UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES FÈS DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE



# **PROJET DE FIN D'ETUDES**

MASTER SCIENCES ET TECHNIQUES Systèmes Intelligents & Réseaux

EXTRACTION DES DESCRIPTEURS EN UTILISANT LA

## THÉORIE DES MOMENTS: APPLICATION A LA

## **RECONNAISSANCE DES PLAQUES**

D'IMMATRICULATION DES VÉHICULES



LIEU DE STAGE : LABORATOIRE SYSTÈMES INTELLIGENTS ET APPLICATIONS.

RÉALISÉ PAR : ELOUARIACHI ILHAM

SOUTENU LE : 13 JUIN 2016

ENCADRÉ PAR :

Mr K.Zenkouar

Devant le jury composé de : Pr. A.Majda Pr. J.Kharroubi Pr. K. Abbad Pr. K.Zenkouar

Année Universitaire 2015-2016

# Dédicaces

A l'air que je respire, pour tout l'amour, les sacrifices, et les prières qui m'ont amené ici, j'espère mériter les efforts inespérés.

#### Aux meilleurs parents, ma mère et mon père.

A la première personne qui a cru en moi, qui m'a indiqué la bonne voie, ta confiance en moi me guide.

#### A mon précieux oncle.

Aux personnes que je veux les plus impressionner, j'espère que je suis un bon exemple, digne de votre confiance.

#### A ma sœur, et mes ami(e)s.

A ma source d'inspiration, vous étiez toujours là pour moi. A mon incroyable famille

Je vous dédie ce modeste travail.

# Remerciements

Ce n'est pas parce que la tradition exige que cette page se trouve dans notre rapport, mais c'est bien parce que les personnes à qui nous nous adressons le méritent vraiment.

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce travail.

En second lieu, je tiens à adresser mes plus vifs remerciements à mon encadrant Monsieur ZENKOUAR KHALID, chercheur à la Faculté des sciences et Techniques de Fès, et membre du Laboratoire Systèmes Intelligents et Applications, d'avoir accepté de m'encadrer, pour ses précieux conseils, et son aide durant toute la période du travail.

Mes remerciements vont également à tous les membres du corps pédagogique du département informatique de la FST, pour tous les efforts qu'ils ont déployés pour faire réussir cette formation.

En fin, je remercie également tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

# Résumé

De nos jours il existe de nombreux systèmes de reconnaissance des plaques d'immatriculation, ces systèmes ont deux axes majeurs, qui sont la détection de la plaque d'immatriculation et la reconnaissance de ses caractères. Cependant ces systèmes sont contrôlés par diverses conditions liées à la couleur des plaques connue d'avance, aux arrières plans fixes..., et varient en terme d'extraction des caractéristiques. Par conséquent ce présent mémoire propose un nouveau système de reconnaissance des plaques d'immatriculation basé sur les moments orthogonaux discrets comme descripteurs de l'image caractère. Notre système est constitué de trois étapes majeures, qui sont la phase de prétraitements, qui inclue une étape de la détection de la région de la plaque, et une étape de segmentation pour isoler les caractères. Le deuxième axe représent l'extraction des attributs moments, dans lequel nous nous sommes intéressés à l'extraction des caractéristiques avec les moments orthogonaux discrets. Le troisième axe constitue la phase de la reconnaissance basée dans notre système sur trois méthodes de classification supervisée, ces étapes ont été appliquées sur une base de données des plaques d'immatriculation françaises. Les résultats des expérimentations obtenus montrent que la méthode proposée achève des taux de reconnaissance élevés.

Mots clés : La reconnaissance des plaques d'immatriculation, les moments orthogonaux discrets, extraction des caractéristiques, segmentation, détection.

# Abstract

Nowadays, many license plates recognition systems exist, these systems have two major axes which are the detection of the license plate and the recognition of its characters. Nonetheless these systems are controlled by various conditions related to the color of the plates know in advance, the rear fixed plane..., and vary in terms of features extraction. Therefore this present memory offers a new system of license plates recognition based on discrete orthogonal moments as features, and image descriptors. Our system consists of three major steps which are: the first step is the pre-processing phase, which includes a step of the detection of the region of the license plate, and a step of segmenting to isolate the characters. The second axe represents the extraction of moments attributes, in which we are interested in the extraction of the features using the discreet orthogonal moments. The third and final axe is the phase of recognition based in our system on three supervised methods of classifications, this steps have been applied on a French license plates database. The testing results show that the proposed method achieved higher recognition rate.

Keywords: Recognition of license plates, discrete orthogonal moments, feature extraction, segmentation, detection.

# Table des matières

DEDICA	ACES	2
REMER	CIEMENTS	3
RESUM	E	4
ABSTR	ACT	5
TABLE	DES MATIERES	6
TABLE	DES FIGURES	8
LISTE D	ES TABLEAUX	. 11
INTRO	DUCTION GENERALE	. 12
СНАРІТ	RE 1	. 15
PRETRA	AITEMENTS	. 15
1.1	INTRODUCTION	. 15
1.2	ETAPES DE LA RECONNAISSANCE DES PLAQUES	. 15
1.3	LOCALISATION DE LA PLAQUE	. 16
1.4	Amelioration du contraste	. 17
1.5	FILTRAGE MEDIAN	. 19
1.6	BINARISATION	. 20
1.7	Segmentation	. 23
1.8	ETUDES EXPERIMENTALES	. 27
1.9		. 31
СНАРІТ	RE 2	. 32
EXTRA	CTION DES ATTRIBUTS MOMENTS	. 32
2.1		. 32
2.2	THEORIE DES MOMENTS	. 33
2.3	LES MOMENTS ORTHOGONAUX DISCRETS	. 35
2	.3.1. Les moments de Tchebichef	. 36
2	.3.2. Les moments de Krawtchouk	. 39
2	.3.3. Les moments de Dual Hahn	. 44
2.4	LES MOMENTS INVARIANTS	. 50

2	2.4.1.	Les moments invariants de Tchebichef	51
2	2.4.2.	Les moments invariants de Krawtchouk	52
2.5	Ετυι	DES EXPERIMENTALES	54
2	2.5.1.	Reconstruction des images 2-D à partir des moments Orthogonaux discrets	
2	2.5.2.	Stabilité des moments invariants aux déformations géométriques	60
2.6	CON	CLUSION	62
СНАРГ	TRE 3		63
APPLIC	CATIO	A LA RECONNAISSANCE DES PLAQUES D'IMMATRICULATION	63
3.1	Intr	ODUCTION	63
3.2	Rese	AUX DE NEURONES : PERCEPTRON MULTICOUCHE	63
3.3	K-pl	US PROCHES VOISINS	65
3.4	SVM	1	66
3.5	Ετυι	DES EXPERIMENTALES	67
3	3.5.1.	Critères d'évaluation	68
3	3.5.2.	Résultats de classification pour les moments invariants de Krawtchouk	70
3	3.5.3.	Résultats de classification pour les moments invariants de Tchebichef	
ŝ	3.5.4.	Résultats de classification pour les moments de Krawtchouk	72
ŝ	3.5.5.	Résultats de classification pour les moments de Tchebichef	
3.6	Ana	LYSE ET DISCUSSION	75
3.7	Con	CLUSION	76
CONCL	USION	I GENERALE	77
REFE	RENC	CES	78

# Table des figures

Figure 1. 1– Système de reconnaissance des plaques d'immatriculation	16
Figure 1. 2– Résultat de l'opérateur Canny	17
Figure 1. 3– Illustration des méthodes d'ajustement du contraste.	18
Figure 1. 4– Histogramme des deux images de la Figure 1.2	19
Figure 1. 5– Illustration du fonctionnement d'un filtre médian de fenêtre d'analyse 3*3	19
Figure 1. 6- Exemple d'utilisation du filtre médian pour éliminer le bruit impulsionnel [19	9].
······	20
Figure 1. 7– Application de la méthode Otsu pour une image niveau de gris	23
Figure 1. 8– La méthode de dissection de Hoffman et McCullough.	24
Figure 1. 9– Exemple d'une projection verticale d'une image binaire	25
Figure 1. 10– Exemple d'une projection horizontale d'une image binaire	26
Figure 1. 11–Exemple d'utilisation de la méthode des composants connectés	26
Figure 1. 12– Exemples de Détection des plaques d'immatriculation	28
Figure 1. 13– Exemples des images de la base de données utilisée	29
Figure 1. 14- Exemple d'application de l'ensemble des prétraitements sur une plaq	ue
d'immatriculation	29
Figure 1. 15– Exemple de segmentation d'une plaque d'immatriculation.	30
Figure 1. 16- La segmentation en utilisant la méthode d'analyse de projection.(a) Ima	ge
originale niveaux de gris.(b) Les contours verticaux.(c) Projection horizontale.(d) limitation d	es
bornes de la plaque.(e) Binarisation avec Otsu.(f) Image d'entrée avec des barres décrivant l	es
caractères de la plaque	31
Figure 2. 1– Le tracé du polynôme de Tchebichef normalisé pour N=20	38
Figure 2. 2- Dû à la propriété de symétrie les polynômes de Tchebichef ont besion d'êt	tre
calculés sur un seul quart	39
Figure 2. 3- Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés pour l'ordre n=0, n=1, n=2 av	ec
p=0.5 N=100	40
Figure 2. 4– Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés-pondérés pour l'ordre n=0, n=	=1,
n=2 avec p=0.5 N=100	41

Figure 2. 5- Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés-pondérés pour l'ordre n=0, n=1,
n=2 avec (a) p=0.3 N=100,(b) p=0.3
N=100
Figure 2. 6- Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés-pondérés pour l'ordre n=0,
n=1,,6 avec p=0.5 N=100
Figure 2. 7– Tracé des polynômes de Dual Hahn pour N=40 avec a=c=0, et b=40
Figure 2. 8– L'influence du paramètre c sur les polynômes de Dual Hahn pour a=8, b=48, (a)
c=-8, (b) c=-4, (c) c=0, (d) c=4
Figure 2. 9– Reconstruction de deux images binaires pour différents ordres : n+m=16, n+m=24,
n+m=32, n+m=40, à partir des moments de Tchebichef
Figure 2. 10-Reconstruction de deux images niveaux de gris pour différents ordres : n+m=20,
n+m=40, n+m=60, n+m=80, n+m=100, n+m=120, à partir des moments de Tchebichef 55
Figure 2. 11- Erreur de reconstruction (a) des images binaires : L'alphabet A et l'image
d'insecte, (b) et des images niveaux de gris : Lena, et l'image d'enfant Tchebichef 56
Figure 2. 12- Reconstruction de deux images binaires pour différents ordres : n+m=16,
n+m=24, n+m=32, n+m=40, à partir des moments de Krawtchouk57
Figure 2. 13-Reconstruction de deux images niveaux de gris pour différents ordres : n+m=20,
n+m=40, n+m=60, n+m=80, n+m=100, n+m=120, à partir des moments de Krawtchouk57
Figure 2. 14- Erreur de reconstruction (a) des images binaires : L'alphabet A et l'image
d'insecte, (b) et des images niveaux de gris : Lena, et l'image d'enfant Krawtchouk58
Figure 2. 15- Reconstruction de deux images binaires pour différents ordres : n+m=16,
n+m=24, n+m=32, n+m=40, à partir des moments de Dual Hahn
Figure 2. 16-Reconstruction de deux images niveaux de gris pour différents ordres : n+m=20,
n+m=40, n+m=60, n+m=80, n+m=100, n+m=120, à partir des moments de Dual Hahn 59
Figure 2. 17- Erreur de reconstruction (a) des images binaires : L'alphabet A et l'image
d'insecte, (b) et des images niveaux de gris : Lena, et l'image d'enfant Dual Hahn 60
Figure 3. 1- Schéma illustrant un perceptron multicouche avec deux couches cachées 64
Figure 3. 2– Illustration du principe des SVMs
Figure 3. 3- Illustration graphique du résultats de la classification pour les moments invariants
de Tchebichef et Krawtchouk71
Figure 3. 4- Illustration graphique des résultats de la classification pour les moments de
Krawtchouk, en variant l'ordre de ces moments73

Figure	3.	5–	Illustration	graphique	des	résultats	de	la	classification	pour	les	moments	de
Tchebi	che	ef, e	n variant l'o	rdre de ces	mor	nents		••••		•••••	•••••		75

# Liste des tableaux

Tableau 3. 1- Exemple des différentes fonctions noyau utilisée dans les SVMs67
Tableau 3. 2- Résultats de reconnaissance pour les moments invariants de Krawtchouk 70
Tableau 3. 3- Résultats de reconnaissance pour les moments invariants de Tchebichef 71
Tableau 3. 4– Résultats de reconnaissance pour les moments de Krawtchouk avec l'ordre =8
(m=4, et n=4)
Tableau 3. 5– Résultats de reconnaissance pour les moments de Krawtchouk avec l'ordre =16
(m=8, et n=8)72
Tableau 3. 6– Résultats de reconnaissance pour les moments de Krawtchouk avec l'ordre =32
(m=16, et n=16)
Tableau 3. 7- Résultats de reconnaissance pour les moments de Tchebichef avec l'ordre =8
(m=4, et n=4)74
Tableau 3. 8- Résultats de reconnaissance pour les moments de Tchebichef avec l'ordre =16
(m=8, et n=8)74
Tableau 3. 9- Résultats de reconnaissance pour les moments de Tchebichef avec l'ordre =32
(m=16, et n=16)

# Introduction générale

A l'origine, les plaques d'immatriculation ont été inventées et mises en usage réel pour les chariots, mais pas pour les voitures. Au Canada, la plaque d'immatriculation a d'abord été introduite en 1884 pour un chariot tiré par des chevaux. La première règle de la plaque d'immatriculation du monde est appliquée en France le 14 Août 1983. Suite à cette règle, toutes les plaques d'immatriculation doivent être enregistrées avec leurs propres noms, adresse et numéro d'enregistrement. En Allemagne, la police a fourni à Mr. Chubais Barthes la plaque d'immatriculation, le 14 Avril 1899, qui est la première plaque d'immatriculation enregistrée dans le monde. Cette plaque est une pièce rectangulaire, dans laquelle seul « 1 » a été écrit.



La plaque d'immatriculation désigne une voiture d'une manière unique, et son image représente une information importante pour identifier son propriétaire. En effet, les images plaques peuvent être utilisées comme support principal pour l'identification homme/véhicule, et pour la gestion des informations des plaques d'immatriculation afin de contrôler le transport public.

Par conséquent, la reconnaissance des plaques d'immatriculation (Licence Plate Recognition) des véhicules est une partie critique du transport intelligent moderne, depuis que la plaque d'immatriculation est devenue un moyen simple et efficace pour identifier les véhicules.

Le système de reconnaissance des plaques a une large gamme d'applications, à savoir :

- Gestion de parking : Facilitation voire automatisme du paiement, des entrées et des sorties.
- Routes à péage : Permission d'un passage rapide via les postes de péage.
- Gestion du trafic des aéroports : Seuls les véhicules autorisés peuvent accéder aux voies réservées aux transports publics/taxis/.
- Contrôle d'accès : La porte s'ouvre uniquement pour les véhicules autorisés. Tous les véhicules de visite sont automatiquement enregistrés.
- Alertes véhicule : La solution (système) émet une alerte automatique lorsqu'un véhicule figurant sur une liste de surveillance est détecté.

Un système LPR se compose de deux éléments principaux: détection de la plaque d'immatriculation et la reconnaissance de caractères. La détection de la plaque d'immatriculation est une étape cruciale dans un système de LPR. La qualité d'un algorithme de détection influe sur la précision de la reconnaissance de la plaque d'immatriculation.

