



N° d'ordre : 08/2012

THESE DE DOCTORAT

Présentée par

Mr : Khalid Louartiti

Spécialité : Algèbre

Sujet de la thèse :

Autour de Quelques Propriétés Algébriques de l'Amalgamée d'un Anneau le long d'un Idéal

Thèse présentée et soutenue le **22 Juin 2013** devant le jury composé de :

Nom Prénom	Titre	Etablissement	
Omar SIDKI	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Président
Habib BOUZRAA	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Examineur
Mohamed Abdou ELOMARY	PH	Faculté des Sciences et Techniques Errachidia	Examineur
Najib MAHDOU	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Directeur de thèse
Mostafa KHALOUI	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Rapporteur
Anis OUADGHIRI	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Examineur
Lahcen OUKHTITE	PH	Faculté des sciences et Techniques Errachidia	Rapporteur
Aziza Rahmouni HASSANI	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Rapporteur

Laboratoire d'accueil : Algèbre, Analyse Fonctionnelle et Applications

Etablissement : Faculté des Sciences et Techniques



Résumé de la thèse

L'algèbre commutative est la branche des mathématiques qui étudie les anneaux commutatifs, leurs idéaux, les modules et les algèbres. Elle est fondamentale pour la géométrie algébrique et pour la théorie algébrique des nombres.

Cette thèse s'intéresse plus particulièrement au transfert de quelques propriétés algébriques sur l'algèbre amalgamée le long d'un idéal. En l'occurrence, *la régularité au sens de Von Neumann, la condition SFT* et les conditions associées à *la multiplication, la propriété (A) (forte), les conditions des chaînes d'idéaux*.

La thèse se décompose de la manière suivante :

► Dans le premier chapitre, nous examinons quand est ce qu'une algèbre amalgamée le long d'un idéal suivant un homomorphisme d'anneaux est *régulière au sens de Von Neumann* et quand est ce qu'elle vérifie *la condition SFT*.

Nos résultats enrichissent la littérature par des exemples originaux.

► Dans le deuxième chapitre, nous donnons plusieurs exemples d'anneaux qui ne sont pas des anneaux de *multiplication*. Nous étudions ensuite dans quelles conditions un idéal *homogène* de l'algèbre amalgamée est un idéal de *multiplication*, un idéal *fidèle* ou un idéal de *cancellation*.

► Dans le troisième chapitre, nous étudions la classe d'anneaux sur lesquels chaque image homomorphe est un *(A)-anneau (fort)*.

► Dans le dernier chapitre, nous étudions quand est ce qu'une algèbre amalgamée le long d'un idéal suivant un homomorphisme d'anneaux est un *ϕ -anneau*. Dans ce cadre, nous étudions deux conditions de chaîne différentes sur cette structure : la condition de *nonnil-Noethérien* et la condition de *spectre Noethérien*.

Mots et phrases clés : Régulier au sens de Von Neuman, la condition SFT, idéal de multiplication, idéal de cancellation, (A)-anneau (fort), (A)-anneau fidèle (fort), idéal premier divisible, nonnil-Noethérien, spectre Noethérien, ϕ -anneau, l'extension triviale d'un anneau, la duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal.

Table des Matières

Résumé	xi
Summary	xii
Introduction	1
Introduction (en Anglais)	18
1 Autour des conditions SFT et régularité au sens de Von Neumann sur la duplication amalgamée le long d'un idéal suivant un homomorphisme	3
1.1 Introduction	3
1.2 La duplication amalgamée le long d'un idéal suivant un homomorphisme d'anneaux régulière au sens de Von Neumann	5
1.3 La duplication amalgamée le long d'un idéal suivant un homomorphisme d'anneaux et la condition <i>SFT</i>	6
2 Le transfert des conditions associées à la multiplication à travers la duplication amalgamée d'un anneau le long d'un idéal	8
2.1 Introduction	8
2.2 Résultats principaux	9
3 Les anneaux où toute image homomorphe satisfait la propriété (A) (forte)	11
3.1 Introduction	11
3.2 Résultats principaux	12
4 Les conditions de chaîne dans les duplications amalgamées le long d'un idéal suivant un homomorphisme	15

4.1 Introduction	15
4.2 Résultats principaux	16
Bibliographie	53