

THESE

Présentée à

UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
Faculté des Sciences et Techniques
FES

Pour l'obtention du diplôme

DOCTORAT
En Mathématiques

par

Driss BENNIS



Dimensions Homologiques de Gorenstein

Date de soutenance : 25 Juin 2008. Devant le Jury :

Prof. S. Bouchiba	Univ. de Meknes	Morocco	Membre Rapporteur
Prof. A. Bouvier	Haut Conseil de l'Educ.	France	Président
Prof. F. Couchot	Univ. de Caen	France	Membre Rapporteur
Prof. M. Fontana	Università di Roma Tre	Italy	Membre
Prof. S. Glaz	Univ. of Connecticut	USA	Membre
Prof. S. Kabbaj	KFUPM	KSA	Membre
Prof. N. Mahdou	FST Univ. de Fez	Morocco	Directeur de Thèse
Prof. M. Sobrani	FST Univ. de Fez	Morocco	Membre Rapporteur
Prof. S. Yassemi	IPM-Tehran	Iran	Membre Rapporteur

RESUME

La théorie classique des dimensions projective, injective, et plate des modules joue un rôle important dans le domaine d'algèbre commutative et non-commutative.

Les meilleurs raffinements des trois dimensions homologiques classiques sont les dimensions projective, injective, et plate de Gorenstein.

Dans les dernières années, plusieurs mathématiciens sont intéressés par la théorie des dimensions homologiques de Gorenstein; ils ont montré qu'il y a une grande similitude entre cette théorie et la théorie des dimensions homologiques classiques (voir Références).

Dans cette thèse, nous exposons, en six chapitres recouvrant six articles [8, 9, 13, 10, 11, 12], notre contribution à la théorie des dimensions homologiques de Gorenstein par quelques nouveaux résultats et quelques généralisations des résultats connus.

Mots Clés. Modules projectif, injectif, et plat de Gorenstein; modules projectif, injectif, et plat de Gorenstein forts; dimensions homologiques de Gorenstein des modules et des anneaux; anneaux (n -)Gorenstein; anneaux quasi-Frobenius; anneaux n -FC; théorème des syzygies de Hilbert; produits directs finis d'anneaux; dimension de cotorsion des modules et des anneaux; anneaux (n -)parfaits; anneaux GF-clos.

Contents

Dedication	ii
Acknowledgements	iii
Résumé	iv
Summary	v
Contents	vi
Introduction (Français)	1
Introduction (English)	21
1 Strongly Gorenstein projective, injective, and flat modules	40
1.1 Strongly Gorenstein projective and strongly Gorenstein injective modules	40
1.2 Strongly Gorenstein flat modules	47
2 Rings over which all modules are strongly Gorenstein projective	52
2.1 Preliminaries	52
2.2 G-semisimple rings	54
2.3 SG-semisimple rings	55
3 Rings over which the class of Gorenstein flat modules is closed under extensions	60
3.1 Gorenstein flat dimension over left GF-closed rings	60
3.2 Gorenstein flat dimension in direct products of rings	71
4 Global Gorenstein dimensions of polynomial rings and of direct products of rings	74
4.1 Gorenstein dimensions of polynomial rings	74
4.2 Gorenstein dimensions of direct products of rings	78

5	Global Gorenstein Dimensions and Cotorsion Dimension of Rings	83
5.1	Main results	83
6	Global Gorenstein Dimensions	91
6.1	Gorenstein global dimension of rings	91
6.2	Gorenstein weak dimension of rings	98
	Bibliography	103