Donc, de nombreuses recherches d'identification de la voiture ont été traitées, et la plupart des algorithmes existants de détection de plaque d'immatriculation sont limités par diverses conditions contrôlées telles que les milieux fixes [1], la couleur connue [2], ou la distance connue entre la caméra et les véhicules [3]. Par conséquent, le problème de la détection des plaques d'immatriculation sous des environnements complexes présente toujours un problème.

Il existe deux types d'approches pour la reconnaissance des caractères de plaque. La première approche est la reconnaissance optique des caractères (OCR) [4]. L'autre type d'approches utilise des méthodes d'apprentissage pour identifier les caractères [5]. Les deux approches ont atteint des taux de précision élevés dans des conditions contrôlées, et lorsque les caméras sont montées dans des endroits fixes sans mobilité. Toutefois, lorsque les conditions d'éclairage sont mauvaises ou lorsque les véhicules sont en mouvement, la précision est altérée.

L'étape d'extraction des caractéristiques représente une phase primordiale dans les systèmes LPR. Dans la littérature on trouve plusieurs algorithmes. Rob G. J. Wijnhoven et al. ont présenté un système de reconnaissance des plaques pour l'ouverture de la porte du garage, et la phase d'extraction des caractéristiques utilise l'histogramme des gradients orientés [6]. Dhiraj Ahuja et al., ont proposé Un système LPR en utilisant les ondelettes et les réseaux de neurones. Pour les phases de détection et d'extraction de caractéristiques ils ont utilisé les ondelettes [7].

Dans ce travail on va réaliser un nouveau système de reconnaissance des plaques basé sur les moments orthogonaux discrets ainsi que leurs invariants comme descripteurs de l'image caractère [8] [9] [10]. Historiquement en 1962 M.K. Hu a introduit la notion de théorie des moments en générant un ensemble de moments géométriques qui sont invariants par translation, par rotation et aux changements d'échelle. Dans [11] Hu a présenté sept moments invariants par rapport aux différentes déformations géométriques, qui extraient les caractéristiques globales d'une image. Mais l'inconvénient de ces moments de Hu est que la base de projection n'est pas orthogonale, et pour remédier à ce problème Teague [12] a introduit en 1980 les moments orthogonaux, qui se sont présentés fiable en terme de qualité de représentation, et en terme de redondance d'informations. Cependant, ces moments orthogonaux utilisent un espace continu tandis que l'image est discrète, ce qui a donné naissance à un nouveau type des moments basés sur des polynômes orthogonaux discrets [8] [9] [10], qui seront la base de notre étude, pour extraire les caractéristiques de l'image.

Dans ce mémoire nous allons aborder le problème de la reconnaissance des plaques d'immatriculation en utilisant les moments orthogonaux discrets comme attributs. Notre système de reconnaissance sera composé de trois phases principales. Dans la première phase un ensemble de prétraitements sera présenté, qui inclut une phase de détection de la plaque, et une étape de segmentation. Dans la deuxième phase nous allons présenter les moments orthogonaux discrets qui seront attributs du vecteur caractéristiques de l'image caractère qui va être l'entrée de la troisième phase de classification en utilisant des méthodes supervisées (KNN, SVM, PMC).

Le présent mémoire sera organisé comme suit, nous allons présenter notre étude en trois chapitres. Dans le premier chapitre, nous allons introduire un ensemble de prétraitements qui vont améliorer la qualité de l'image. Ces derniers incluent la phase de détection appliquée à un extrait d'une base de données, ainsi que la phase de segmentation exécutée sur une base des plaques d'immatriculation françaises dans le but d'isoler les caractères, en combinant deux approches de segmentation. Dans le deuxième chapitre intitulé extraction des attributs moments, nous allons introduire la théorie des moments ainsi que trois types des moments orthogonaux discrets à savoir : Tchebichef, Krawtchouk, et Dual hahn. Le troisième chapitre sera consacré aux résultats obtenus après une classification en utilisant les réseaux de neurones, les KNN, et les SVM, comme classifieurs.

Enfin une conclusion générale sera introduite en présentant une synthèse du travail réalisé, ainsi qu'un ensemble des perspectives pour des travaux futurs.

# Chapitre 1 Prétraitements

## **1.1** Introduction

Ces dernières années, le nombre total des véhicules augmente rapidement ce qui provoque l'apparition fréquente des violations de la circulation, et pour superviser les conducteurs la reconnaissance des plaques d'immatriculations est devenu un acte primordial pour gérer la circulation.

Dans ce chapitre nous présentons le système de reconnaissance utilisé ainsi que l'ensemble des étapes de prétraitement faites à fin d'extraire l'information pertinente (c.à.d. la plaque d'immatriculation) en éliminant les bruits et en éclaircissant les caractères de la plaque pour les préparer à la phase suivante.

Pour atteindre ce but une étape de localisation de la plaque de l'image, et une étape de segmentation ont été mise en œuvre afin d'extraire les caractères.

## **1.2** Etapes de la reconnaissance des plaques

La nécessité de reconnaitre les véhicules et leurs plaques d'immatriculations a donné naissance à plusieurs systèmes de reconnaissance.

Dans ce projet on va présenter un système de reconnaissance des plaques d'immatriculation basé sur les moments comme méthodes d'extraction des caractéristiques [13], ce système est composé de trois sujets majeurs qui sont : une phase de prétraitements qui inclue une étape de détection de la plaque ainsi qu'une étape de segmentation, la deuxième phase représente l'étape d'extraction des attributs moments qui vont être l'entrée de la dernière phase qui est l'étape de la reconnaissance en utilisant des algorithmes de classification supervisée.



Figure 1. 1–Système de reconnaissance des plaques d'immatriculation.

Ces systèmes de reconnaissance des plaques d'immatriculation peuvent être utilisés dans plusieurs domaines comme l'identification automatique des véhicules dans les parkings, le contrôle d'accès des véhicules dans une zone restreinte, la détection et la vérification des véhicules volés [14]. Pour le système symbolisé par la Figure 1.1, on peut le subdiviser en deux grandes étapes après l'acquisition de l'image qui sont :

- La localisation de la plaque : responsable de trouver et d'isoler la plaque sur l'image.
- Reconnaissance de la plaque : Cette étape est constituée d'une phase de segmentation pour isoler les caractères, précédée d'une phase de prétraitement, suivie d'une étape d'extraction de caractéristiques qui vont être utilisées pour reconnaître les caractères de la plaque.

Dans ce qui suit une description d'une méthode de détection de la région de la plaque a été introduite.

## **1.3** Localisation de la plaque

La détection de l'emplacement de la plaque d'immatriculation est une étape critique dans les systèmes de reconnaissance des plaques d'immatriculation, puisqu'il est difficile de détecter la plaque rapidement, et précisément pour des images avec des background compliqués et des conditions lumineuses variées. Ce qui nous donne un domaine de recherche vaste dans lequel plusieurs chercheurs ont proposés des méthodes de détection, qui varient dans leur concept et dans leurs résultats. Il y'a quatre méthodes de localisation de plaque couramment utilisés : Le premier type est basé sur la couleur de l'information (c.à.d. la plaque), le deuxième type est basé sur la méthode de la recherche de la frontière, le troisième type est basé sur la morphologie mathématique, et finalement le quatrième type basé sur les réseaux de neurones. Tous ces algorithmes peuvent donner des bons résultats concernant le positionnement de la plaque pour certains cas, mais ils ont aussi des limites [15]. Pour notre système on va utiliser une approche traitée pour localiser la plaque dans l'article [13], cette approche est basée sur l'utilisation du détecteur de Canny (1986), pour localiser les points de transitions dans l'image. Le détecteur de Canny utilise un filtre basé sur la dérivée première d'un lissage Gaussien. Après l'élimination du bruit de l'image, l'étape qui suit consiste à trouver l'intensité des contours en appliquant le gradient, de telle sorte qu'une forte intensité indique une forte probabilité de présence d'un contour [13].



Figure 1. 2– Résultat de l'opérateur Canny.

Ensuite un ensemble d'opérateurs morphologiques ont été appliqués (érosion, dilatation, ouverture, fermeture), suivi d'un filtrage médian pour éliminer le bruit, pour trouver finalement les composants connectés, vérifiant certaines conditions (forme rectangulaire, de taille...), en utilisant la méthode de détection des blobs expliquée ci-dessous. L'étape qui suit la localisation de la région de la plaque est la segmentation de cette dernière, mais avant de décrire l'étape de la segmentation, une description des étapes de prétraitements sera l'intérêt des sections suivantes.

#### **1.4** Amélioration du contraste

Avant l'étape de la segmentation l'image d'entrée doit être transformée en une image niveau de gris, puis elle doit subir un prétraitement constitué d'une amélioration du contraste de l'image.

A ce niveau d'amélioration du contraste on peut citer plusieurs méthodes implémentées sous matlab :

- imadjust : augmente le contraste de l'image en faisant correspondre les valeurs d'intensité de l'image à des nouvelles valeurs tel que, par défaut, 1% des données est saturé à des intensités plus faibles et élevées des données d'entrée [16] [17] [18].
- histeq : effectue l'égalisation d'histogramme. Elle améliore le contraste des images en transformant les valeurs d'intensité d'une image de telle sorte que l'histogramme de sortie correspond approximativement à un histogramme spécifié (distribution uniforme par défaut) [16] [17] [18].
- adapthisteq « contrast-limited adaptive histogram equalization (CLAHE) »: effectue une égalisation d'histogramme adaptative de contraste limité, contrairement à histeq, elle fonctionne sur les petites régions de données (tuiles) plutôt que l'image entière. Chaque contraste des tuiles est amélioré de sorte que l'histogramme de chaque région de sortie correspond approximativement à l'histogramme spécifié (distribution uniforme par défaut). L'augmentation du contraste peut être limitée afin d'éviter l'amplification du bruit qui pourrait être présent dans l'image [16] [17] [18].



Figure 1. 3– Illustration des méthodes d'ajustement du contraste.

Notez que « imadjust » a eu peu d'effet sur l'image 2(a), mais elle a provoqué un changement radical pour l'image 1(a). L'histogramme des deux images montre que la plupart des pixels de l'image 1(a) sont concentrés dans le centre de l'image ce qui n'est pas le cas pour l'image 2(a).



Figure 1. 4–Histogramme des deux images de la Figure 1.2

Dans notre cas on va utiliser la méthode « adabthisteq » qui se révèle efficace dans le cas du bruit pour qu'on puisse éviter toute amplification de ce dernier.

## 1.5 Filtrage médian

L'objectif avoué du filtrage est de réduire les variations d'intensité au sein de chaque région de l'image tout en respectant l'intégrité des scènes : les transitions entre régions homogènes, et les éléments significatifs de l'image doivent être préservés au mieux. Différentes méthodes de filtrage ont été développées suivant le type et l'intensité du bruit, ou les applications auxquelles on destine l'image. Les premières et les plus simples de ces méthodes sont basées sur le filtrage linéaire stationnaire (invariant par translations), mais les limitations de ces techniques (en particulier leur mauvaise conservation des transitions) ont conduit au développement des filtres-non-linéaire, le filtre médian est l'un de ces derniers.

L'idée principale du filtre médian est de remplacer chaque entrée par la valeur médiane de son voisinage.

Etape 1 : Les niveaux de gris sont classés par Ordre croissant : 1<2<3<4<5<6<8<9<10.

Etape 2 : La valeur médiane, 5, est choisie.



Figure 1. 5– Illustration du fonctionnement d'un filtre médian de fenêtre d'analyse 3\*3.



Figure 1. 6- Exemple d'utilisation du filtre médian pour éliminer le bruit impulsionnel [19].

Dans notre projet on va utiliser ce filtre pour éliminer le bruit existant dans les images de plaques [1].

## **1.6 Binarisation**

Plusieurs algorithmes de traitement d'image utilisent les images de deux niveaux (binaires), ce qui rend l'étape de la binarisation (seuillage) une phase très importante pour convertir les images de niveaux de gris en des images binaires. Dans les algorithmes de binarisation, un seuil est généralement calculé en premier, et ensuite si un pixel a une intensité supérieure à ce seuil alors le pixel est étiqueté comme premier plan (objet) ; autrement il est étiqueté comme arrière-plan.

Comme la binarisation est l'une des premières étapes des algorithmes des traitements d'image par exemple comme dans notre cas un problème de reconnaissance, et son résultat influence grandement la performance de l'ensemble du système, beaucoup d'attention est consacré à cette tâche<sup>1</sup>.

Les méthodes de seuillage sont divisées en deux classes : globales et locales. Dans les méthodes globales un seuil est calculé et appliqué à l'ensemble de l'image, parmi les nombreux algorithmes de seuillage globaux proposés, la méthode statistique « d'Otsu » (Otsu, 1979), la

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Afin de renforcer le résultat de la binarisation (sensible au bruit et au faible contraste) une étape d'amélioration de contraste, et un filtrage vont être appliqués avant cette phase.

méthode « moment preserving<sup>2</sup>» (Tsai, 1985), et la méthode « entropique<sup>3</sup>» (Kapur et al, 1985), et puisque la méthode d'Otsu est rapide et facile à mettre en œuvre, elle est la plus largement utilisée.

Mathématiquement le calcul de la nouvelle image en utilisant un seuil déterminé par l'une des méthodes globales est comme suite :

$$\forall i, j \in N \times M I(i, j) = \begin{cases} 1 \, si \, f(i, j) > S ,\\ 0 \, sinon \end{cases}$$
(1.1)

Avec :

- $N \times M$ : Nombre de colonnes et de lignes de l'image ;
- *I* : Image binarisée ;
- *f* : Fonction de l'image d'origine ;
- S : seuil de binarisation.

Les algorithmes locaux impliquent généralement plus de calcul et donc ils sont plus lents lors de l'exécution puisqu' ils travaillent sur chaque pixel ou un petit groupe de pixels en choisissant un seuil adaptatif pour chacun.

Le premier qui a posé une technique de ce genre qui donne de bons résultats est Bernsen<sup>4</sup> en 1986.

Mathématiquement, le calcul du seuil peut s'écrire ainsi :

$$S(i,j) = (\max(i,j) + \min(i,j))/2$$
(1.2)

Avec :

- S(i, j): Seuil à appliquer pour le point (i, j);
- max(i, j) : Valeur du niveau de gris maximal dans une fenêtre centrée en (i, j) de taille
   N × M;
- min(i, j) : Valeur du niveau de gris minimal dans une fenêtre centrée (i, j) de taille
   N × M

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Pour cette méthode les valeurs binarisées sont calculées de telle sorte que les moments de l'image d'entrée soient réservés pour l'image de sortie (image binarisée).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Elle détermine un seuil à partir de l'entropie maximale de la distribution des niveaux de gris. Le seuil est déterminé de façon à maximiser l'entropie résultant de l'histogramme en deux classes.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Estime la valeur du seuil en faisant la moyenne de la plus haute et la plus basse valeur de la fenêtre.

- N et M appartenant à  $\mathbb{N}$ .

Pour notre cas d'étude nous avons utilisé la méthode Otsu pour binariser les images des plaques.

La méthode Otsu est une technique qui ne nécessite pas des paramètres entrés par l'utilisateur, cette méthode sélectionne le seuil basé sur la minimisation de la variance intraclasse des deux groupes de pixels. La première étape pour déterminer le seuil est le calcul de l'histogramme de probabilité P, la valeur P(i) représente la probabilité de niveau de gris i'th de l'image.

