



THÈSE

Présentée à
Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des Sciences et Techniques
Fès-saïss

Pour l'obtention du diplôme
DOCTORAT EN MATHÉMATIQUES

PAR
Khalid Ouarghi

Dimension Homologique de Gorenstein des Anneaux et des Modules

Date de Soutenance : 4 Juillet 2009

Devant le Jury

Prof. A. Benkirane	FS	Fès	Président
Prof. N. Boudi	FS	Meknès	Membre Rapporteur
Prof. S. El Baghdadi	FST	Beni Mellal	Membre
Prof. M. El Kahaoui	FS	Marrakech	Membre
Prof. N. Mahdou	FST	Fès	Directeur de Thèse
Prof. L. Oukhtil	FST	Errachidia	Membre
Prof. M. Sobrani	FST	Fès	Membre Rapporteur
Prof. S. Yassemi	IPM	Tehran (Iran)	Rapporteur

RESUME

Durant les dernières décennies, la théorie de la dimension homologique de Gorenstein a joué un rôle important dans le domaine de l'algèbre commutative et non-commutative. En effet, de fameux mathématiciens tels que, M. Auslander, M. Bridger, L. Avramov, H. Foxby, E. Enochs, O. Jenda, L. Christensen et d'autres, ont fait de ce domaine un grand espace de recherche dont notre présente thèse a pris part.

Cette thèse, constituée de cinq chapitres recouvrant cinq articles [16, 17, 45, 46, 47], s'est développée dans la théorie de dimensions homologiques de Gorenstein. Tout d'abord, on a caractérisé les anneaux sur lesquels tous les modules sont projectifs de Gorenstein (resp., projectifs de Gorenstein forts). Et puis, on a étudié la dimension globale de Gorenstein des extensions triviales. Ensuite, on a étudié les anneaux sur lesquels tout module projectif de Gorenstein (fort de type fini) est projectif. Après, on a introduit une nouvelle classe d'anneaux définis par : pour deux entiers $n, d \geq 0$, un anneau R est dit $G-(n, d)$ -anneau si tout module n -présenté est de dimension projective de Gorenstein au plus égale à d . Finalement, on a étudié la conjecture "tout module auto-orthogonal projectif de Gorenstein est projectif", à laquelle on a proposé les modules éventuellement périodiques projectifs de Gorenstein comme solution.

Table des matières

Dédicace	ii
Remerciement	iii
Résumé	viii
Introduction	1
Summary	14
Introduction (English)	15
1 Anneaux G-semisimples et SG-semisimples	27
1.1 Introduction	27
1.2 Anneaux G -semisimples	28
1.3 Anneaux SG -semisimples	29
2 Dimensions de Gorenstein dans les extensions triviales d'Anneaux	34
2.1 Introduction	34
2.2 Transfert des propriétés de Gorenstein aux extensions triviales .	35
2.3 Dimension globale de Gorenstein de quelques extensions triviales	38
3 Anneaux vérifiant tout module projectif de Gorenstein (fort de type fini) est projectif	42
3.1 Introduction	42
3.2 Anneaux sur lesquels tout module projectif de Gorenstein (fort de type fini) est projectif	43
3.3 Exemples	49
4 Les $G - (n, d)$-anneaux	52
4.1 Introduction	52
4.2 Résultats principaux	53
4.3 Exemples	58

5 Auto-orthogonalité et projectivité de Gorenstein	62
5.1 Introduction	62
5.2 Résultats principaux	63
Bibliographie	66