



UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES – FES

Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques de l'Ingénieur



N° d'ordre : 18/2013

THESE DE DOCTORAT

Présenté par

Mr : Jaouad EL-MEKKAOUI

Spécialité :

Mathématiques Appliquées

Sujet de la thèse :

Contribution à la résolution numérique du problème de Navier-Stokes en utilisant la condition aux limites généralisée

Thèse présentée et soutenue à la FST de Fès le 30 novembre 2013, devant le jury composé de :

Pr. B. HARRAS	Faculté des Sciences et Techniques, Fès	Président
Pr. M. ICHCHOU	Ecole centrale de Lyon-France	Rapporteur
Pr. A. EL MARJANI	Ecole Mohammedia des Ingénieurs, Rabat	Rapporteur
Pr. J. ABOUCHITA	Faculté des Sciences et Techniques, Fès	Rapporteur
Pr. A. SEDDOUKI	Faculté des Sciences et Techniques, Fès	Examineur
Pr. A. ELKHALFI	Faculté des Sciences et Techniques, Fès	Directeur de thèse

Laboratoire d'accueil : Génie Mécanique

Etablissement : Faculté des sciences et techniques –Fès

Centre d'Etudes Doctorales Sciences et Techniques de l'Ingénieur

Faculté des Sciences et Techniques - Fès ; Route d'Immouzer, B.P. 2202 Fès-, Maroc –

Tél. : (212) 5 35 60 80 14 ; Tél. : (212) 5 35 60 29 53 ; Fax : (212) 5 35 60 82 14 ; Site web : www.fst-usmba.ac.ma

Sommaire

Notations	6
Liste des figures	7
Liste des Tableaux	9
Chapitre 0 : Introduction générale	11
Chapitre 1 : Développement d'une nouvelle condition aux limites	14
1.1 Condition aux limites de type Dirichlet	15
1.2 Condition aux limites de type Neumann.....	18
1.3 Condition aux limites de type mêlée.....	19
1.4 Condition aux limites de type $C_{\alpha,\beta,c}$	20
1.5 Conclusion	23
Chapitre 2 : Application de la nouvelle condition aux limites au problème de Stokes stationnaire	24
2.1 Position du problème	24
2.1.1 Modèle mathématique.....	24
2.1.2 Formulation faible du problème.....	25
2.1.3 Existence et unicité de la solution de la formulation faible	26
2.2 Approximation par éléments finis mixtes	29
2.3 Estimation de la constante de stabilité pour la méthode Q1-P0.....	31
2.3.1 Equations du modèle	31
2.3.2 Estimation de la constante de stabilité	32
2.4 Estimation a posteriori de l'erreur	39
2.4.1 Estimateur résiduel de l'erreur.....	39
2.4.2 Estimateur du problème local de Poisson	43
2.5 Simulations numériques.....	44
2.5.1 Ecoulement dans une cavité carrée	45
2.5.2 Solution analytique dans une cavité carrée	49
2.6 Conclusion	55
Chapitre 3 : Application de la nouvelle condition aux limites au problème de Navier-Stokes stationnaire	57

3.1 Position du problème	57
3.1.1 Modèle mathématique.....	57
3.1.2 Formulation faible du problème.....	58
3.1.3 Existence et unicité de la solution de la formulation faible	60
3.2 Approximation par éléments finis mixtes	63
3.3 Estimation a posteriori de l'erreur	66
3.3.1 Estimateur résiduel de l'erreur.....	67
3.3.2 Estimateur du problème local de Poisson	70
3.4 Simulations numériques.....	71
3.5 Conclusion	85
Chapitre 4 : Application de la nouvelle condition aux limites au problème de Navier-Stokes instationnaire	86
4.1 Position du problème	86
4.1.1 Existence et unicité de la solution de la formulation faible	87
4.1.2 Existence et unicité de la solution de la formulation semi-discrète	93
4.2 Approximations par éléments finis mixtes.....	94
4.3 Simulations numériques.....	96
4.4 Conclusion	103
Chapitre 5 : Conclusions et perspectives	105
Annexe A : Annexe du chapitre 2	107
A.1 Preuve du théorème 2.1	107
A.2 Preuve du théorème 2.18.....	109
Annexe B : Annexe du chapitre 3	113
B.1 Preuve du lemme 3.8	113
B.2 Preuve du théorème 3.12	114
B.3 Preuve du théorème 3.13	117
Annexe C : Annexe du chapitre 4.....	120
C.1 Preuve du lemme 4.3	120
C.2 Preuve du théorème 4.4	121
Bibliographiques	123