Tel que : P(i) = (nombre de pixels de i)/(le nombre total des pixels)

Si l'histogramme est bimodal, le meilleur seuil est la valeur qui sépare les 2 modes de P, dans le cas échéant, chaque seuil t détermine une variance pour le groupe de valeurs qui sont moins que ou égales à t, et une variance pour le groupe de valeurs supérieures à t. Otsu a suggéré que le meilleur seuil est celui qui minimise la somme pondérée des variances intra-classe.

La variance est une mesure de l'homogénéité, un groupe avec une forte homogénéité a une faible variance, et un groupe de faible homogénéité aura une variance élevée.

Ayant évalué P, le meilleur seuil est obtenu comme suite :

Soit  $\sigma_W^2$  la somme pondérée des variances de groupe, qui est la variance intra-classe. Soit  $\sigma_1^2(t)$  la variance du groupe avec des valeurs inférieures ou égales à t, et  $\sigma_2^2(t)$  est la variance du groupe avec des valeurs supérieures à t. Soit  $q_1(t)$  la probabilité pour le groupe ayant des valeurs inférieures ou égales à t, et  $q_2(t)$  est la probabilité pour le groupe ayant des valeurs supérieures à t. Soit  $\mu_1(t)$  la moyenne du premier groupe et  $\mu_2(t)$  la moyenne du deuxième groupe. La variance intra-classe du groupe est définie comme suit :

$$\sigma_W^2(t) = q_1(t) \cdot \sigma_1^2(t) + q_2(t) \cdot \sigma_2^2(t)$$
(1.3)

Avec :

$$q_1(t) = \sum_{i=0}^{t} P(i)$$
 (1.4)

$$q_2(t) = \sum_{i=t+1}^{255} P(i) \tag{1.5}$$

$$\mu_1(t) = \sum_{i=0}^t i P(i) / q_1(t)$$
(1.6)

$$\mu_2(t) = \sum_{i=t+1}^{255} i.P(i)/q_2(t)$$
(1.7)

$$\sigma_1^2(t) = \sum_{i=0}^t (i - \mu_1(t))^2 P(i) / q_1(t)$$
(1.8)

$$\sigma_2^2(t) = \sum_{i=t+1}^{255} (i - \mu_2(t))^2 P(i) / q_2(t)$$
(1.9)

Maintenant, le meilleur seuil peut être déterminé par une simple recherche séquentielle à travers tous les valeurs possibles de t qui minimise  $\sigma_W^2$ .



Figure 1. 7–Application de la méthode Otsu pour une image niveau de gris.

## 1.7 Segmentation

La segmentation des caractères est une opération qui vise à décomposer une image en séquences des sous-images de symboles individuels. C'est l'un des processus de décision dans un système de reconnaissance.

On peut classer les approches de segmentation proposées dans la littérature en trois stratégies « pures », qui représentent la base de plusieurs approches hybrides.

#### • L'approche classique :

Dans cette approche les segments sont identifiés en fonction des propriétés « caractéristiques similaires ». Ce processus de découper l'image en composants significatifs est donné sous un nom spécial « dissection ».

Le critère de la bonne segmentation de cette approche classique est l'accord des propriétés générales des segments obtenus à ceux attendus pour les caractères valides.



*Figure 1.* 8– *La méthode de dissection de Hoffman et McCullough*<sup>5</sup>.

#### • La segmentation basée sur la reconnaissance :

Ce système cherche les images qui correspondent à des classes dans son alphabet.

Les méthodes de ce type de segmentation ne sont basées sur aucune dissection mais au contraire, l'image est divisée systématiquement en plusieurs morceaux qui se chevauchent sans tenir compte de contenu, ils sont classées dans le cadre d'une tentative de trouver un résultat (segmentation/reconnaissance) cohérent.

De plus les méthodes de ce type de segmentation appelé aussi « Segmentation-libre » ont comme principe l'utilisation d'une fenêtre mobile avec une largeur variable pour fournir des séquences de segmentations indicatives qui sont confirmées (ou non) par une reconnaissance de caractères.

De multiples séquences sont obtenues à partir de l'image d'entrée par variation de l'emplacement et la taille de la fenêtre. Chaque séquence est évaluée dans son ensemble sur la base des résultats de reconnaissance.

Le critère de la bonne segmentation est la confiance de reconnaissance, y compris peut-être l'exactitude syntaxique ou sémantique du résultat global.

#### • Méthodes globales :

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Une fonction d'évaluation basée sur le calcul des transitions horizontales noir-blanc et blancnoir est tracée en dessous de l'image. Les barres au-dessus de l'image indiquent la région d'activation de la fonction. Les lignes verticales indiquent les estimations humaines de segmentation.

Dans ces méthodes le système cherche à reconnaître le mot dans son ensemble, évitant ainsi la nécessité de segmenter en caractères.

Ces méthodes globales sont basées sur un processus holistique qui reconnaît un mot entier comme une unité, mais elles ont un inconvénient majeur qui est la limitation de l'utilisation pour un lexique prédéfini puisque la segmentation se fait pour un mot alors la reconnaissance est nécessairement contrainte à un lexique spécifique.

Le critère de la bonne segmentation est similaire à l'approche classique.

Parmi les méthodes de l'approche classique on cite **l'analyse de projection et le traitement des composants connectés** qui sont très utilisés dans les systèmes de reconnaissance des plaques.

#### i. L'analyse de projection :

La projection verticale (également appelée « histogramme vertical »), consiste à calculer les pixels noirs pour chaque colonne, cette méthode peut servir comme détection des espaces blancs entre les lettres successives.



*Figure 1. 9– Exemple d'une projection verticale d'une image binaire.* 

Respectivement il y'a la projection horizontale permettant de trouver la hauteur des caractères.



*Figure 1.* 10–*Exemple d'une projection horizontale d'une image binaire.* 

Les méthodes de projection sont principalement utiles dans le cas des images avec une bonne qualité, de plus leur succès est limité pour les caractères non inclinés et elles sont sensibles au bruit, ce qui nécessite l'utilisation d'une autre méthode plus efficace.

#### ii. Le traitement des composants connectés (blobs) :

Algorithme de détection de Blob est un autre type de techniques de segmentation d'image qui marque les pixels dans une image appartenant à l'un des nombreux groupes différents. Elle est une sorte de méthode d'extension basée sur l'analyse des composants Connectés (CCA).

Elle vise à détecter les régions dans une image qui différent dans les propriétés, telles que la luminosité ou la couleur, par rapport aux régions environnantes. Officieusement, un blob est une région d'une image dans laquelle certaines propriétés sont constantes (+/-).



Figure 1. 11–Exemple d'utilisation de la méthode des composants connectés.

Cette méthode des composants connectés se révèle très efficace et réduit les problèmes de bruit et des caractères inclinés rencontrés dans la méthode des projections, mais comme point faible cette méthode a tendance de donner des résultats plus ou moins faibles pour les composants attachés.

Il existe une autre méthode qui peut être utilisée comme méthode de segmentation pour les plaques d'immatriculation, elle consiste à trouver les limites des caractères en définissant une ligne de base sur la plaque d'immatriculation puis en effectuant une série d'opérations mathématiques entre la ligne et la largeur des caractères suivie d'une série du filtres construite suite à une gamme de largeur de caractères en utilisant la projection verticale. Les auteurs de [20] ont utilisé cette méthode comme phase (ou segmentation) initiale suivie d'une segmentation plus précise.

Dans notre système de reconnaissance et en se basant sur [14] une combinaison des deux algorithmes de projection et de traitement des composants connectés a été faite.

#### **1.8 Etudes expérimentales**

Les prétraitements qu'on vient d'exploiter vont améliorer les résultats des étapes du système de reconnaissance puisqu'ils influencent sur le résultat de la reconnaissance.

Cette partie consiste à donner une vue globale sur les résultats de la localisation, des prétraitements ainsi que de la segmentation, de plus leurs intérêts et leurs interprétations.

A noter que l'ensemble des phases citées avant ont été rassemblées pour obtenir à chaque fois un résultat amélioré pour l'utiliser comme entrée pour une autre phase.

#### i. Base de données :

Un extrait de la base de données [21] a été mise en œuvre afin de tester l'algorithme de détection cité avant, et la figure suivante représente certains images avec le résultat de la détection :



Figure 1. 12–Exemples de Détection des plaques d'immatriculation.

A noter que les résultats obtenus varient, en variant l'environnement de la prise et les conditions de luminosité, et ces propriétés définissent les limites de chaque méthode.

Puisque la première base de données, varie en termes de styles des plaques (couleur, style des caractères...), la base de données choisie pour compléter l'ensemble des étapes restantes est une base homogène des plaques d'immatriculation françaises [22], qui contient 144 plaques, et la figure suivante présente des exemples de cette base.



Figure 1. 13–Exemples des images de la base de données utilisée.



*Figure 1. 14– Exemple d'application de l'ensemble des prétraitements sur une plaque d'immatriculation.* 

L'image (a) de la figure 1.14 représente une plaque d'immatriculation d'une image de la base de données, la première étape du prétraitement afin de segmenter la plaque est la conversion de l'image couleur en niveau de gris puisque la majorité des techniques de traitement d'image sont dirigés vers l'utilisation de l'image de 256 niveaux de gris.

Afin de détecter les bornes horizontales (la langueur des caractères de la plaque) une étape de la détection des contours verticaux a été faite en utilisant le masque de Sobel pour calculer le gradient suivi d'une binarisation en servant de la méthode Otsu (figure 1.14(b)).

La figure 1.14(c) représente la projection horizontale des contours verticaux, cette phase permet de délimiter la plaque en déterminant ses bornes horizontales, ce qui donne comme résultat l'image de la figure (1.14(d)).

L'étape qui suit consiste à améliorer le contraste de l'image en utilisant la fonction « adapthisteq », la sortie de cette fonction est représentée par l'image (figure 1.14(e)), tandis que la figure 1.14(f) et 1.14(g) représentent respectivement le résultat obtenu après un filtrage médian et une binarisation en utilisant Otsu.

La figure 1.14(h) représente le résultat d'une opération d'érosion suivie d'une étape d'inversement de couleur ce qui a constitué l'entrée de l'étape de traitement des composants connectés illustrée par la figure 1.14(i) et la figure 1.14(j).



*Figure 1. 15– Exemple de segmentation d'une plaque d'immatriculation.* 

La méthode de segmentation utilisée dans laquelle on combine les deux méthodes de l'analyse de projection et la méthode des traitements des composants connectés a donné des bons résultats puisqu' on limite les bornes horizontales de la plaque puis on segmente en utilisant les composants connectés qui ont aidé à éliminer le bruit généré.

Après la phase de la segmentation on obtient les caractères segmentés de la plaque de taille 20\*20.

En utilisant la base de données citée avant, de 144 plaques d'immatriculation françaises, on a obtenu 81.25% comme taux de segmentation, ce qui montre l'efficacité de la méthode adaptée. A noter que la méthode d'analyse de projection comme déjà cité est très sensible au bruit et son utilisation provoque des erreurs de segmentation, alors sa combinaison avec une autre méthode forte a donné des meilleurs résultats.



Figure 1. 16– La segmentation en utilisant la méthode d'analyse de projection.(a) Image originale niveaux de gris.(b) Les contours verticaux.(c) Projection horizontale.(d) limitation des bornes de la plaque.(e) Binarisation avec Otsu.(f) Image d'entrée avec des barres décrivant les caractères de la plaque.

## **1.9** Conclusion

Après une présentation du système mise en œuvre dans ce projet qui a pour but la reconnaissance des caractères de la plaque, une étape de localisation de cette dernière a été décrite, suivi d'une description des étapes de prétraitements qui vont améliorer la qualité de l'image à chaque étape, ainsi que la segmentation faite pour isoler ses caractères.

La reconnaissance de n'importe qu'elle forme passe d'abord par l'extraction de ses traits de caractéristiques qui seront exploités pour son identification, cette étape de notre projet est basée sur les caractéristiques statistiques : **Les moments**.

# Chapitre 2

# Extraction des attributs moments

### 2.1 Introduction

L'extraction de caractéristiques est l'une des étapes les plus importantes en reconnaissance de formes, elle vise l'extraction de l'information la plus pertinente qui caractérise chaque classe. Dans ce processus les caractéristiques appropriées sont extraites des objets/caractères pour former des vecteurs caractéristiques. Ces vecteurs de caractéristiques sont alors utilisés par les classificateurs pour reconnaitre l'unité d'entrée c.à.d. le caractère.

L'objectif principal de l'extraction de caractéristiques est d'extraire un ensemble d'attributs qui maximise le taux de reconnaissance avec le moins d'éléments et qui génère un ensemble de caractéristiques similaires pour divers instance du même symbole.

Les méthodes d'extraction de caractéristiques sont classées en quatre grands groupes [23] [24]:

#### • Transformations globales :

Ces caractéristiques sont invariantes aux déformations globales comme la translation et la rotation. La transformation convertit la représentation de pixel du motif à une représentation plus abstraite alternative qui réduit la dimensionnalité des caractéristiques. L'une des transformations simples représente le squelette ou le contour d'un motif.

#### • Caractéristiques structurelles:

Les caractéristiques structurelles décrivent un modèle en termes de sa topologie et de sa géométrie en donnant ses propriétés globales et locales. Les caractéristiques structurelles peuvent fortement tolérer des distorsions et des variations dans les styles d'écriture, mais leur extraction à partir des images n'est pas toujours facile. Les caractéristiques structurelles

utilisées dans la littérature dépendent du type de modèle à classer (les points d'intersections, la hauteur et la largeur du caractère...).

#### • Superposition du modèle et corrélation :

Cette méthode est basée sur la comparaison d'un motif pixel par pixel à un ensemble de modèles de motif. Le modèle est considéré comme appartenant à la classe du modèle auquel il est le plus similaire.

#### • Caractéristiques statistiques :

Ces caractéristiques sont dérivées de la distribution statique des points. Elles offrent une haute vitesse et une faible complexité et prennent soin des variations de style à certaine ampleur.

Elles peuvent également être utilisées pour réduire la dimension de l'ensemble des caractéristiques. Parmi les caractéristiques statiques on cite le zonage dont on divise la zone contenant le caractère en des sous-zones, les caractéristiques « Loci » basées sur la génération des vecteurs verticaux et horizontaux pour chaque point blanc dans le fond du caractère, de telle sorte que les caractéristiques représentent le nombre de fois que les segments intersectent avec ces vecteurs, et la méthode des moments qu'on va utiliser à fin d'extraire les caractéristiques des caractères segmentés à partir des plaques.

## 2.2 Théorie des moments

Les moments sont des mesures quantitatives utilisées pour caractériser une fonction et pour capturer ses caractéristiques importantes. Mathématiquement, les moments sont simplement des projections d'une fonction sur un ensemble de base polynomiale. Ils ont une longue histoire et ont été largement utilisé dans des domaines tels que les statistiques et l'ingénierie. Dans les statistiques, ils ont été utilisés pour la description de la forme de la fonction de densité de probabilité. Dans le domaine de l'analyse des images, les moments sont utilisés comme descripteurs de forme d'images. Ils ont été appliqués avec succès dans divers domaines, comme dans les avions et la classification des navires par Dudani, Elevage et McGhee (1977), Belkasim (1991), Zvolanek (1981), la reconnaissance de caractères (Khotanzad & Yaw, 1990) la compression des données (Hsu et Tsai, 1993), modèle correspondant et l'enregistrement des images satellites par Goshtasby RY Wong et hall (1978), (1985), Flusser et Suk (1994).

