

A7 T₁

THÈSE

présentée à la Faculté des Sciences et Techniques de Marrakech

pour obtenir le grade de :

Docteur

UFR : Mathématiques et Informatique

Spécialité : Mathématiques Appliquées.

Transformation Champ Proche / Champ Lointain en Coordonnées Sphéroïdales.

par :

Zouhir MAHANI

(DESA : Analyse Mathématique & Calcul Scientifique)

soutenue le 27 Mars 2008 devant la commission d'examen :

J.CH. Bolomey	P.H.C.	Supelec, Paris-Sud	Président
H. Al-moatassim	P.H.	FST, Marrakech	Rapporteur
N. Alaa	P.E.S.	FST, Marrakech	Examinateur
A. HAKIM	P.E.S.	FST, Marrakech	Encadrant
A. ZIYYAT	P.E.S.	F.S, Oujda	Co-Encadrant

Résumé :

La caractérisation d'une antenne requiert le relevé du diagramme de rayonnement, nécessaire à son bilan de liaison. La méthode la plus évidente est de mesurer ce diagramme de rayonnement dans son champ lointain. Or, celui-ci est formé à une distance qui peut atteindre plusieurs kilomètres. Cette caractérisation nécessiterait donc des bases de mesure extérieures. Mais, à moins de configurations géographiques, celles-ci sont sujettes aux effets de l'environnement. A ces difficultés viennent s'ajouter le coût exorbitant de telle installation et parfois des contraintes de confidentialité.

Une des solutions à ces divers problèmes est la Technique du Champ Proche. Elle repose sur la "mesure dans la zone proche" du champ rayonné par l'antenne puis par calcul numérique, nous pouvons obtenir le diagramme du rayonnement. Ce traitement numérique est indiqué sous le nom Transformation Champ Proche / Champ Lointain. Cette technique est appropriée pour une installation de base dans une chambre anéchoïque en raison de sa compacité relative. Elle permet ainsi des bases de mesure à faible coût, avec une disponibilité et une confidentialité absolues.

Dès études ont été consacrées aux principaux systèmes de coordonnées : planes, cylindriques et sphériques. Les systèmes planes et cylindriques conviennent assez aux antennes très directives. Par contre pour les antennes peu directives, ces systèmes de coordonnées souffrent d'une erreur de troncature. Celle-ci, négligeable dans le premier cas, devient inacceptable dans le cas d'une antenne reconfigurable ou peu directive.

La géométrie idéale devrait avoir une surface fermée pour éliminer toute erreur de troncature. La transformation et l'exécution dans le cas sphérique répondent bien à ce souci. Mais pour les antennes de taille très variées, cette géométrie sphérique est trop avide en temps de mesure et espace dans la chambre anéchoïde. La géométrie sphéroïdale permet d'éviter ces inconvénients en allongeant le sphéroïde de mesure afin de marier la forme de l'antenne. D'autre part, ce bénéfice est fait au prix de l'exécution d'un algorithme beaucoup plus compliqué.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Historique de la transformation CP/CL	2
1.2	Motivation de la transformation	4
2	Formulation théorique	9
2.1	Formulation de la transformation CP / CL	10
2.1.1	Les données mesurées	10
2.1.2	Sortie de la transformation	16
2.2	Formulation du problème et construction des solutions	17
2.2.1	Équation régissante	17
2.2.2	Réduction de l'équation vectorielle de Helmholtz	18
2.2.3	Décomposition de l'équation de Helmholtz	21
2.2.4	Les problèmes de Sturm-Liouville auto-Adjoint	24
2.2.5	Solution générale de l'équation	30
2.2.6	L'état des conditions limites imposées	43
2.2.7	Développement en ondes harmoniques sphéroïdales	45
2.2.8	Construction de solution particulière	47
2.3	Les algorithmes de transformation CP / CL	52
2.4	Prolongation pour le cas vectorielle	55
3	Évaluation des fonctions spéciales	57
3.1	Précision et exactitude numériques	58
3.2	Calcul des valeurs propres	59
3.3	Calcul des harmoniques sphéroïdales angulaires	63
3.4	Ordre des harmoniques	65
3.5	Fonctions radiales sphéroïdales prolates	66
3.5.1	Fonctions de Bessel sphériques	76
3.5.2	Coefficients à indice non-entier	79

3.5.3	Fonctions associées de Legendre	82
4	Validation de la transformation	89
4.1	validation numérique	89
4.2	Calcul des intégrales	94
4.3	Effet de sphéroïdité	97
4.4	Échantillonnage	104
4.4.1	Introduction	104
4.4.2	Critère d'échantillonnage	104
4.5	Conclusion	110
	Annexes :	110
A	Les systèmes de coordonnées sphéroïdales oblate et prolata	111
B	Le laplacien scalaire en coordonnées sphéroïdales	115
C	La séparation de variables de l'équation de Helmholtz sphéroïdale	117
D	Les fonctions de Legendre	119
E	Liste des publications	123