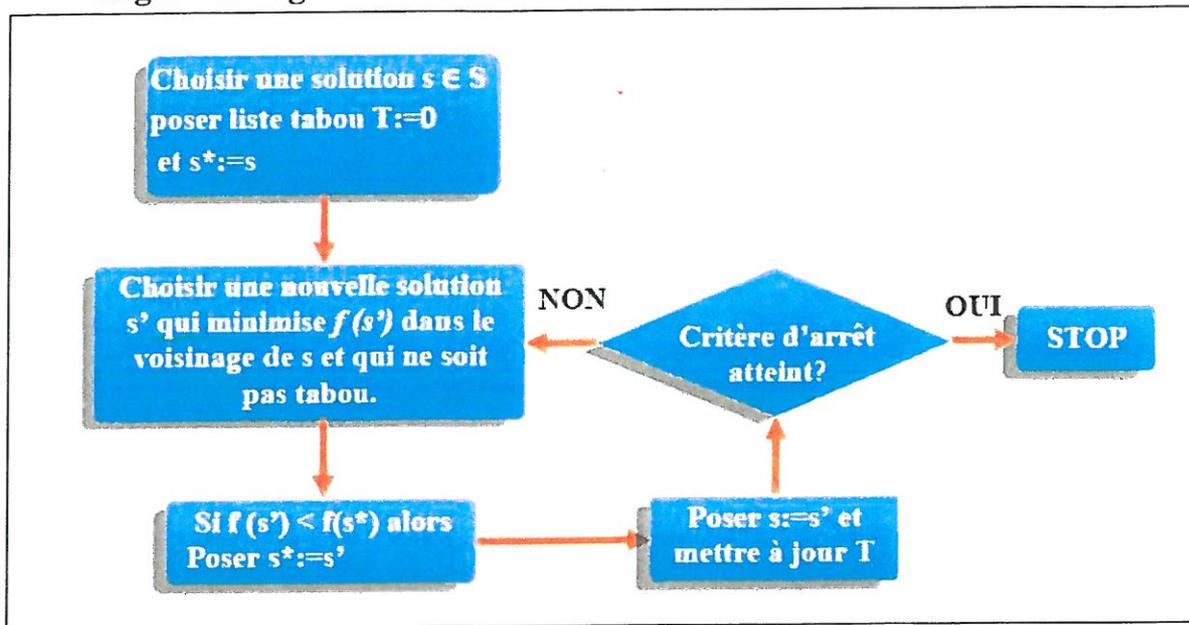


Figure 11: Organigramme de l'algorithme tabou

2.2.2.2.2. Les méthodes évolutives

Ces méthodes se distinguent de celles déjà étudiées par le fait qu'elles opèrent sur une population de solutions, pour cela, elles sont souvent appelées des méthodes à base de population. Certaines d'entre elles ont des principes inspirés de la génétique et du comportement des insectes. La complexité de ces deux phénomènes biologiques a servi de modèle pour des algorithmes toujours plus sophistiqués ces vingt dernières années. Nous avons retenu seulement par les algorithmes génétiques.

- Les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques sont inspirés de la théorie de l'évolution et des processus biologiques qui permettent à des organismes de s'adapter à leur environnement. Ils ont été inventés dans le milieu des années 60 (Holland, 1962; Rechenberg, 1965; Fogel et al, 1966).

La sélection naturelle, que Darwin appelle l'élément "propulseur" de l'évolution, favorise les individus d'une population qui sont le mieux adaptés à un environnement. La sélection est suivie de croisements et de mutations au niveau des individus, constitué d'un ensemble de gènes. Ainsi deux individus "parents", qui se croisent, transmettent une partie de leur patrimoine génétique à leurs descendants. L'individu enfant fait que celui-ci est plus au. Au fur et à mesure des générations son sélectionne les individus les mieux adaptés, et l'augmentation du nombre des individus bien adaptés fait évoluer la population entière.