En général le moment d'ordre $(m + n)^{th}$ ,  $M_{n,m}(f)$  de l'image f(x, y) en dimension 2-D est défini par :

$$m_{n,m}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^n y^m f(x, y) \, dx \, dy,$$
  
$$m, n = 0, 1, 2, \dots$$
(2.1)

En 1962 la théorie des moments en traitement d'image a vu le jour avec Hu [11], qui a introduit la notion des moments invariants de Hu en présentant sept moments indépendants au déformation géométrique (rotation, translation et échelle).

Les moments géométriques d'ordre faible représentent différentes caractéristiques spatiales de l'image.  $m_{0,0}$  est connu comme étant la masse de l'image. Les moments du premier ordre  $m_{1,0}$  et  $m_{0,1}$  indiquent respectivement le moment d'intensité su l'axe des x et l'axe des y.

Le centre de gravité ou barycentre  $(\overline{x}, \overline{y})$  est :

$$\bar{x} = \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}}$$
, and  $\bar{y} = \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}}$  (2.2)

Il est toujours commode d'évaluer les moments indépendamment de la position du motif. Ceci peut être réalisé en ayant l'origine de transformation au centre de gravité de l'image. Les moments calculés par rapport au centre de gravité sont appelées moments centraux, ces derniers sont définis comme suit :

$$\mu_{n,m} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^n (y - \bar{y})^m f(x, y) dx \, dy$$
  
$$m, n = 0, 1, 2, \dots$$
(2.3)

Le moment central  $\mu_{n,m}$  calculé en utilisant le centre de l'image f(x, y) est équivalent à  $m_{n,m}$  dont le centre est décalé vers le centre de l'image, par conséquent les moments centraux sont invariants aux translations de l'image.

L'invariance par échelle peut être obtenue par la normalisation. Les moments centraux normalisés sont définis comme suit :

$$\eta_{n,m} = \frac{\mu_{n,m}}{\mu_{0,0}^{\gamma}}, \gamma = (n+m+2)/2, \ n+m=2,3,\dots$$
(2.4)

Sur la base des moments centraux normalisés, Hu a présenté sept moments invariants :

$$\phi_1 = \eta_{2,0} + \eta_{0,2} \tag{2.5}$$

$$\phi_3 = (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})^2 + (3\eta_{2,1} - \mu_{0,3})^2$$
(2.7)

$$\emptyset_4 = (\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 + (\eta_{2,1} + \mu_{0,3})^2$$
(2.8)

$$\phi_{5} = (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2}) (\eta_{3,0} + \eta_{1,2}) [(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^{2} - 3(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^{2}] + (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3}) [3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^{2} - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^{2}]$$

$$(2.9)$$

$$\phi_{6} = (\eta_{2,0} - \eta_{0,2}) \left[ (\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^{2} - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^{2} \right] + 4\eta_{1,1} (\eta_{3,0} + \eta_{1,2}) \left( \eta_{2,1} + \eta_{0,3} \right)$$
(2.10)

$$\phi_7 = (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})[(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - 3(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2] - (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})[3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \mu_{0,3})^2]$$

$$(2.11)$$

Les sept moments invariants ont des propriétés utiles d'être inchangeable dans l'image mise à l'échelle, translation et rotation.

Ces moments sont très utilisés dans la littérature pour la description de formes en vue d'une classification ou d'une indexation, mais sont sensibles aux bruits. Par ailleurs cette famille de descripteurs n'est ni orthogonale, ni complète, donc la décomposition obtenue n'est pas une représentation compacte de l'image (redondance de l'information).

Pour dépasser le problème présent au niveau des moments de Hu, Teague [12] a introduit un nouveau type des moments « les moments orthogonaux » en 1980, ensuite Teh et Chin [25] ont fait une étude détaillée sur les différents types des moments : Legendre, Zenrike, Pseudo-Zenrike,... ces derniers représentent un inconvénient c'est que l'erreur de discrétisation s'accumule quand l'ordre des moments augmente, et donc limite la précision des moments calculés. De plus ces moments orthogonaux continus provoquent une autre erreur associée aux larges variations dans les valeurs du domaine dynamique ce qui nécessite la transformation des coordonnées d'espace pour ces moments (Zenrike, et Legendre) [9] [26].

Pour remédier à ce problème, un ensemble des moments orthogonaux discrets ont été introduits.

## 2.3 Les moments orthogonaux discrets

Pour résoudre les problèmes des moments continus, différents types de moments orthogonaux discrets ont été proposés pour l'analyse d'images. Mukundan et al ont présenté les moments de Tchebichef (2001), Les moments de Krawtchouk ont été introduit en 2003 par Yap et al, les moments de Hahn ont été traités en 2007 par Yap, Raveendran et Ong (2007), tandis que pour les moments de Dual Hahn ils ont été présentés par Zhu, Shu, Zhou, Luo, et Coatrieux, en 2007 et finalement les moments de Racah ont été introduits par Zhu, Shu, Liang, Luo, et Coatrieux pendant cette même année.

Les moments orthogonaux, comme leur nom l'indique, sont définis dans une base orthogonale (au lieu d'une base quelconque « $x^n y^m$ » utilisées pour les moments géométriques), ce qui évite la redondance des informations portées par chacun des moments.

Dans les sections qui suivent nous allons introduire un ensemble des moments orthogonaux discrets : Tchebichef, Krawtchouk, et DualHahn.

#### 2.3.1. Les moments de Tchebichef

Les moments de Tchebichef basés sur les polynômes de même nom peuvent être efficacement utilisés en tant que caractéristiques dans l'analyse des images bidimensionnelles, ils sont d'abord introduits par Chebychev(1864), et redécouvertes par Gram(1883).

C'est le moment le plus simple parmi les moments orthogonaux discrets, puisqu'il a un poids unitaire, et a un domaine de définition qui convient parfaitement avec les images carrées de taille  $N \times N$ . Mukundan a introduit dans [8] l'approche de calcul de ces moments en se basant sur les polynômes discrets de Tchebichef.

On peut définir le polynôme discret de Tchebichef comme suit :

$$t_n(x) = (1 - N)_{n3}F_2(-n, -x, 1 + n; 1, 1 - N; 1),$$
  
$$n, x, y = 0, 1, 2, N - 1$$
(2.12)

Avec  $_{3}F_{2}(a_{1}, a_{2}, a_{3}; b_{1}, b_{2}; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_{1})_{k}(a_{2})_{k}(a_{3})_{k}}{(b_{1})_{k}(b_{2})_{k}} \frac{z^{k}}{k!}$ , Qui représente la fonction

hypergéométrique généralisée.

Etant donné que  $(a)_k$  représente le symbole de Pochhammer définit comme suit :

$$(a)_k = a(a+1)(a+2)\dots(a+k-1), \quad k \ge 1 \text{ et } (a)_0 = 1$$
 (2.13)

Donc la définition du polynôme discret de Tchebichef peut s'écrire de la façon suivante :

$$t_n(x) = n! \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{N-1-k}{n-k} \binom{n+k}{n} \binom{x}{k}$$
(2.14)

Les polynômes de Tchebichef satisfont la propriété d'orthogonalité :

$$\sum_{x=0}^{N-1} t_m(x) t_n(x) = \rho(n, N) \delta_{mn}, \qquad 0 \le m, n \le N-1$$
(2.15)
De telle sorte que *NxN* représente la taille de l'image, et  $\delta_{mn}$  c'est le symbole de Kroniker, pour le terme  $\rho(n, N)$  représente la norme quadratique :

$$\rho(n,N) = \frac{N(N^2 - 1)...(N^2 - 2^2)(N^2 - n^2)}{2n + 1} \qquad n = 1, 2, ..., N - 1$$
(2.16)

De plus ces polynômes satisfont la relation récursive suivante :

$$(n+1)t_{n+1}(x) - (2n+1)(2x - N + 1)t_n(x) + n(N^2 - n^2)t_{n-1}(x) = 0,$$
  

$$n = 1, 2..., N - 1$$
(2.17)

On peut remarquer que cette relation récursive (2.17) n'est pas convenable pour définir les moments de Tchebichef, car on peut facilement vérifier que la valeur de  $t_n(x)$  augmente au valeur  $N^n$ , c'est le cas pour les moments de Tchebichef avec la valeur  $N^{-(n+m)}$  [8]:

$$T_{n,m} = \frac{1}{\rho(n,N)\rho(m,N)} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} t_n(x) t_m(x) f(x,y) \qquad n,m = 0,1,2,\dots,N-1$$
(2.18)

Pour remédier à ce problème ils ont introduit dans [8] la notion des polynômes de Tchebichef normalisés, définit comme suit :

$$\tilde{t}_n(x) = \frac{t_n(x)}{\beta(n,N)} \tag{2.19}$$

Avec  $t_n(x)$  reprèsente le polynôme de Tchebichef obtenu par la formule (2.17) et  $\beta(n, N)$  représente une constante appropriée indépendante de x. Suite à cette modification la norme quadratique sera redéfinit de la façon suivante :

$$\tilde{\rho}(n,N) = \frac{\rho(n,N)}{\beta(n,N)^2} = \frac{N\left(1 - \frac{1}{N^2}\right)\left(1 - \frac{2^2}{N^2}\right)\dots\left(1 - \frac{n^2}{N^2}\right)}{2n+1} \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$
(2.20)

Tandis que la formule (2.18) des moments de Tchebichef sera modifiée de la façon suivante :

$$T_{n,m} = \frac{1}{\tilde{\rho}(n,N)\tilde{\rho}(m,N)} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \tilde{t}_n(x) \tilde{t}_m(x) f(x,y) \qquad n,m = 0,1,2,\dots,N-1$$
(2.21)

Avec :

$$\tilde{t}_0(x) = 1, \tilde{t}_1(x) = \frac{2x+1-N}{N} et \ \tilde{t}_n(x) = \frac{(2n-1)\tilde{t}_1(x)\tilde{t}_{n-1}(x) - (n-1)(1-\frac{(n-1)^2}{N^2})\tilde{t}_{n-2}(x)}{n}, n = 2, 3, \dots, N-1$$
(2.22)



Figure 2. 1– Le tracé du polynôme de Tchebichef normalisé pour N=20

La <u>Figure 2.1</u> représente l'espace de validité de la propriété d'orthogonalité qui est définit dans l'intervalle [-1,1].

En utilisant l'équation (2.21) cette dernière peut nous conduire vers la transformation inverse suivante qui représente la formule de reconstruction :

$$f(x,y) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} T_{mn} \tilde{t}_m(x) \tilde{t}_n(y), \quad x, y = 0, 1, \dots, N-1$$
(2.23)

Parmi les aspects de calcul des moments de Tchebichef, la propriété de symétrie de ses polynômes qui permet d'une part d'atténuer la complexité de calcul et d'autre part de réduire la durée de reconstruction.

Cette propriété de symétrie est donnée par la formule suivante :

$$\tilde{t}_n(N-1-x) = (-1)^n \tilde{t}_n(x)$$
 (2.24)

Cette relation suggère la subdivision de l'image de taille *NxN* (tq N est pair), en quatre parties, puis le calcul des polynômes seulement pour le premier quart avec  $0 \le x, y \le (\frac{N}{2} - 1)$ . Alors l'expression des moments de Tchebichef (2.21) sera modifiée comme suit :

$$T_{mn} = \frac{1}{\tilde{\rho}(n,N)\tilde{\rho}(m,N)} \times \sum_{x=0}^{\left(\frac{N}{2}\right)-1} \sum_{y=0}^{\left(\frac{N}{2}\right)-1} \tilde{t}_n(x)\tilde{t}_m(y) \times \begin{cases} f(x,y) + (-1)^m f(N-1-x,y) \\ +(-1)^n f(x,N-1-y) \\ +(-1)^{n+m} f(N-1-x,N-1-y) \end{cases}$$
(2.25)

Une valeur ajoutée de cette propriété de symétrie, est qu'elle réduit l'espace nécessaire pour stocker les polynômes de Tchebichef normalisés, par exemple si une application a besoin de

stocker les polynômes jusqu'au degré maximum M, alors une matrice (2-D) de taille  $M \times (N / 2)$  suffira. A titre d'exemple voyons les changements apportés à la formule (2.23) de reconstruction :

$$\begin{split} f(x,y) &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} T_{mn} \tilde{t}_m(x) \tilde{t}_n(y), \quad Si \; x, y < (N/2), \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^m T_{mn} \tilde{t}_m(N-1-x) \tilde{t}_n(y), \qquad Si \; y < \left(\frac{N}{2}\right); x \ge \left(\frac{N}{2}\right), \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n T_{mn} \tilde{t}_m(x) \tilde{t}_n(N-1-y), \qquad Si \; x < \left(\frac{N}{2}\right); y \ge \left(\frac{N}{2}\right), \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^{m+n} T_{mn} \tilde{t}_m(N-1-x) \tilde{t}_n(N-1-y), \qquad Si \; x, y \ge \left(\frac{N}{2}\right), \end{split}$$



Figure 2. 2– Dû à la propriété de symétrie les polynômes de Tchebichef ont besion d'être calculés sur un seul quart.

Après avoir décrit les moments de Tchebichef théoriquement voyons maintenant un autre type des moments orthogonaux discrets nommé Krawtchouk.

#### 2.3.2. Les moments de Krawtchouk

Les moments de Krawtchouk sont un ensemble de moments formés en utilisant des polynômes de Krawtchouk comme fonction de base [9]. Ils ont été introduits par Mikhail Kravchuk (Krawtchouk, 1929).

Le polynôme de krawtchouk classique est définit comme suit :

$$K_n(x; p, N) = \sum_{k=0}^N a_{k,n,p} x^k = {}_2F_1(-n, -x; -N; \frac{1}{p})$$
(2.27)

Avec  $x, n = 0, 1, 2, ..., N, N > 0, p \in (0,1)$ , *et*  $_2F_1$  représente la fonction hypergéométrique définit de la façon suivante :

$${}_{2}F_{1}(a,b;c,z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_{k}(b)_{k}}{(c)_{k}} \frac{z^{k}}{k!}$$
(2.28)

Et  $(a)_k$  le symbole de Pochhammer :  $(a)_k = a(a+1) \dots (a+k-1) = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)}$  (2.29)

L'ensemble de (N + 1) polynômes de krawtchouk  $\{K_n(x; p, N)\}$  forme un ensemble complet de fonctions de base, de telle sorte que la fonction de poids est définit comme suit :

$$\omega(x;p,N) = \binom{N}{x} p^x (1-p)^{N-x}$$
(2.30)

De plus il vérifie la condition d'orthogonalité :

$$\sum_{x=0}^{N} \omega(x; p, N) K_n(x; p, N) K_m(x; p, N) = \rho(n; p, N) \delta_{nm}, \text{ avec } n, m = 1, ..., N$$
(2.31)  
Avec :

$$\rho(n; p, N) = (-1)^n \left(\frac{1-p}{p}\right)^n \frac{n!}{(-N)_n}$$
(2.32)

La méthode classique pour éviter les variations dans les calculs des moments est la normalisation en utilisant la norme ce qui donne l'ensemble des polynômes de Krawtchouk normalisés { $\tilde{K}_n(x; p, N)$ } définit de la manière suivante[9] :

$$\widetilde{K}_n(x;p,N) = \frac{K_n(x;p,N)}{\sqrt{\rho(n;p,N)}}$$
(2.33)



Figure 2. 3– Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés pour l'ordre n=0, n=1, n=2avec p=0.5 N=100.

La <u>Figure 2.3</u> montre le développement rapide des valeurs des polynômes normalisés avec une augmentation légère de l'ordre, donc pour assurer la stabilité numérique, un ensemble de polynômes de Krawtchouk pondérés normalisés a été introduit dans [9], leurs définition est comme suit :

$$\overline{K}_n(x;p,N) = K_n(x;p,N) \sqrt{\frac{\omega(x;p,N)}{\rho(n;p,N)}}$$
(2.34)



Figure 2. 4– Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés-pondérés pour l'ordre n=0, n=1, n=2 avec p=0.5 N=100.

