

THESE

présentée à

L'UNIVERSITÉ S.M. BEN ABDALLAH-FEZ
Faculté des Sciences et Techniques "Fès-Saïss"

pour obtenir le grade de

Docteur d'État Es-Sciences Mathématiques

par

Abdelmajid HILALI

Aspect algorithmique des ordres

Soutenue le : 03 Novembre 2006

Devant le Jury :

Prof. M. Bekkali	F.S.T. Fès-Saïss	MAROC	Directeur de thèse
Prof. A. El Hilali Alaoui	F.S.T. Fès-Saïss	MAROC	Membre, Rapporteur
Prof. R. El Kouch	INPT-Rabat	MAROC	Membre
Prof. M. Kabil	F.S.T. Mohammedia	MAROC	Membre, Rapporteur
Prof. M. Khalis	F.S.T. Settat	MAROC	Membre, Rapporteur
Prof. H. Oukili	F.S.T. Fès-Saïss	MAROC	Président
Prof. M. Sobrani	F.S.T. Fès-Saïss	MAROC	Membre

Résumé

Nous généralisons les graphes d'intervalles en introduisant les graphes de chemins orientés généralisés comme étant les graphes d'intersection des chemins d'un arbre orienté. Nous donnons une caractérisation en terme de cliques maximales et puis nous dressons une liste de configurations interdites. Les graphes faiblement triangulés sont caractérisés par l'existence d'un ordre d'élimination des co-paires. Nous montrons que pour tout sommet d'un graphe faiblement triangulé, il existe un ordre d'élimination des co-paires qui se termine par les arêtes incidentes à ce sommet.

Nous définissons les ordres de contiguïté comme possédant une extension linéaire pour laquelle chaque ensemble de successeurs directs apparaît comme un intervalle. Nous étudions cette nouvelle classe d'ordres dont la reconnaissance est linéaire, ainsi que certaines restrictions. Cette classe contient en particulier les ordres d'intervalles et les ordres sans "N", ce qui entraîne la NP-complétude des problèmes liés à la dimension et du nombre de sauts. Nous montrons que le calcul du nombre d'extensions linéaires de contiguïté est $\#P$ -complet. Concernant les ordres de contiguïté de hauteur égale à un, nous prouvons que le calcul de la dimension est un problème polynomial. Nous établissons également l'invariance de comparabilité pour la classe des ordres de double contiguïté ainsi que la NP-complétude du problème de la dimension pour les ordres de forte contiguïté.

Table des matières

Introduction	4
I Classes de graphes	9
1 Préliminaires	11
1.1 Graphes	11
1.2 Hypergraphes	14
1.3 Ensembles ordonnés	16
1.4 Invariant de comparabilité	19
1.5 Complexité	20
2 Graphes de chemins orientés généralisés	27
2.1 Graphes triangulés	28
2.2 Caractérisations des graphes de chemins orientés généralisés	32
2.2.1 C-critiques	40
3 Graphes faiblement triangulés	51
3.1 Introduction	51
3.2 Relations entre graphes triangulés et faiblement triangulés	52
II Ordres de contiguïté	63
1 Ordres de contiguïté de hauteur égale à un	69
1.1 Hypergraphe d'intervalles	69
1.2 Reconnaissance des ordres de contiguïté supérieure de hauteur égale à un	73

1.3	Dimension des ordres de contiguïté supérieure de hauteur égale à un	85
2	Ordres de contiguïté	91
2.1	Théorème de caractérisation	93
2.2	Reconnaissance	95
2.3	Nombre d'extensions linéaires de contiguïté supérieure	101
2.4	Ordres de contiguïté totale	104
3	Ordres de double et forte contiguïté	107
3.1	Ordres de double contiguïté	107
3.1.1	Invariance de comparabilité	107
3.1.2	Classes de double contiguïté	109
3.2	Ordres de forte contiguïté	116
3.2.1	Classe d'ordres de forte contiguïté	118
3.2.2	Reconnaissance des ordres de forte contiguïté	120
3.2.3	Dimension des ordres de forte contiguïté	120
3.2.4	La mesure $Minmax(P)$	123