La mise en œuvre des algorithmes génétiques nécessite plusieurs étapes à détailler. La première est le codage d'un individu représenté par un chromosome. La seconde est le calcul de la qualité. La troisième est de définir les opérateurs de reproduction.

- **Algorithme générale**

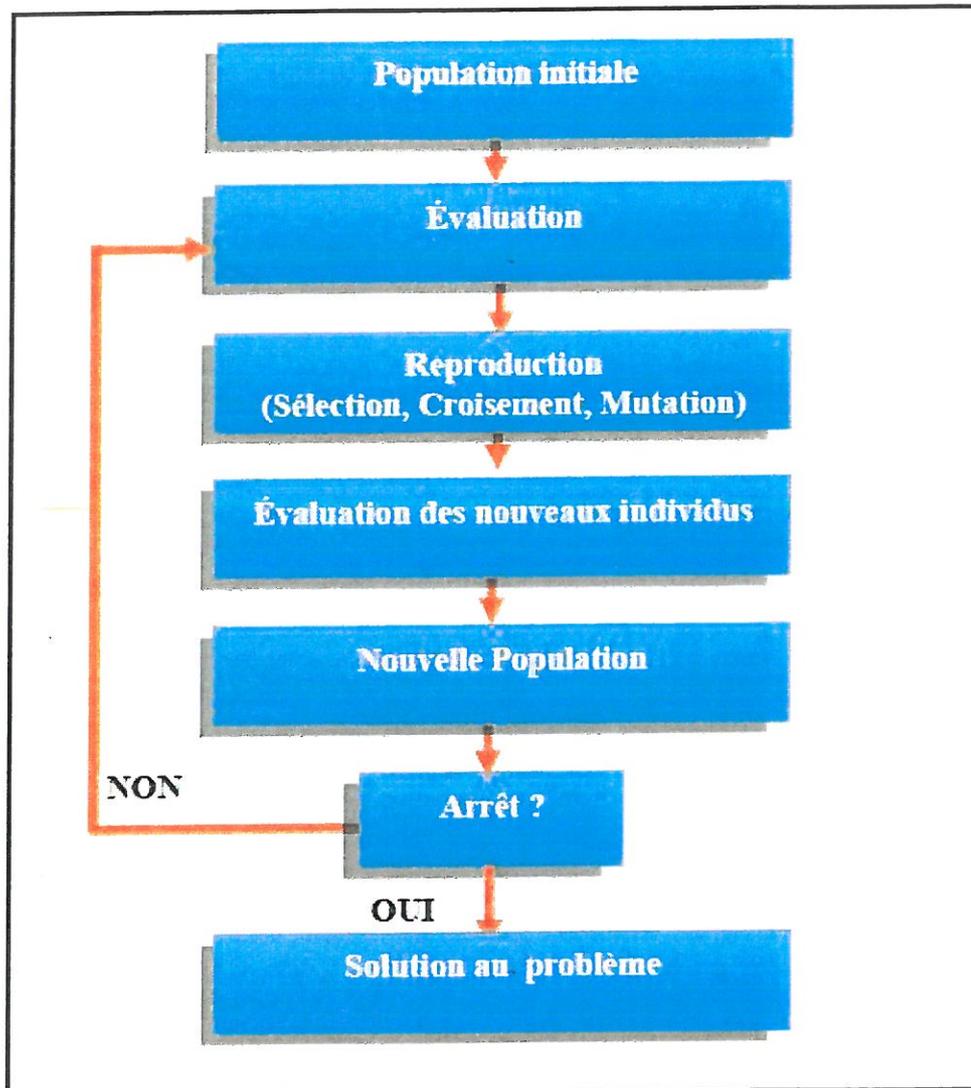


Figure 12: Fonctionnement des algorithmes génétiques.

CHAPITRE 3

LA RESOLUTION DU PROBLEME EN UTILISANT L'AG

Ce dernier chapitre nous entrain de dévoiler notre problème et le résoudre en utilisant l'algorithme génétique, après la programmation de ce dernier en langage C.