La condition d'orthogonalité devient :  $\sum_{x=0}^{N} \overline{K}_n(x; p, N) \overline{K}_m(x; p, N) = \delta_{nm}$  (2.35) La <u>Figure 2.4</u> montre l'intervalle d'orthogonalité des polynômes de Krawtchouk normalisés-pondérés [-1,1], tandis que la figure suivante montre l'influence du changement de la valeur de p sur la représentation de ces polynômes :



Figure 2. 5– Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés-pondérés pour l'ordre n=0, n=1, n=2 avec (a) p=0.3 N=100, (b) p=0.3 N=100.

On constate qu'au changement de la valeur de p avec une variation  $\Delta p$  tq  $p = 0.5 + \Delta p$ , les polynômes de Krawtchouk pondérés- normalisés se décalent avec une approximation de  $N\Delta p$ , de telle sorte que la direction de déplacement dépend du signe de  $\Delta p$  (les polynômes de Krawtchouk pondérés-normalisés se décalent dans le sens +x quand  $\Delta p$  est positive et vice versa). On peut apercevoir l'importance de cette propriété dans l'extraction de caractéristiques pour chaque région d'intérêt.

Les moments de Krawtchouk d'ordre (n + m) en termes de polynômes de Krawtchouk sont définis de la façon suivante :

$$Q_{nm} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} \overline{K}_n(x; p_1, N-1) \overline{K}_m(y; p_2, M-1) f(x, y)$$
(2.36)

Afin de rendre le calcul des moments moins exigeants, la relation de récurrence peut être utilisée pour éviter les erreurs causées par la fonction hypergéométrique et la fonction gamma. La relation récursive a trois termes :

$$p(n-N)\overline{K}_{n+1}(x;p,N) = A(Np-2np+n-x) \times \overline{K}_n(x;p,N) - Bn(1-p\overline{K}_{n-1}(x;p,N))$$
(2.37)

Avec

$$B = \sqrt{\frac{(1-p)(n+1)}{p(N-n)}},$$

$$B = \sqrt{\frac{(1-p)^2(n+1)n}{p^2(N-n)(N-n+1)}},$$
  
$$\overline{K}_0(x; p, N) = \sqrt{\omega(x; p, N)},$$
  
$$\overline{K}_1(x; p, N) = (1 - \frac{x}{pN})\sqrt{\omega(x; p, N)},$$

De plus on peut calculer  $\omega(x; p, N)$  avec une méthode récursive à la place de la formule (2.30) comme suit :

$$\omega(x+1;p,N) = \left(\frac{N-x}{x+1}\right) \frac{p}{1-p} \omega(x;p,N)$$
(2.38)

Avec:  $\omega(0; p, N) = (1 - p)^N = e^{N \ln(1-p)}$ .

Comme les moments de Tchebichef, les moments de Krawtchouk s'intègrent dans la partie de reconstruction des images comme suit :

$$f(x,y) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} Q_{nm} \overline{K}_n(x; p_1, N-1) \times \overline{K}_m(y; p_2, M-1)$$
(2.39)

A noter qu'on peut réduire le temps de calcul des moments de Krawtchouk dans le cas de  $p_1 = p_2 = p = 0.5$  en utilisant la même propriété de symétrie notée avant dans la description des moments de Tchebichef.

La relation de symétrie pour les moments de Krawtchouk pondérés-normalisés peut être écrite de la manière suivante :

$$\overline{K}_n(x; p, N-1) = (-1)^n \overline{K}_n(N-1-x; p, N-1)$$
(2.39)

Parmi les avantages de la propriété de symétrie des moments de Krawtchouk est qu'elle ne nécessite le calcul que des polynômes de krawtchouk pour  $x > \frac{N}{2} - 1$  de telle sorte que si l'ordre maximal est P alors l'espace nécessaire pour stocker les polynômes de Krawtchouk est (P + 1)  $\times N/2$ , et de la même manière que les moments de Tchebichef si on prend comme titre d'exemple une image de taille  $N \times N$  et on la subdivise en quatre régions égaux, le calcul des polynômes du premier quart suffira pour déterminer les autres, et la figure suivante montre clairement cette propriété de symétrie :



Figure 2. 6– Tracé des polynômes de krawtchouk normalisés-pondérés pour l'ordre n=0, n=1,...,6 avec p=0.5 N=100

Après avoir présenté les différentes propriétés des moments de Krawtchouk voyons maintenant un autre type de ces moments orthogonaux qui sera le sujet de la section suivante.

#### 2.3.3. Les moments de Dual Hahn

Dans cette section nous introduisons une nouvelle série de polynômes orthogonaux discrets, à savoir les polynômes de Dual Hahn qui sont orthogonaux sur une lattice non uniforme (lattice quadratique x(s) = s(s + 1)). Ce type de moment est plus générale que les moments cités avant puisque les deux moments Krawtchouk et Tchebichef représentent des cas spéciales du moment de Dual Hahn. Etant donné que les moments de Dual Hahn contiennent plus de paramètres (en raison du fait que les polynômes de Dual Hahn sont définis sur un lattice non uniforme) que les moments de Tchebichef et Krawtchouk, ces paramètres supplémentaires donnent une flexibilité dans la description de l'image. La différence entre les moments de Dual Hahn et les moments discrets orthogonaux sur un lattice uniforme (par exemple les moments de Tchebichef et les moments de Krawtchouk ), c'est que les derniers s'applique directement sur l'image tandis que pour les autres on doit introduire un intermédiaire qui est le lattice nonuniforme (x(s) = s(s + 1)) [10]. Avant de continuer la description de ce type des moments voyons un ensemble de définitions nécessaire pour continuer cette dernière.

Les polynômes orthogonaux classiques sont caractérisés par l'existence d'une équation différentielle. En effet les polynômes continus classiques comme Hermite, Laguerre, Jacobi, Bessel, satisfont l'équation différentielle formée comme suit :

$$\tilde{\sigma}(x)y''(x) + \tilde{\tau}(x)y'(x) + \lambda y(x) = 0$$
(2.40)

Avec  $\tilde{\sigma}(x)$  et  $\tilde{\tau}(x)$  représentent les polynômes du deuxième et premier degré, et  $\lambda$  c'est la constante appropriée, il est possible d'étendre les solutions polynomiales d'équations aux dérivées partielles dans toute base de polynômes orthogonaux classiques. Lorsque l'équation différentielle (2.40) est remplacée par une équation aux différences, nous pouvons trouver les principales propriétés de polynômes orthogonaux classiques d'une variable discrète. Prenons le cas le plus simple, lorsque (2.40) est remplacé par l'équation de différences suivante [10]:

$$\tilde{\sigma}(x)\frac{1}{h}\left[\frac{y(x+h)-y(x)}{h} - \frac{y(x)-y(x-h)}{h}\right] + \frac{\tilde{\tau}(x)}{2}\left[\frac{y(x+h)-y(x)}{h} + \frac{y(x)-y(x-h)}{h}\right] + \lambda y(x) = 0 \quad (2.41)$$

Qui représente une approximation de (2.40) sur le lattice de la constante mesh  $\Delta x = h$ . Soit :

$$\tilde{\sigma}(x(s))\frac{\Delta}{\Delta x(s-\frac{1}{2})} \left[ \frac{\nabla y(s)}{\nabla x(s)} \right] + \frac{\tilde{\tau}(x(s))}{2} \left[ \frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} + \frac{\nabla y(s)}{\nabla x(s)} \right] + \lambda y(s) = 0$$
(2.42)

L'équation des différences du deuxième ordre de type hypergéométrique pour une fonction lattice x(s), avec :

$$\nabla g(s) = g(s) - g(s-1), \quad \Delta g(s) = g(s+1) - g(s)$$
(2.43)

Désignent respectivement la dérivée et le gradient de la différence finie de lattice quadratique,  $\tilde{\sigma}(x)$  et  $\tilde{\tau}(x)$  sont des polynômes en x(s) de degré au plus deux et un respectivement, et  $\lambda$  une constante.

L'équation (2.42) peut être récrite comme suit :

$$\sigma(s)\frac{\Delta}{\Delta x\left(s-\frac{1}{2}\right)}\left[\frac{\nabla y(s)}{\nabla x(s)}\right] + \tau(s)\left[\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)}\right] + \lambda y(s) = 0$$
(2.44)

Avec :

$$\sigma(s) = \tilde{\sigma}(x(s)) - \frac{1}{2}\tilde{\tau}(x(s)) \left[\Delta x \left(s - \frac{1}{2}\right)\right]$$
(2.45)

$$\tau(s) = \tilde{\tau}(x(s)) \tag{2.46}$$

La solution polynomiale de l'équation (2.44) est donnée par  $y_n(x(s)) \equiv P_n(s)$ avec  $P_n(s) = \frac{B_n}{\rho(s)} \nabla_n^{(n)} [\rho_n(s)].$ 

$$\nabla_n^{(n)}[\rho_n(s)] = \frac{\nabla}{\nabla x_1(s)} \dots \frac{\nabla}{\nabla x_{n-1}(s)} \frac{\nabla}{\nabla x_n(s)} [\rho_n(s)]$$
(2.47)

Et

,

$$x_n(s) = x\left(s + \frac{n}{2}\right), \qquad \rho_n(s) = \rho(n+s)\prod_{k=1}^n \sigma(s+k)$$
 (2.48)

Il est connu que pour une forme particulière des lattices, les solutions de (2.44) sont des polynômes orthogonaux d'une variable discrète, c.à.d. elles satisfont la condition d'orthogonalité suivante :

$$\sum_{s=a}^{b-1} P_n(s) P_m(s) \rho(s) \left[ \Delta x \left( s - \frac{1}{2} \right) \right] = \delta_{nm} d_n^2$$
(2.49)

Avec  $d_n^2$  désigne la norme quadratique des polynômes orthogonaux, et  $\rho(s)$  la fonction nonnégative (fonction de pondération),

$$\rho(s)\left[\Delta x\left(s-\frac{1}{2}\right)\right] > 0, a \le s \le b-1$$
(2.50)

Par la suite on va voir la description d'un type connu des polynômes orthogonaux discrets sur le lattice non-uniforme : Dual Hahn.

Les polynômes classiques de Dual Hahn noté :  $w_n^{(c)}(s, a, b), n = 0, 1, ..., N - 1$  définit sur un lattice non uniforme : x(s) = s(s + 1), sont des solutions de la fonction (2.44) avec,

$$\sigma(s) = (s-a)(s+b)(s-c)$$
  

$$\tau(s) = ab - ac + bc - a + b - c - 1 - x(s)$$
  

$$\lambda = n$$
(2.51)

Et la fonction de poids est définie comme suit :

$$\rho(s) = \frac{\Gamma(a+s+1)\Gamma(c+s+1)}{\Gamma(s-a+1)\Gamma(b-s)\Gamma(b+s+1)\Gamma(s-c+1)}$$
(2.52)

A condition que :

$$-\frac{1}{2} < a < b, |c| < 1 + a, b = a + N$$
 (2.53)

A notez que si le lattice uniforme : x(s) = s est utilisée dans l'équation (2.44), et les paramètres a, b et c sont définis comme suit :  $a = \frac{\alpha + \beta}{2}$ , b = a + N,  $c = \frac{\beta - \alpha}{2}$ , alors les polynômes de Dual Hahn se transforment aux polynômes de Hahn  $h_n^{(\alpha,\beta)}(x,N)$ , On prenant  $\alpha = 0$  et  $\beta = 0$ , les polynômes de Hahn se réduisent aux polynômes de Tchebichef, et si on prend  $\beta = pt$  et  $\alpha = (1 - p)t$  pour les polynômes de Hahn et si  $t \to \infty$ , on obtient les polynômes de Krawtchouk. Les polynômes de Dual Hahn d'ordre n sont définis comme suit :

$$w_n^{(c)}(s, a, b) = \frac{(a-b+1)_n(a+c+1)_n}{n!} {}_3F_2(-n, a-s, a+s+1; a-b+1, a+c+1; 1),$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1, \ s = a, a+1, \dots, b-1$$
(2.54)

Avec  $(u)_n$  c'est le symbole de Pochhammer et  ${}_{3}F_2(.)$  est la fonction hypergéométrique généralisée définis pour les moments précédents.

Les polynômes de Dual Hahn satisfont la propriété d'orthogonalité suivante :

$$\sum_{s=a}^{b-1} w_n^{(c)}(s,a,b) w_m^{(c)}(s,a,b) \rho(s) \left[ \Delta x \left( s - \frac{1}{2} \right) \right] = \delta_{nm} d_n^2, \quad n,m = 0,1,\dots,N-1 \quad (2.55)$$

Telle que la fonction de poids est donnée par la formule (2.52) et :

$$d_n^2 = \frac{\Gamma(a+c+n+1)}{n!(b-a-n-1)!\Gamma(b-c-n)}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$
(2.56)

#### **Remarque :**

L'ensemble des polynômes double Hahn ne convient pas à la définition des moments parce que la gamme de valeurs des polynômes se développe rapidement avec l'ordre. Pour surmonter cette lacune, nous introduisons les polynômes de Dual Hahn pondérés dans le paragraphe suivant. L'ensemble des polynômes de Dual Hahn pondéré sont définis comme suit :

$$\widehat{w}_{n}^{(c)}(s,a,b) = w_{n}^{(c)}(s,a,b) \sqrt{\frac{\rho(s)}{d_{n}^{2}} \left[\Delta x \left(s - \frac{1}{2}\right)\right]}, \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.57)$$

Dans ce cas la condition d'orthogonalité est donnée comme suit :

$$\sum_{s=a}^{b-1} \widehat{w}_n^{(c)}(s, a, b) \,\widehat{w}_m^{(c)}(s, a, b) = \delta_{nm}, \quad n, m = 0, 1, \dots, N-1$$
(2.58)

Les valeurs des polynômes de Dual Hahn appartiennent à l'intervalle [-1,1], et la figure suivante confirme cette propriété :



*Figure 2.* 7–*Tracé des polynômes de Dual Hahn pour N*=40 avec a=c=0, et b=40.

