



UNIVERSITE SIDI MOHAMMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE FES

THESE

Pour l'obtention du Doctorat

Présentée par
Elakkad Abdeslam

Spécialité : Méthodes Numériques

Intitulé

**Modélisation numérique des écoulements de fluides
incompressibles par les méthodes des éléments finis mixtes et
mixtes hybrides**

Soutenue le 20/05/2010

Devant le jury :

Pr M. ICHCHOU	Ecole centrale de Lyon-France	Président
Pr A. EL MARJANI	Ecole Mohammedia des Ingénieurs, Rabat	Rapporteur
Pr M. AKHMOUCH	Fac. des Sciences et Techniques, Fès	Rapporteur
Pr A. SEDDOUKI	Fac. des Sciences et Techniques, Fès	Examineur
Pr A. SAKA	Ecole supérieure de Technologie, Fès	Examineur
Pr N. GUESSOUS	Ecole Normale Supérieure, Fès	Co-Directeur de thèse
Pr A. ELKHALFI	Fac. des Sciences et Techniques, Fès	Directeur de thèse

Table des matières

0	Introduction	9
0.1	Objectif	9
0.2	Etude bibliographique	9
0.3	Organisation du mémoire	13
1	Problème de transport	15
1.1	Caractéristiques d'un milieu poreux	15
1.1.1	Types d'eaux	16
1.1.2	Masses volumiques	16
1.1.3	Porosité	16
1.1.4	Perméabilité	17
1.2	Ecoulement en milieu poreux	17
1.2.1	Milieu poreux	17
1.2.2	Principe de la conservation de la masse	18
1.2.3	Equation du mouvement : Loi de darcy	19
1.3	Modèle Mathématique	19
1.4	L'espace de Raviart-Thomas	20
1.5	Discrétisation par la méthode des éléments finis mixtes	22
1.6	Discrétisation par la méthode des éléments finis mixtes hybrides	24
1.7	La méthode des volumes finis pour l'équation de diffusion	27
1.8	La méthode des volumes finis pour l'équation de saturation	28
1.8.1	Le schéma explicite	29
1.8.2	Le schéma implicite	29
1.9	Résultats numériques	30
1.10	Conclusion	35
2	Résolution des équations de Navier-Stokes	37
2.1	Traitement du problème de Stokes par la méthode EFM	37
2.1.1	Modèle Mathématique	38
2.1.2	Approximation par éléments finis Mixtes	41
2.1.3	Estimation a posteriori d'erreur	43
2.1.4	Simulations Numériques	47
2.2	Traitement du problème de Navier-Stokes par la méthode EFM	54
2.2.1	Modèle Mathématique	54
2.2.2	Approximation par éléments finis Mixtes	56
2.2.3	Estimations a posteriori d'erreur	59

2.2.4	Simulations Numériques	65
2.3	Traitement du problème de Navier-Stokes par la méthode des éléments finis stabilisés	79
2.3.1	Modèle Mathématique	79
2.3.2	Approximation par éléments finis stabilisés	82
2.3.3	Estimations d'erreur	84
2.3.4	Simulations numériques	86
3	Conclusions et Perspectives	91
	Bibliographie	92
A	Combined Mixed Hybrid Finite Element and Finite Volume Method for Flow in Porous Media (International Journal of Mathematics and Statistics, Special Volume 7, Number W10, pp. 24-31, winter 2010)	105
B	Combined Nodal Method and Finite Volume Method for Flow in Porous Media (Journal Wireless Sensor Network, Volume 2, pp. 227-232, 2010)	
C	A posteriori error estimation for Stokes equations (Journal of Advanced Research in Applied Mathematics. Volume 2, Issue 1, pp. 1-16, 2010)	
D	A Mixed finite element Method for modeling incompressible flow problem (accepté, J. Advances in Applied Mathematics and Mechanics)	
E	Solutions of Navier-Stokes equations using Mixed finite element Method (accepté, Journal of Mathematics and statistics)	