3.1. Modélisation du problème

3.1.1. Remarque

A cause de la difficulté de ce sujet qui demande des compétences qui vont au-delà de notre capacité, j'ai simplifié mon problème en représentant un avion par un point matériel qui doit effectuer un trajet en passant une et une seule fois par chaque position décidée à visiter.

3.1.2. Enoncé du problème

Notre problème consiste à trouver le coût minimal (temps, distance, carburant consommé,...) d'un avion commercial partant d'une position de départ, visitant (n-1) autres positions.

3.1.3. Modélisation du problème par un graphe

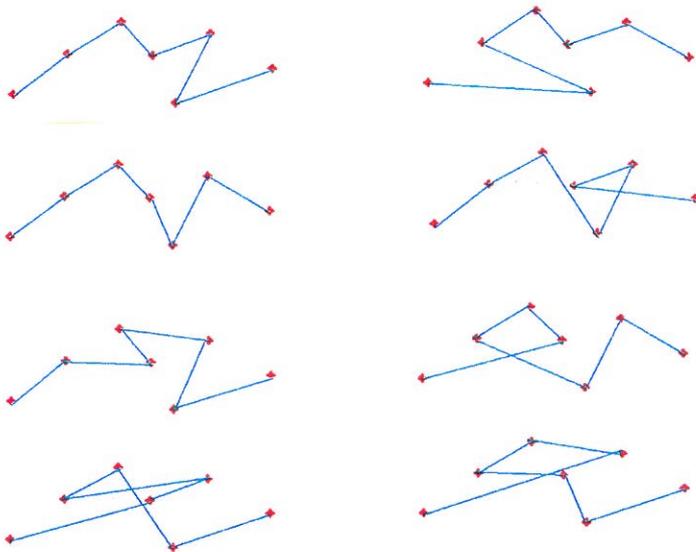


Figure-13 : exemples des trajets qu'on peut construire passant par sept positions

3.1.4. Modèle mathématique

3.1.4.1. Les variables

Supposons que le point 1 est le point de départ. Lorsque l'avion se trouve au point i , alors pour chaque point $j (i \neq j)$ nous avons deux choix : l'avion passe de i à j ou non. D'où la nécessité d'utiliser les variables binaires. Notons par :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si l'avion passe du point } i \text{ au } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

3.1.4.2. Fonction objectif

La distance entre le point i et le point j est C_{ij} . donc la distance totale est :

$$Z = \sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq n} C_{ij} x_{ij}$$

Nous cherchons évidemment à rendre Z aussi petit que possible. Nous devons donc minimiser Z :

$$\text{Min } Z = \sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq n} C_{ij} x_{ij}$$

3.1.4.3. Les contraintes

Lorsque l'avion se trouve à la position i , il doit e quitter vers une seule destination :

$$\sum_{\substack{1 \leq j \leq n \\ i \neq j}} x_{ij} = 1 \quad 1 \leq i \leq n$$

L'avion doit arriver à une position j en province d'un seul point :

$$\sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ i \neq j}} x_{ij} = 1 \quad 1 \leq j \leq n$$

Contraintes de non-négativité ou d'intégrité :

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1$$

D'où le modèle mathématique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min Z = \sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq i}} C_{ij} x_{ij} \\ \text{sujet à} \\ \sum_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq i}} x_{ij} = 1 \quad 1 \leq i \leq n \\ \sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ j \neq i}} x_{ij} = 1 \quad 1 \leq j \leq n \\ x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad 1 \leq i, j \leq n \\ x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad 1 \leq i, j \leq n \end{array} \right.$$

3.2. Mécanisme d'algorithme génétique

3.2.1. Codage des individus

Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données. Elle se place généralement après une phase de modélisation mathématique du problème traité. La qualité du codage des données conditionne le succès des algorithmes génétiques. Les codages binaires ont été très utilisés à l'origine. Les codages réels sont désormais largement utilisés, notamment dans les domaines applicatifs pour l'optimisation de problèmes à variables réelles. Des exemples du codage présentés dans la (figure 14).