Soit f(s,t) une image de taille  $N \times N$ , alors les moments d'ordre (n+m) de Dual Hahn formés en utilisant les polynômes de Dual Hahn pondérés sont définis comme suit :

$$W_{nm} = \sum_{s=a}^{b-1} \sum_{t=a}^{b-1} \widehat{w}_n^{(c)}(s, a, b) \, \widehat{w}_m^{(c)}(s, a, b) f(s, t), \quad n, m = 0, 1, \dots, N-1$$
(2.59)

La propriété d'orthogonalité des polynômes de Dual Hahn aide à l'expression de la fonction d'intensité de l'image en fonction de ses moments Dual Hahn, L'image reconstruite peut être obtenue en utilisant une transformation inverse des moments :

$$f(s,t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} W_{nm} \,\widehat{w}_n^{(c)}(s,a,b) \,\widehat{w}_m^{(c)}(s,a,b), \quad s,t = a, a+1, \dots, b-1$$
(2.60)

Pour examiner les aspects computationnels des moments Dual Hahn, les auteurs de [10] ont présenté un ensemble de propriétés de ces polynômes et comment ils peuvent être utilisés afin de faciliter le calcul des moments. Dans le but d'éviter le débordement des fonctions mathématiques telles que les fonctions hypergéométrique et gamme, une relation récursive a été mise en œuvre :

$$\widehat{w}_{n}^{(c)}(s,a,b) = A \frac{d_{n-1}}{d_{n}} \widehat{w}_{n-1}^{(c)}(s,a,b) + B \frac{d_{n-2}}{d_{n}} \widehat{w}_{n-2}^{(c)}(s,a,b)$$
(2.61)

Avec :

$$A = \frac{1}{n} [s(s+1) - ab + ac - bc - (b - a - c - 1)(2n - 1) + 2(n - 1)^{2}]$$
$$B = -\frac{1}{n} (a + c + n - 1)(b - a - n + 1)(b - c - n + 1)$$

$$\widehat{w}_{0}^{(c)}(s,a,b) = \sqrt{\frac{\rho(s)}{d_{0}^{2}}} \left[ \Delta x \left( s - \frac{1}{2} \right) \right]$$
$$\widehat{w}_{1}^{(c)}(s,a,b) = -\frac{1}{\rho(s)} \frac{\rho_{1}(s) - \rho_{1}(s-1)}{x \left( s + \frac{1}{2} \right) - x(s-1/2)} \sqrt{\frac{\rho(s)}{d_{1}^{2}}} \left[ \Delta x \left( s - \frac{1}{2} \right) \right]$$

Comme les polynômes cités avant les polynômes de Dual Hahn admettent la propriété de symétrie, qui est utilisée pour réduire le temps nécessaire pour le calcul des moments de Dual Hahn :

$$\widehat{w}_{n}^{(c)}(s,a,b) = (-1)^{s} \,\widehat{w}_{N-1-n}^{(c)}(s,a,b)$$
(2.62)

La propriété de symétrie est également utile pour réduire au minimum les besoins en mémoire pour stocker les valeurs des polynômes de Dual Hahn. L'équation (2.59) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{nm} &= \\ \begin{cases} \sum_{s=a}^{b-1} \sum_{t=a}^{b-1} \widehat{w}_{n}^{(c)} (s, a, b) \, \widehat{w}_{m}^{(c)} (t, a, b) f(s, t), & \sin < \frac{N}{2} \, et \, m < N/2 \\ \sum_{s=a}^{b-1} \sum_{t=a}^{b-1} (-1)^{s} \, \widehat{w}_{N-1-n}^{(c)} (s, a, b) \, \widehat{w}_{m}^{(c)} (t, a, b) f(s, t), & \sin > \frac{N}{2} \, et \, m < \frac{N}{2} \\ \sum_{s=a}^{b-1} \sum_{t=a}^{b-1} (-1)^{t} \, \widehat{w}_{n}^{(c)} (s, a, b) \, \widehat{w}_{N-1-m}^{(c)} (t, a, b) f(s, t), & \sin < \frac{N}{2} \, et \, m > \frac{N}{2} \\ \sum_{s=a}^{b-1} \sum_{t=a}^{b-1} (-1)^{s+t} \, \widehat{w}_{N-1-n}^{(c)} (s, a, b) \, \widehat{w}_{N-1-m}^{(c)} (t, a, b) f(s, t), & \sin > \frac{N}{2} \, et \, m > \frac{N}{2} \end{aligned}$$

$$(2.63)$$

Ainsi que l'équation de reconstruction (2.60) devient comme suit :

\_

$$f(s,t) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \widehat{w}_{n}^{(c)}(s,a,b) \, \widehat{w}_{m}^{(c)}(t,a,b) \times [W_{nm} + (-1)^{s} W_{N-1-n,m} + (-1)^{s} W_{n,N-1-m} + (-1)^{s+t} W_{N-1-n,N-1-m}]$$
(2.64)



Figure 2. 8– L'influence du paramètre c sur les polynômes de Dual Hahn pour a=8, b=48, (a) c=-8, (b) c=-4, (c) c=0, (d) c=4.

Dans cette section nous avons décrit un ensemble des moments orthogonaux discrets comme Tchebichef, Krawtchouk, et Dual Hahn, ainsi que leurs propriétés qui rend leur implémentation facile et ne nécessite pas des approximations numériques car leurs base est discrète dans le domaine de l'image, de plus la propriété d'orthogonalité réduit la redondance d'information, et pour rendre ces moments plus efficaces une approche des moments invariants a été introduite pour les moments orthogonaux discrets, pour que ces derniers soient invariants par translation, échelle, et rotation. Dans la section qui suit nous allons décrire les moments invariants invariants de Tchebichef et Krawtchouk en les appliquant sur des données réels afin de tester leur performance.

# 2.4 Les moments invariants

Les moments invariants sont un ensemble de fonctions non linéaires qui sont invariants à la translation, au changement d'échelle et à la rotation, et sont définis par les moments

géométriques d'une image. Ils ont été présentés la première fois par Hu [11]. Dudani et al [27] les ont appliqués avec succès dans l'identification d'avions. Wong et Hall [28] ont utilisés les moments invariants pour coïncider des images de radar aux images optiques.

Dans les sections qui suivent nous allons présenter les moments invariants de Tchebichef et de Krawtchouk.

#### 2.4.1. Les moments invariants de Tchebichef

Pour obtenir l'invariance par translation, et par échelle des moments de Tchebichef, une façon courante consiste à exprimer les moments de Tchebichef comme une combinaison linéaire des moments géométriques, puis se sert de l'invariance par translation et par échelle des moments géométriques.

Soient les formules suivantes :

$$\langle x \rangle_k = \sum_{i=0}^k s(k,i) x^i$$
 (2.65)

Avec s(k,i) représente le nombre de Stirling du premier ordre qui satisfait les relations récurrentes suivantes :

$$s(k,i) = s(k-1,i-1) - (k-1)s(k-1,i), \quad k \ge 1, i \ge 1$$
 (2.66)

$$s(k,0) = s(0,i) = 0, \ k \ge 1, i \ge 1 \ et \ s(0,0) = 1$$
 (2.67)

En utilisant l'équation (2.66) les polynômes de Tchebichef peuvent être réécrits comme suit [29] [30] [31]:

$$\tilde{t}_n(x) = \frac{1}{\beta(n,N)} \sum_{k=0}^n B_{n,k} \sum_{i=0}^k s(k,i) x^i$$
(2.68)

Telle que :

$$B_{n,k} = \frac{(n+k)!}{(n-k)!(k!)^2} < n-k >_{n-k}$$
(2.69)

A l'aide de la fonction (2.68), on peut exprimer les moments de Tchebichef en utilisant les moments géométriques :

$$T_{nm} = \frac{1}{\beta(n,N)\beta(m,N)} \sum_{k=0}^{n} \sum_{l=0}^{m} B_{n,k} B_{m,l} \sum_{i=0}^{k} \sum_{j=0}^{l} s(k,i)s(l,j)m_{ij}$$
(2.70)

Avec :

$$m_{ij} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} x^i y^i f(x, y) , \qquad (2.71)$$

$$\beta(n,N) = \sqrt{\rho(n,N)} \tag{2.72}$$

Soit  $\mu_{nm}$  les moments géométriques invariants par translations, et  $v_{nm}$  les moments géométriques invariants par translation et par échelle :

$$\mu_{nm} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} (x - x_0)^n (y - y_0)^m = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m \binom{n}{k} \binom{m}{l} (x_0)^k (y_0)^l m_{kl} \quad (2.73)$$

$$v_{nm} = \frac{\mu_{nm}}{\mu_{00}^{\gamma}}, \quad \gamma = \frac{n+m}{2} + 1$$
 (2.74)

Tel que :

$$x_0 = rac{m_{10}}{m_{00}}$$
 , et  $y_0 = rac{m_{01}}{m_{00}}$ 

Si on remplace les moments géométriques  $m_{ij}$  dans l'équation (2.70), par  $\mu_{nm}$ , et  $v_{nm}$ , on obtient respectivement l'invariance par translation, et l'invariance par translation et échelle des moments de Tchebichef. Voyons maintenant les moments invariants de Krawtchouk.

#### 2.4.2. Les moments invariants de Krawtchouk

Les moments invariants de Krawtchouk ont été décrits par P.T Yap et al. (2003), en utilisant le concept des fonctions polynômiales de Krawtchouk, avec les implémentations linéaire des combinaisons des moments géométriques [32].

Soit la formule des moments géométriques comme définit dans l'équation (2.71), alors les moments géométriques invariants, qui sont indépendants de rotation, d'échelle, et de translation, sont définis par la formule suivante :

$$v_{nm} = M_{00}^{-\gamma} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} [(x - \bar{x}) \cos \theta + (y - \bar{y}) \sin \theta]^n \times [(y - \bar{y}) \cos \theta - (x - \bar{x}) \sin \theta]^n f(x, y)$$
(2.75)

Avec :

$$\gamma = \frac{n+m}{2} + 1$$
 (2.76)

$$\bar{x} = \frac{M_{10}}{M_{00}} \tag{2.77}$$

$$\bar{y} = \frac{M_{01}}{M_{00}} \tag{2.78}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \tag{2.79}$$

Et  $\mu_{nm}$  représente le moment central :

$$\mu_{nm} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^n \, (y - \bar{y})^m f(x, y) dx dy \tag{2.79}$$

La formule représentant les moments de Krawtchouk de  $\tilde{f}(x, y) = [w(x)w(y)]^{-(1/2)}$  est définie comme suit :

$$Q_{nm} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \overline{K}_n(x) \overline{K}_m(y) \tilde{f}(x, y)$$
  
=  $[\rho(n)\rho(m)]^{-\frac{1}{2}} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} K_n(x) K_m(y) f(x, y)$   
=  $[\rho(n)\rho(m)]^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} a_{i,n,p_1} a_{j,m,p_2} M_{ij}$   
(2.80)

Avec  $\{a_{k,n,p}\}$  sont des coefficients déterminés à partir de (2.27).Par conséquent  $Q_{nm}$  est une combinaison linéaire des moments géométriques  $M_{ij}$ , jusqu'à l'ordre i = n et j = m. Notez que l'équation (2.80) transforme les moments géométriques non-orthogonaux, pour former les moments orthogonaux de Krawtchouk. De plus notez que l'image normalisée selon l'équation (2.75) n'est pas dans l'intervalle  $[0, N - 1] \times [0, N - 1]$ , tel qu'il est requis par les moments de Krawtchouk [9], par conséquent elle est modifiée comme suit :

$$\tilde{v}_{nm} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \frac{\frac{N^2}{2}}{M_{00}} f(x,y) \times \{ [(x-\bar{x})\cos\theta + (y-\bar{y})\sin\theta] \sqrt{\frac{\frac{N^2}{2}}{M_{00}}} + \frac{N}{2} \}^n \times \{ [(y-\bar{y})\cos\theta - (x-\bar{x})\sin\theta] \sqrt{\frac{\frac{N^2}{2}}{M_{00}}} + \frac{N}{2} \}^m$$
(2.81)

En termes de  $\{v_{nm}\}$ :

$$\tilde{\nu}_{nm} = \sum_{p=0}^{n} \sum_{q=0}^{m} {\binom{n}{p} \binom{m}{q} (\frac{N^2}{2})^{\frac{p+q}{2}+1} \times (\frac{N}{2})^{n+m-p-q} \nu_{pq}}$$
(2.82)

Les nouveaux moments peuvent être formés en remplaçant les moments géométriques  $\{M_{nm}\}$  par leurs invariants  $\{\tilde{v}_{nm}\}$ , et nous avons la formule suivante :

$$\tilde{Q}_{nm} = [\rho(n)\rho(m)]^{-1/2} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} a_{i,n,p_1} a_{j,m,p_2} \tilde{v}_{ij}$$
(2.83)

Notez que la nouvelle formule des moments est invariante par rotation, échelle et translation. Dans la section qui suit on va voir un ensemble d'expérimentations faites pour mesurer la qualité des moments et de leurs invariants respectivement eu niveau de la reconstruction et de la reconnaissance.

## 2.5 Etudes expérimentales

## 2.5.1. Reconstruction des images 2-D à partir des moments Orthogonaux discrets

#### i. Reconstruction à partir des moments de Tchebichef

La sous-section suivante présente les résultats obtenus en utilisant les moments de Tchebichef comme méthode de reconstruction, pour des images binaires et des images niveaux de gris.

Dans cet exemple on prend deux image l'une représente l'alphabet A, et l'autre c'est une image binaire d'un insecte, de taille  $20 \times 20$ . La figure suivante montre l'influence d'ordre de reconstruction sur le résultat obtenu pour des images binaires.



Figure 2. 9– Reconstruction de deux images binaires pour différents ordres : n+m=16, n+m=24, n+m=32, n+m=40, à partir des moments de Tchebichef.

Et pour la figure (2.10) elle présente le résultat de la reconstruction pour deux images niveaux de gris de taille  $64 \times 64$ , la première est une image d'un enfant et la deuxième c'est l'image de Lena.



Figure 2. 10–Reconstruction de deux images niveaux de gris pour différents ordres : n+m=20, n+m=40, n+m=60, n+m=80, n+m=100, n+m=120, à partir des moments de Tchebichef.

L'amélioration de la qualité visuelle de l'image est subjective. Donc pour dire qu'une méthode fournit une meilleure qualité d'image peut varier d'une personne à l'autre, pour cette raison, il est nécessaire d'établir des mesures, pour comparer les effets des algorithmes.

Pour une image binaire, l'erreur de reconstruction est définie comme suit [33] :

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} |\{f(i,j) - \bar{f}(i,j)\}|$$
(2.84)

Et pour une image niveau de gris la formule s'écrit de la façon suivante :

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \{f(i,j) - \bar{f}(i,j)\}^2}$$

Telle que f(i, j) représente l'image originale et  $\overline{f}(i, j)$  l'image reconstruite.

Dans ce qui suit une illustration de l'erreur de reconstruction des deux cas (images binaires et images niveaux de gris), est présentée.



*Figure 2. 11– Erreur de reconstruction (a) des images binaires : L'alphabet A et l'image d'insecte, (b) et des images niveaux de gris : Lena, et l'image d'enfant Tchebichef.* 

En interprétant le résultat obtenu de l'erreur de reconstruction, on constate que cette dernière se diminue à partir de l'ordre 30 pour l'image binaire, et l'ordre 80 pour l'image niveau de gris, jusqu'à la reconstruction parfaite pour l'ordre maximum qui représente la taille de l'image reconstruite. Afin de poursuivre notre étude la sous-section suivante est consacrée pour une même étude sur les mêmes données mais en utilisant un autre type de moment qui est le moment de Krawtchouk.

#### ii. Reconstruction à partir des moments de Krawtchouk

De la même manière, et en suivant les mêmes étapes on va étudier la robustesse de ces moments pour la reconstruction des images binaires ainsi que les images niveaux de gris, sans oublier à noter que les paramètres p1 et p2 sont fixés à 0.5. En prenant les mêmes images que les moments de Tchebichef on obtient les résultats suivants :

Pour les images binaires :



Figure 2. 12–Reconstruction de deux images binaires pour différents ordres : n+m=16, n+m=24, n+m=32, n+m=40, à partir des moments de Krawtchouk.

Et pour les images niveau de gris on obtient les résultats suivants :



Figure 2. 13–Reconstruction de deux images niveaux de gris pour différents ordres : n+m=20, n+m=40, n+m=60, n+m=80, n+m=100, n+m=120, à partir des moments de Krawtchouk.

Et comme résultat de la variation d'erreur pour les moments de Krawtchouk on a les graphes suivants :



Figure 2. 14– Erreur de reconstruction (a) des images binaires : L'alphabet A et l'image d'insecte, (b) et des images niveaux de gris : Lena, et l'image d'enfant Krawtchouk.