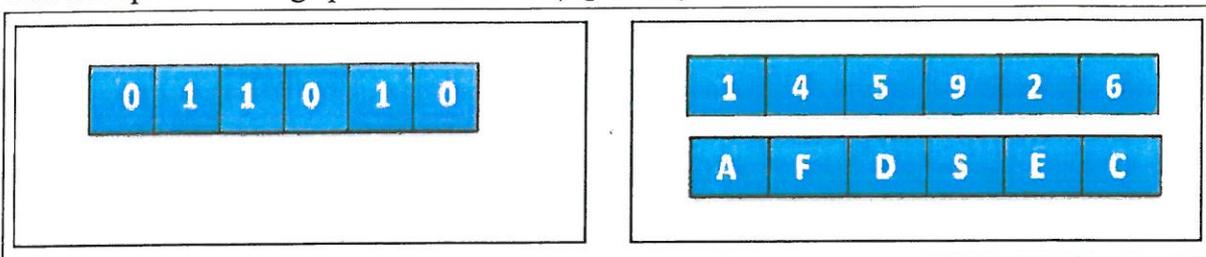


Figure 14-codage des solutions

- Les algorithmes génétiques utilisent trois opérateurs pour générer de nouvelles solutions :
- L'opérateur de sélection qui permet de choisir des solutions parentes sur lesquelles la reproduction va être faite pour générer des nouvelles solutions.
 - L'opérateur de croisement qui permet de croiser les deux solutions parentes et créer de nouvelles solutions.
 - L'opérateur de mutation qui permet de diversifier les nouvelles solutions afin qu'elles ne ressemblent pas trop aux solutions parentes.

3.2.2. L'opérateur de sélection

La sélection consiste à choisir des individus qui permettront de générer de nouveaux individus. Plusieurs méthodes existent pour sélectionner des individus destinés à la reproduction. On citera les deux méthodes classiques les plus utilisées.

La sélection par la roulette : La sélection des individus par le système de la roulette s'inspire des roues de loterie. À chacun des individus de la population est associé un secteur d'une roue. L'angle du secteur étant proportionnel à la qualité de l'individu qu'il représente. Vous tournez la roue et vous obtenez un individu. Les tirages des individus sont ainsi pondérés par leur qualité. Et presque logiquement, les meilleurs individus ont plus de chance d'être croisés et de participer à l'amélioration de notre population. (La figure 15) illustre une population de 5 individus dont les performances sont représentées en roulette.

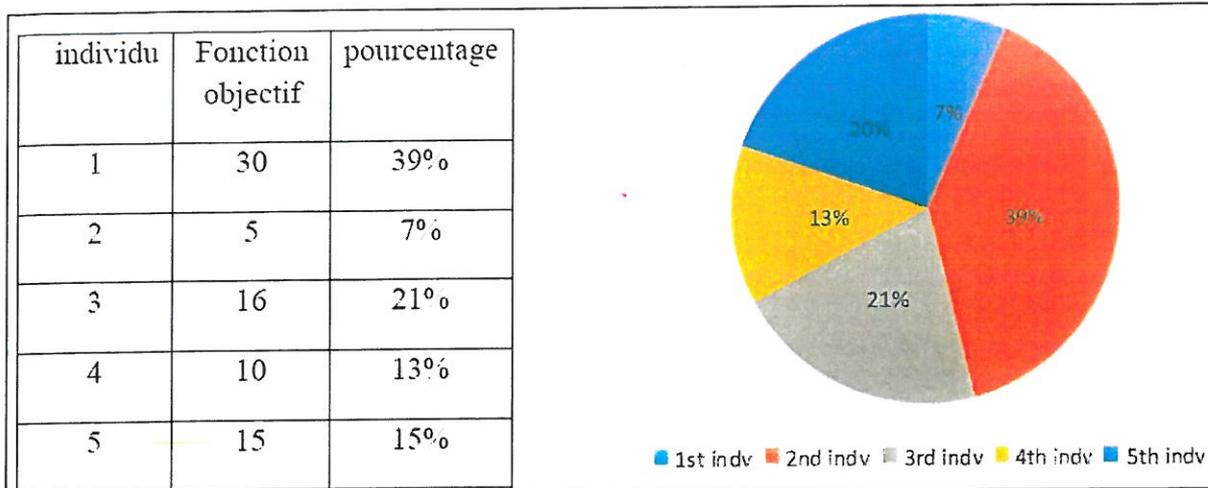


Figure 15: Sélection par roulette.

La sélection par tournoi : Le principe de la sélection par tournoi augmente les chances pour les individus de piètre qualité de participer à l'amélioration de la population. Le principe est très rapide à implémenter. Un tournoi consiste en une rencontre entre plusieurs individus pris au hasard dans la population. Le vainqueur du tournoi est l'individu de meilleure qualité. Cette méthode est en général satisfaisante (La figure 16).

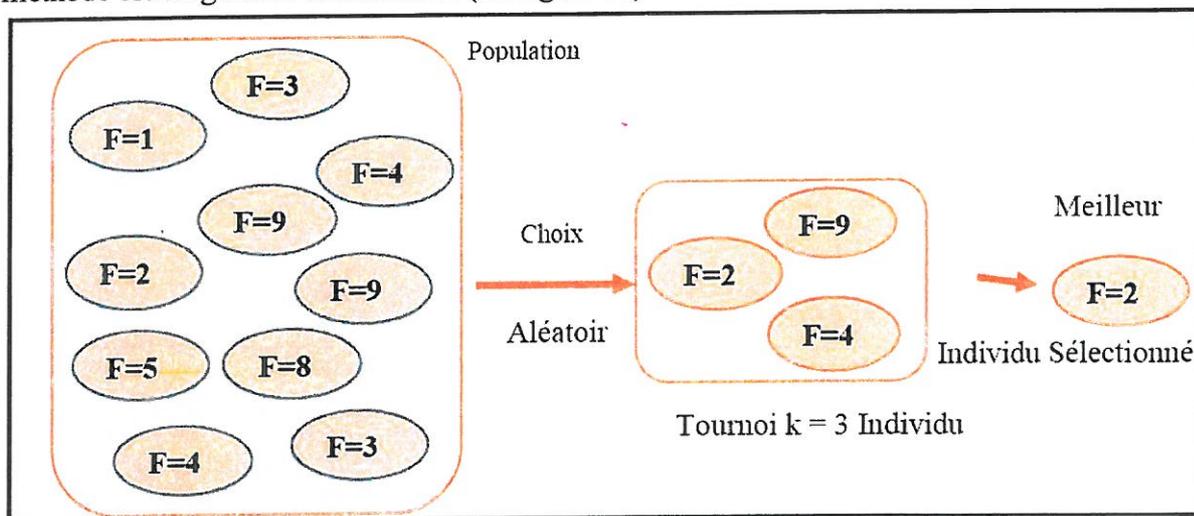


Figure 16: Sélection par tournoi.

3.2.3. L'opérateur de croisement

Les croisements permettent de simuler des reproductions d'individus dans le but d'en créer des nouveaux. Il est tout à fait possible de faire des croisements aléatoires. Toutefois, une solution largement utilisée est d'effectuer des croisements multi-points.

Le croisement à un point : Il a été initialement défini pour le codage binaire. Le principe consiste à tirer aléatoire une position pour chaque parent et à échanger les sous-chaînes des parents à partir des positions tirées. Ce qui donne naissance à deux nouveaux individus ind 1 et ind 2 (Figure 17).