En examinant le résultat obtenu symbolisé par les deux figures ci-dessus, on constate que l'information devient significative en s'approchant de l'ordre maximum.

A noter que parmi les propriétés des moments de Krawtchouk, on cite celle liée aux paramètres p1 et p2, de telle sorte que la variation de ces deux paramètres peut influencer sur la région d'intérêt de la reconstruction. Avec p1 responsable de l'extraction des caractéristiques horizontalement, et p2 verticalement.

Le troisième type décrit dans ce qui suit représente les moments de Dual Hahn.

#### iii. Reconstruction à partir des moments de Dual Hahn

Dans cette partie on va voir les résultats de la reconstruction pour les moments de Dual Hahn qui représentent le cas général des deux moments précédents. A noter que pour remédier au problème des erreurs de calculs au niveau de ces moments, les images seront redimensionnées avec la nouvelle taille  $32 \times 32$  (pour les images niveaux de gris). De plus on fixe les paramètres a, b, et c comme suit :

a = 0, c = 0, et b = 32 taille de l'image.

Pour les images binaires on obtient comme résultat de reconstruction la figure suivante :



Figure 2. 15–Reconstruction de deux images binaires pour différents ordres : n+m=16, n+m=24, n+m=32, n+m=40, à partir des moments de Dual Hahn.

Et pour les images niveau de gris :



Figure 2. 16–Reconstruction de deux images niveaux de gris pour différents ordres : n+m=20, n+m=40, n+m=60, n+m=80, n+m=100, n+m=120, à partir des moments de Dual Hahn.



*Figure 2. 17– Erreur de reconstruction (a) des images binaires : L'alphabet A et l'image d'insecte, (b) et des images niveaux de gris : Lena, et l'image d'enfant Dual Hahn.* 

On constate d'après les courbes des erreurs de reconstruction que l'information devient signifiante en s'approchant de la taille maximale de l'image. Mais ce qui rend les moments de Dual Hahn moins performants est l'erreur de calcul à partir d'une taille de l'image supérieure à 64, ce qui n'est pas le cas pour les moments de Tchebichef et de Krawtchouk, et qui représente l'avantage de ces deux moments par rapport à Dual Hahn.

Dans la section suivante une illustration des moments invariants de Krawtchouk et Tchebichef est introduite, pour montrer l'invariance de ces moments par rotation, translation, et par échelle.

# 2.5.2. Stabilité des moments invariants aux déformations géométriques

Afin d'exploiter la propriété d'invariance des moments par rotation, translation, et par échelle une suite de calculs a été faite sur une image de l'alphabet B de taille  $20 \times 20$ , avec plusieurs déformations. L'idée est de calculer un vecteur de moment nommé vecteur de caractéristiques :

$$V = [M_{20}, M_{02}, M_{12}, M_{21}, M_{30}, M_{03}]$$

Les tableaux suivants illustrent l'invariance des moments de Tchebichef ainsi que de Krawtchouk aux déformations géométriques :

i. Mo	oment	invariants	de	Tche	bichef
-------	-------	------------	----	------	--------

Le moment	n=2	n=0	n=2	n=1	n=3	n=0
d'odre (n,m)	m=0	m=2	m=1	m=2	m=0	m=3
в	7.7828e+004	7.9453e+004	-3.9667e+007	-4.0442e+007	-1.7528e+007	-1.8142e+007
8	7.5632e+004	7.6559e+004	-3.8743e+007	-3.9151e+007	-1.6547e+007	-1.7117e+007
\$	7.5425e+004	7.6259e+004	-3.8571e+007	-3.8896e+007	-1.6402e+007	-1.6844e+007
В	7.5456e+004	7.6670e+004	-3.8595e+007	-3.9352e+007	-1.6565e+007	-1.7041e+007
В	7.5301e+004	7.5684e+004	-3.8411e+007	-3.8689e+007	-1.6393e+007	-1.6461e+007
В	7.4888e+004	7.6585e+004	-3.8366e+007	-3.9487e+007	-1.6380e+007	-1.7075e+007

## ii. Moment invariants de Krawtchouk

Le moment	n=2	n=0	n=2	n=1	n=3	n=0
d'odre (n,m)	m=0	m=2	m=1	m=2	m=0	m=3
в	3.5265e+003	3.6001e+003	- 1.5323e+004	- 1.5623e+004	-1.3374e+004	-1.3843e+004
8	3.4269e+003	3.4690e+003	- 1.4966e+004	- 1.5124e+004	-1.2625e+004	-1.3061e+004
Ø	3.4176e+003	3.4554e+003	- 1.4900e+004	- 1.5025e+004	-1.2515e+004	-1.2853e+004
В	3.4190e+003	3.4740e+003	- 1.4909e+004	- 1.5202e+004	-1.2639e+004	-1.3003e+004
В	3.3932e+003	3.4701e+003	- 1.4821e+004	- 1.5254e+004	-1.2498e+004	-1.3029e+004
В	3.4120e+003	3.4293e+003	- 1.4838e+004	- 1.4946e+004	-1.2508e+004	-1.2560e+004

Les deux tableaux précédents sont les résultats des deux expérimentations faites pour tester la stabilité des moments invariants de Tchebichef et de Krawtchouk par rapport aux variations possibles de l'image (Translation, Rotation, et Echelle). Ces expérimentations ont été faites sur une image binaire représentant l'alphabet B, et en variant cette image par rotation et par translation ainsi que par échelle, on constate que les moments de cette dernière restent invariants à ces transformations.

# 2.6 Conclusion

Après avoir présenté une description détaillée des trois moments orthogonaux discrets connus, Tchebichef, Krawtchouk, et Dual Hahn, ainsi que les moments invariants de Tchebichef et Krawtchouk, une étude expérimentale a été faite au niveau de reconstruction des images 2-D, binaires et niveau de gris, pour étudier la performance de ces moments dans la reconstruction. En suite, pour tester la sensibilité des moments invariants aux transformations liées au rotation, échelle et translation, un ensemble de calculs a été fait pour une image qui a subi plusieurs transformations, ce qui nous a permis de conclure la performance de ces moments qui vont être exploités comme étant des descripteurs de l'image dans la section qui suit.

La prochaine étape, après la mise en place du vecteur de caractéristiques, est d'effectuer la classification des objets (caractères des plaques isolés), autrement dit la reconnaissance de chaque objet. Ce dernier traitement est effectué par des modules spécifiques appelés classificateurs, et sa performance dépend fortement de leur structure et le pouvoir des caractéristiques extraites utilisées.

# Chapitre 3

# Application à la reconnaissance des plaques d'immatriculation

# 3.1 Introduction

La reconnaissance ou classification de forme est une étape qui consiste à reconnaître un objet à partir de sa forme, en attribuant un même label à un ensemble d'objets identiques, cette étape est basée sur l'utilisation d'un descripteur de forme, dans notre cas c'est le vecteur de caractéristiques formé à partir des moments. Pour cela, il est souvent nécessaire de passer par une phase d'apprentissage qui permet au classifieur, c.à.d. au système chargé de classer les objets, de connaître et d'apprendre les descriptions d'un ensemble d'objets (caractère de la plaque isolé). Pour notre étude, nous allons nous baser sur des méthodes d'apprentissage supervisées, à savoir les KNN, les Réseaux de neurones, et les SVMs, afin de tester la robustesse de ces moments dans la reconnaissance des plaques d'immatriculations. Dans la section suivante on présente une brève description des méthodes de classification.

# 3.2 Réseaux de neurones : Perceptron multicouche

Le perceptron multicouche(PMC) est l'un des réseaux de neurones les plus utilisés actuellement, pour la classification supervisée notamment. Dans un réseau de neurones, deux modes de fonctionnement peuvent être distingué. Dans le premier, les paramètres du réseau sont ajustés grâce à la présentation d'exemples pour lesquels on connaît la réponse désirée : ce mode de fonctionnement est appelé « phase d'apprentissage ». Dans le deuxième mode, il s'agit d'exploiter le réseau en lui présentant des données inconnues : ce mode d'utilisation est souvent appelé « phase de reconnaissance ». Le perceptron est organisé en plusieurs couches. La

première est reliée aux entrées, puis ensuite chaque couche reliée à la couche précédente. C'est la dernière couche qui produit les sorties du PMC [34]. De telle sorte que les neurones sont reliés entre eux par des connexions pondérées, ce sont les poids de ces connexions qui gouvernent le fonctionnement du réseau.



Figure 3. 1– Schéma illustrant un perceptron multicouche avec deux couches cachées.

Pour le premier mode de fonctionnement de perceptron multicouche on distingue trois algorithmes :

- Algorithme de rétro-propagation du gradient.
- Algorithme de gradient conjugué.
- Méthodes de second ordre.

Et l'article [35] décrit la méthode exacte du fonctionnement d'adaptation des poids du perceptron multicouche.

Parmi les avantages de ces réseaux de neurones on cite [36]:

- Les réseaux de neurones sont capables de tolérer des données bruitées, ainsi que capable de classer les modèles sur lesquels ils ne sont pas été formés.
- Ils peuvent être utilisés lorsque nous avons peu d'informations sur la relation entre les attributs et les classes.
- Bien adapté pour les entrées et les sorties d'une valeur continue.
- Le succès sur plusieurs applications du monde réel comme la reconnaissance manuscrite de caractère, de la pathologie et de médecine de laboratoire, et beaucoup plus.

Parmi ses inconvénients on cite [36] :

- Nécessitent un long temps d'apprentissage, donc ils sont adaptable aux applications dont ceci est faisable.
- Pauvre interprétation de la connaissance représentée sous la forme d'un réseau d'unités connectées par des liens pondérés.
- Exigent un nombre de paramètres qui doivent être déterminées empiriquement, par exemple la topologie du réseau et sa structure, le nombre de couches cachées, le nombre d'unités dans chaque couche cachée et dans la couche de sortie.

Dans la section suivante on va entamer le deuxième type des méthodes de classification supervisée qui représente les K plus proches voisins.

# **3.3 K-plus proches voisins**

L'algorithme k-plus proches voisins est l'un des algorithmes les plus simples utilisés dans la classification supervisée et le plus connu dans les algorithmes d'instance. Cet algorithme ne nécessite aucune phase de formation. Ceci est que l'ensemble d'entraînement associé à une fonction de distance et d'une fonction de sélection de la classe en fonction des classes des plus proches voisins, qui constitue le modèle.

Cet Algorithme a prouvé son efficacité face au traitement de données textuelles (Yang, 1997). La phase d'apprentissage consiste à stocker les exemples étiquetés. Le classement de nouvelles entrées s'opère en calculant la distance entre la représentation vectorielle de la donnée et celle des exemples du corpus; les k éléments les plus proches sont sélectionnés et l'entrée à classifier, est assigné à la classe majoritaire.

Parmi les avantages de la méthode des K plus proches voisins on cite [36] :

- Facile à comprendre et facile à mettre en œuvre.
- Plus rapide dans l'entraînement que les méthodes d'apprentissage avides.
- Performant pour les applications dont on trouve qu'un exemple peut avoir plusieurs étiquettes de classe.

Parmi les inconvénient de la méthode des K plus proches voisins on cite [36] :

- Sensible à la structure locale des données.
- Ils ont de grands besoins de stockage.

• Ils sont sensibles à la sélection de la fonction de similarité qui est utilisée pour comparer des instances.

Voyons maintenant le troisième type des méthodes de classification supervisée choisi dans ce travail, qui est le SVM.

## 3.4 SVM

Les machines à vecteurs de support (Support Vector Machine, SVM) appelés aussi séparateurs à vaste marge sont des techniques d'apprentissage supervisées destinées à résoudre des problèmes de classification. Les machines à vecteurs supports exploitent les concepts relatifs à la théorie de l'apprentissage statistique et à la théorie des bornes de Vapnik et Chervonenkis 1995. La méthode cherche alors l'hyperplan qui sépare les exemples positifs des exemples négatifs, en garantissant que la marge entre le plus proche des positifs et des négatifs soit maximale. Cela garantit une généralisation du principe car de nouveaux exemples pourront ne pas être trop similaires à ceux utilisés pour trouver l'hyperplan mais être situés d'un côté ou l'autre de la frontière. L'intérêt de cette méthode est la sélection de vecteurs supports qui représentent les vecteurs discriminant grâce auxquels est déterminé l'hyperplan. Les exemples utilisés lors de la recherche de l'hyperplan ne sont alors plus utiles et seuls ces vecteurs supports sont utilisés pour classer un nouveau cas, ce qui peut être considéré comme un avantage pour cette méthode [37].



Figure 3. 2– Illustration du principe des SVMs.

Le Classifieur linéaire est défini comme suit :

$$f(X, w, b): x \rightarrow f(X) = wX + b$$

Avec w, et b sont des paramètres de classifieur et y représente le label.

Le SVM linéaire peut être étendu à un classificateur non linéaire en utilisant une autre fonction noyau.

Noyau linéaire	xy
Noyau polynomiale de degré n	$axy + b^n$
Fonction de base radiale gaussienne avec un écart type $\sigma$ . (GRBF)	$e^{-\frac{\ x-y\ ^2}{2\sigma^2}}$

Tableau 3. 1– Exemple des différentes fonctions noyau utilisée dans les SVMs.

Parmi les avantages de la méthode SVM on cite :

- Les SVMs possèdent des fondements mathématiques solides.
- Les exemples de test sont comparés juste avec les supports vecteur et non pas avec tous les exemples d'apprentissage.
- Décision rapide. La classification d'un nouvel exemple consiste à voir le signe de la fonction de décision f(x).

Parmi les inconvénients de la méthode SVM on cite :

- Grande quantité d'exemples en entrées implique un calcul matriciel important.
- Temps de calcul élevé lors d'une régularisation des paramètres de la fonction noyau.

Après cette brève description des méthodes non-supervisées utilisées dans ce système, la section qui suit représente l'ensemble des résultats obtenues de reconnaissance des plaques d'immatriculation.

# **3.5 Etudes expérimentales**

Finalement, on est arrivé à l'étape concernant l'exploitation de la donnée résultante de l'ensemble des phases décrites précédemment. Cette étape représente la phase finale du système de reconnaissance des plaques d'immatriculation illustrée par la <u>Figure 1.1</u> du chapitre 1, qui donne comme résultat le fruit de ce système qui est la reconnaissance de la plaque, en utilisant les moments comme outil d'extraction des caractéristiques, qui sont considérés comme étant la phase critique du système. Dans ce qui suit un ensemble de résultats vont être introduite en utilisant les méthodes de classifications décrites avant, et en se basant sur les moments dans leur forme récursive d'une part et d'autre part sur les moments invariants comme méthode d'extraction des caractéristiques.

Pour la base de données, et après plusieurs recherches, nous nous sommes mis d'accord sur une base de données de 144 plaques d'immatriculation françaises [22], et la Figure 1.16 présente certains exemples de cette base de données.

A noter qu'on s'est basé sur le logiciel Orange qui implémente des différents classifieurs, c'est un logiciel de visualisation des données, et d'analyse, qui offre une grande boîte d'outils [38].



Sachant qu'après l'élimination des erreurs causées par la phase de segmentation, il nous reste 823 caractères (Alphabet et/ou nombre), qui vont être examinés, pour la phase de reconnaissance en prenant 70% des images pour l'apprentissage, et 30% pour le test pour chaque caractère (par exemple si on a 10 images de la lettre A alors on va prendre sept pour l'apprentissage et les trois restantes seront des éléments de la phase de test).

La sous-section suivante introduit les critères d'évaluation sur lesquelles on s'est basé.