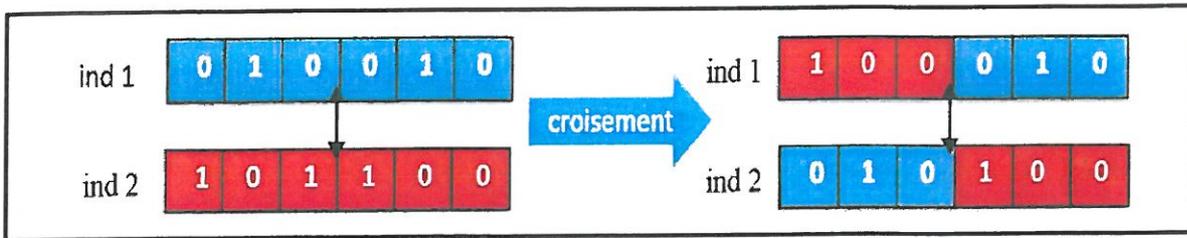


Figure 17: Croisement à un point.

— **Les croisements multi-points** : Elle reprend le mécanisme de la méthode de croisement à un point en généralisant l'échange à 3 ou 4 sous chaînes (Figure 18).

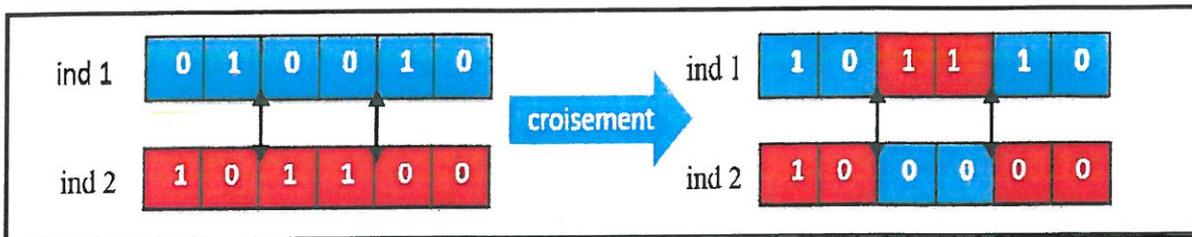


Figure 18: Croisement à deux points.

3.2.4. L'opérateur mutation

L'opération de mutation protège les algorithmes génétiques des pertes prématurées d'informations pertinentes. Elle permet d'introduire une certaine information dans la population, qui a pu être perdue lors de l'opération de croisement. Ainsi elle participe au maintien de la diversité, utile à une bonne exploration du domaine de recherche (Figure 19).

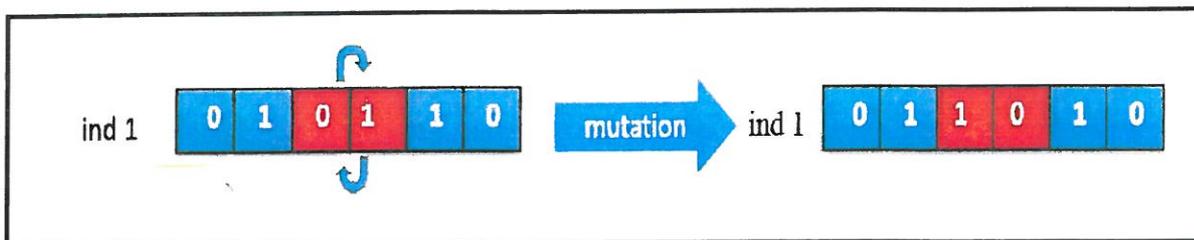


Figure 19: Une mutation.

3.2.5. L'opérateur remplacement

Cet opérateur est consisté à réintroduire les descendants obtenus par application successive des opérateurs de sélection, de croisement et de mutation (la population P') dans la population de leurs parents (la population P). On trouve des méthodes de remplacement différentes par exemple méthode de remplacement stationnaire.

Le remplacement stationnaire : dans ce cas, les enfants remplacent automatiquement les parents sans tenir compte de leurs performances respectives, et le nombre d'individus de la population ne varie pas tout au long du cycle d'évolution simulé, ce qui implique donc d'initialiser la population initiale avec un nombre suffisant d'individus. Cette méthode peut être mise en œuvre de 2 façons différentes :

- La première se contente de remplacer la totalité de la population P par la population P', cette méthode est connue sous le nom de remplacement générationnel.
- La deuxième méthode consiste on remplace les mauvaise individus trouvées dans la population P par les meilleurs de la population P'.

3.2.6. La projection de l'algorithme génétique sur la problématique

3.2.6.1. Langage spécifique à la génétique

Individu : un trajet possible

Population : un ensemble de trajets

Mutation : modification aléatoire dans le trajet d'un individu

Adaptation : plus le trajet est court, plus il est adapté au problème

Sélection naturelle : élimination des individus les moins adaptés

3.2.6.2. Principe

1. On génère aléatoirement une première population d'individu
2. On fait la sélectionne la moitié des individus (sélection naturelle)
3. On arrange les individus restant en couple et on crée pour chaque couple un couple d'enfant qui représente des trajets ayant des caractéristiques du trajet de leurs deux parents
4. les enfants peuvent avoir une chance sur q d'avoir une mutation (paramètre q définie par l'utilisateur)
5. On retourne à l'étape 2.

3.3. programmation d'algorithme génétique en C et résolution du problème

3.3.1. Définition du langage C

Le C est un langage de programmation impératif et généraliste. Inventé au début des années 1970 pour réécrire UNIX, C est devenu un des langages les plus utilisés. De nombreux langages plus modernes comme C++, Java et PHP reprennent des aspects de C.

3.3.2. Les résultats

```

C:\Users\lenovo\Desktop\SansNom1.exe
La distance parcourue par la meilleur solution trouver est: 2030.00 Km
la soultion est
0 4 2 6 5 1 3

```

CONCLUSION

Durant cette étude, je me suis familiarisée aux concepts de l'aéronautique, surtout ceux qui sont utilisés pour la gestion du trafic aérien qui tend à devenir de plus en plus dense. Ensuite, mon étude s'est focalisée sur les algorithmes d'optimisation des trajectoires aériens, qui est un problème combinatoire difficile à résoudre, en plus une solution de ce problème n'a d'intérêt que si elle est fournie en un temps utile. Nous avons donné des algorithmes exacts tels que les méthodes de Branch & Bound ainsi que des méthodes approchées, à savoir les algorithmes de colonies de fourmis, la recherche taboue, le recuit simulé et les algorithmes génétiques.

La partie essentielle de mon travail a concerné l'adaptation de l'AG, à un problème d'optimisation de la trajectoire aérienne simplifiée.

BIBLIOGRAPHIE

- Bichot Charles-Edouard. [2004]. «Optimisation du découpage de l'espace aérien par diverses méta-heuristiques», thèse de D.E.A., Toulouse, ENAC, 89p.
- [Peyronne 2012] C. Peyronne. *Modélisation mathématique et résolution automatique de conflits par algorithmes génétiques et par optimisation locale continue*. PhD thesis, Université Paul Sabatier, 2012.
- [Kirkpatrick 1983] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt & M. P. Vecchi. *Optimization by Simulated Annealing*. Science, vol. 220, no. 4598, pages 671–680, 1983.
- Fouad Bennis 'Méthode générique pour l'optimisation d'agencement géométrique et fonctionnel', Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes, janvier 2010
- Vormer, Frizo Jan-Peter. [2005]. «Theoretical and operational aspects of optimal airport arrival trajectories», thèse de doctorat. Technische Universiteit Delft, PaysBas, 253 p.
- Thomas H. CORMEN Charles E. LEISERSON Ronald L. RIVEST Clifford STEIN Introduction à l'algorithmique 2e édition, Dunod, 2005.
- <http://fr.wikipedia.org/> Wikipedia , Wikimedia Foundation, 2001.
- <http://fr.wikiversity.org/> Wikiversité , Wikimedia Foundation, 2006.