### 3.5.1. Critères d'évaluation

Les performances des méthodes proposées pour la reconnaissance des plaques d'immatriculation de véhicule sont évaluées en termes de taux de rappel et de taux de précision,

ainsi que d'autres critères qui vont être défini ci-dessous. Ces mesures de performance sont calculées en terme de caractères segmentés, et non pas en terme de plaque toute entière.



La précision représente le rapport entre le nombre des éléments pertinents retrouvés (vrais positifs), et le nombre des éléments sélectionnés (vrais positifs+ faux positifs), en d'autre terme c'est la capacité du classifieur d'affecter le modèle à sa vraie classe (par exemple : l'alphabet A appartient à la classe A).

Le rappel est défini par le rapport entre le nombre de vrais éléments reconnus (affectés à leurs vraie classe), et le nombre des éléments existant dans la base de données(les éléments pertinents c.à.d. les éléments de la classe), par exemple pour la classe de l'alphabet A, c'est le nombre des caractères classifier comme étant A et qui sont des A par rapport au nombre total des éléments de la classe A.

Précision de la classification : est la proportion d'exemples correctement classés.

La sensibilité est le nombre d'exemples positifs détectés parmi tous les exemples positifs, par exemple la proportion de caractères A correctement classifiés comme alphabet A. C'est la même chose que le rappel.

Nombre des vrais positifs/(Nombre des vrais positifs + Nombre des faux négatifs)

La spécificité est la proportion d'exemples négatifs détectés parmi tous les exemples négatifs.

Nombre des vrais négatifs/(Nombre des vrais négatifs + Nombre des faux positifs)

**F-mesure** est une moyenne harmonique pondérée de précision et de rappel. 2 \* précision \* rappel/(rappel + précision)

# **3.5.2.** Résultats de classification pour les moments invariants de Krawtchouk

Les tableaux suivants représentent les résultats de la classification en utilisant les moments invariants (Tchebichef et Krawtchouk). A noter que pour les réseaux de neurones on prend 25 couches cachées, pour les KNN on prend k=8 et la distance choisie ça sera la distance de Manhatan. Pour la méthode SVM on prend comme fonction noyau, la fonction RBF, pour toutes les expérimentations qui seront faites après. Et pour le vecteur de caractéristiques concernant les moments invariants on va le prendre comme suit :

$$V = [M_{20}, M_{02}, M_{12}, M_{21}, M_{30}, M_{03}].$$

Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.7952	0.8750	0.9700	0.7568	0.6667	0.8750
SVM	0.7871	1.0000	0.9571	0.7619	0.6154	1.0000
PMC	0.8112	0.9375	0.9785	0.8333	0.7500	0.9375

Tableau 3. 2– Résultats de reconnaissance pour les moments invariants de Krawtchouk

# **3.5.3.** Résultats de classification pour les moments invariants de Tchebichef

Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.6948	0.5625	0.9657	0.5455	0.5294	0.5625
SVM	0.7108	0.9375	0.9356	0.6522	0.5000	0.9375
PMC	0.7952	0.8750	0.9700	0.7568	0.6667	0.8750

Tableau 3. 3– Résultats de reconnaissance pour les moments invariants de Tchebichef



Figure 3. 3– Illustration graphique du résultats de la classification pour les moments invariants de Tchebichef et Krawtchouk.

# 3.5.4. Résultats de classification pour les moments de Krawtchouk

Pour cette étude on va varier l'ordre des moments pour exploiter l'impact de ce dernier sur les résultats de la classification.

Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.8514	1.0000	0.9742	0.8421	0.7273	1.0000
SVM	0.8635	1.0000	0.9871	0.9143	0.8421	1.0000
РМС	0.8594	0.9375	0.9871	0.8824	0.8333	0.9375

Tableau 3. 4– Résultats de reconnaissance pour les moments de Krawtchouk avec l'ordre =8(m=4, et n=4)

Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.8635	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
SVM	0.8675	0.8889	1.0000	0.9412	1.0000	0.8889
PMC	0.8835	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8889

Tableau 3. 5–Résultats de reconnaissance pour les moments de Krawtchouk avec l'ordre =16 (m=8, et n=8)
Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.8514	1.0000	0.9700	0.8205	0.6957	1.0000
SVM	0.8474	1.0000	0.9914	0.9412	0.8889	1.0000
PMC	0.8474	0.8125	0.9957	0.8667	0.9286	0.8125

Tableau 3. 6- Résultats de reconnaissance pour les moments de Krawtchouk avec l'ordre=32 (m=16, et n=16)



Figure 3. 4– Illustration graphique des résultats de la classification pour les moments de Krawtchouk, en variant l'ordre de ces moments.

# **3.5.5.** Résultats de classification pour les moments de Tchebichef

Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.8594	1.0000	0.9871	0.9143	0.8421	1.0000
SVM	0.8675	0.9375	0.9957	0.9375	0.9375	0.9375
PMC	0.8635	0.8750	1.0000	0.9333	1.0000	0.8750

Tableau 3. 7– Résultats de reconnaissance pour les moments de Tchebichef avec l'ordre =8 (m=4, et n=4)

Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.8715	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
SVM	0.8835	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
PMC	0.8876	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tableau 3. 8– Résultats de reconnaissance pour les moments de Tchebichef avec l'ordre =16 (m=8, et n=8)

Méthode	Précision de la classification	Sensibilité	Spécificité	F-mesure	Précision	Rappel
KNN	0.8594	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
SVM	0.8514	0.8889	1.0000	0.9412	1.0000	0.8889
PMC	0.8835	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tableau 3. 9– Résultats de reconnaissance pour les moments de Tchebichef avec l'ordre =32 (m=16, et n=16)



Figure 3. 5– Illustration graphique des résultats de la classification pour les moments de Tchebichef, en variant l'ordre de ces moments.

### 3.6 Analyse et discussion

En comparant les deux méthodes Krawtchouk et Tchebichef, d'une part on constate que malgré le nombre des attributs moments invariants représentés dans le vecteur caractéristique, ils donnent des bons résultats, pour la classification des caractères de la plaque, de plus les moments invariants de Krawtchouk sont meilleurs par rapport aux moments invariants de Tchebichef. D'autre part on remarque l'influence de l'ordre des moments sur les résultats de la classification en prenant trois ordres différents, en les comparants on constate que le deuxième

ordre donne des meilleurs taux de reconnaissance puisque les moments d'ordre maximal présentent un problème d'amplification du bruit, ce qui rend l'ordre 16 un ordre optimal.

#### 3.7 Conclusion

Dans ce troisième chapitre nous sommes opté à présenter brièvement les trois calssifieurs utilisés dans la classification des plaques, suivie d'un ensemble d'expérimentations basées sur les moments, et les moments invariants de Tchebichef et Krawtchouk. Au niveau des résultats on constate l'influence de l'ordre des moments sur la classification, et l'impact performant des moments invariants malgré leur nombre (6 moments invariants) sur la classification. Donc on conclut que les moments et les moments invariants de Tchebichef et Krawtchouk se présentent efficace dans l'extraction des caractéristiques, dans un système de reconnaissance des plaques d'immatriculation.

## **Conclusion Générale**

Le travail suivant représente le fruit d'une recherche dans le domaine de la reconnaissance des plaques d'immatriculation, dans lequel nous nous sommes intéressés à extraire les caractéristiques des plaques, en utilisant la théorie des moments. Premièrement nous avons exposé les différentes étapes de prétraitement contenant la phase de détection de la région de la plaque, ainsi qu'une étape de segmentation, dans laquelle nous avons combiné deux méthodes connues, pour isoler les caractères de la plaque, en illustrant ces étapes par des expérimentations. Ensuite nous avons introduit la notion de la théorie des moments, en focalisant notre étude sur les moments de Tchebichef, Krawtchouk, et Dual Hahn, ainsi que les invariants des deux premiers, pour extraire les caractéristiques de l'image caractère, mais dans le but d'approfondir notre étude concernant la méthode des moments une recherche liée à cette dernière a été faite en se concentrant sur la robustesse des moments d'une part dans le domaine de la reconstruction des images binaires, ainsi que les images niveaux de gris, et d'autre part dans le domaine de reconnaissance, avec la propriété d'invariance aux déformations géométriques (rotation, translation, et échelle ).

Pour tester et évaluer notre système de reconnaissance, nous avons utilisé une base de données des plaques d'immatriculation françaises. Les résultats de reconnaissance obtenus montrent l'impact de l'ordre des moments sur la reconnaissance et prouvent l'efficacité des moments invariants aux déformations géométriques, malgré leurs nombre réduit (6 moments invariants), dans la représentation du vecteur caractéristique.

Comme perspective, nous allons traiter les images des caractères par régions pour éliminer certaines erreurs liées à la confusion entre les caractères proches (B/8), de même nous allons tester d'autres types des moments comme étant des descripteurs de l'image dans la reconnaissance des plaques. De plus nous allons appliquer le même processus mais cette fois sur les plaques d'immatriculation marocaines, afin de réaliser une application de reconnaissance des plaques d'immatriculation marocaines en utilisant la théorie des moments.

### Références

- [1] B. Hongliang et L. Changping, « A hybrid license plate extraction method based on edge statistics and morphology », in *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition*, 2004. ICPR 2004, 2004, vol. 2, p. 831-834 Vol.2.
- [2] S. K. Kim, D. W. Kim, et H. J. Kim, « A recognition of vehicle license plate using a genetic algorithm based segmentation », in , *International Conference on Image Processing*, 1996. *Proceedings*, 1996, vol. 1, p. 661-664 vol.2.
- [3] S. Kim, D. Kim, Y. Ryu, et G. Kim, « A robust license-plate extraction method under complex image conditions », in 16th International Conference on Pattern Recognition, 2002. Proceedings, 2002, vol. 3, p. 216-219 vol.3.
- [4] Y. Zheng, H. Li, et D. Doermann, « Machine printed text and handwriting identification in noisy document images », *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 26, nº 3, p. 337-353, mars 2004.
- [5] Z. Bin, L. Yong, et X. Shao-Wei, « Support vector machine and its application in handwritten numeral recognition », in *15th International Conference on Pattern Recognition, 2000. Proceedings*, 2000, vol. 2, p. 720-723 vol.2.
- [6] R. G. Wijnhoven et P. H. De With, « Identity verification using computer vision for automatic garage door opening », *Consum. Electron. IEEE Trans. On*, vol. 57, nº 2, p. 906-914, 2011.
- [7] T.-D. Chen, « License-plate recognition using DWT and neural network », *Int. J. Wavelets Multiresolution Inf. Process.*, vol. 4, nº 4, p. 601-615, 2006.
- [8] R. Mukundan, S. H. Ong, et P. A. Lee, « Image analysis by Tchebichef moments », *Image Process. IEEE Trans. On*, vol. 10, nº 9, p. 1357-1364, 2001.
- [9] P.-T. Yap, R. Paramesran, et S.-H. Ong, « Image analysis by Krawtchouk moments », *Image Process. IEEE Trans. On*, vol. 12, nº 11, p. 1367-1377, 2003.
- [10] H. Zhu, H. Shu, J. Zhou, L. Luo, et J. L. Coatrieux, « Image analysis by discrete orthogonal dual Hahn moments », *Pattern Recognit. Lett.*, vol. 28, nº 13, p. 1688-1704, oct. 2007.
- [11] M.-K. Hu, « Visual pattern recognition by moment invariants », *IRE Trans. Inf. Theory*, vol. 8, n° 2, p. 179-187, févr. 1962.
- [12] M. R. Teague, « Image analysis via the general theory of moments\* », JOSA, vol. 70, nº 8, p. 920-930, 1980.
- [13] H. Erdinc Kocer et K. Kursat Cevik, « Artificial neural networks based vehicle license plate recognition », *Procedia Comput. Sci.*, vol. 3, p. 1033-1037, 2011.
- [14] L. Zheng, X. He, B. Samali, et L. T. Yang, « An algorithm for accuracy enhancement of license plate recognition », *J. Comput. Syst. Sci.*, vol. 79, n° 2, p. 245-255, mars 2013.
- [15] J. Liu, J. Xiang, et F. Liao, « License Plate Location Based on Texture Analysis and Projection Approach », in Advanced Materials Research, 2013, vol. 790, p. 479-483.
- [16] « Contrast Enhancement Techniques ».
- [17] M. Trauth, *MATLAB® Recipes for Earth Sciences*. Springer, 2015.

- [18] Y.-Q. Shi, H. J. Kim, F. Pérez-González, et C.-N. Yang, *Digital-Forensics and Watermarking: 13th International Workshop, IWDW 2014, Taipei, Taiwan, October 1-4, 2014. Revised Selected Papers.* Springer, 2015.
- [19] « 2-D median filtering MATLAB medfilt2 ».
- [20] J. Tian, R. Wang, G. Wang, J. Liu, et Y. Xia, « A two-stage character segmentation method for Chinese license plate », *Comput. Electr. Eng.*, vol. 46, p. 539-553, août 2015.
- [21] « Microsoft Research Cambridge Object Recognition Image Database Microsoft Research ».
- [22] « Plaques d'immatriculation françaises à partir de 2004/2009 ».
- [23] P. K. B. Gaurav Kumar, « A Detailed Review of Feature Extraction in Image Processing Systems », 2014.
- [24] B. Al-Badr et S. A. Mahmoud, « Survey and bibliography of Arabic optical text recognition », *Signal Process.*, vol. 41, n<sup>o</sup> 1, p. 49-77, 1995.
- [25] C. H. Teh et R. T. Chin, « On image analysis by the methods of moments », *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 10, nº 4, p. 496-513, juill. 1988.
- [26] « 288CT 12584531\_cisst01.pdf ». .
- [27] S. A. Dudani, K. J. Breeding, et R. B. McGhee, « Aircraft Identification by Moment Invariants », *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-26, nº 1, p. 39-46, janv. 1977.
- [28] R. Y. Wong et E. L. Hall, « Scene matching with invariant moments », *Comput. Graph. Image Process.*, vol. 8, nº 1, p. 16-24, août 1978.
- [29] M. Kumar Vijay, Cross-Disciplinary Applications of Artificial Intelligence and Pattern Recognition: Advancing Technologies: Advancing Technologies. IGI Global, 2011.
- [30] A.-H. Mohammad Ali, Advanced Techniques in Multimedia Watermarking: Image, Video and Audio Applications: Image, Video and Audio Applications. IGI Global, 2010.
- [31] H. Zhu, H. Shu, T. Xia, L. Luo, et J. Louis Coatrieux, « Translation and scale invariants of Tchebichef moments », *Pattern Recognit.*, vol. 40, n° 9, p. 2530-2542, sept. 2007.
- [32] S. N. Yaakob, P. Saad, et M. F. Jamlos, « On Analysis of Invariant Characteristic for Moment Invariant Techniques », 2006.
- [33] R. Mukundan, « Some computational aspects of discrete orthonormal moments », *Image Process. IEEE Trans. On*, vol. 13, nº 8, p. 1055-1059, 2004.
- [34] P. Comon, « Classification supervisée par réseaux multicouches », *Trait. Signal*, vol. 8, nº 6, p. 387-407, 1991.
- [35] J. de Villiers et E. Barnard, « Backpropagation neural nets with one and two hidden layers », *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 4, nº 1, p. 136-141, janv. 1993.
- [36] H. Bhavsar et A. Ganatra, « A comparative study of training algorithms for supervised machine learning », *Int. J. Soft Comput. Eng. IJSCE*, vol. 2, nº 4, p. 2231-2307, 2012.
- [37] B. El Kessab, C. Daoui, et B. Bouikhalene, « Moroccan-style PlateS Recognition Based on Support Vectors Machines », 2015.
- [38] « Orange Data Mining ».